Ingegneria Meccanica – Fisica Generale 1 – **CANALE 2**

Prova del 13 Luglio 2023 – Prof. Merano, Giubilato

Matricola: Cognome: Nome:

- Non si consegnano i fogli di brutta
- Fogli senza matricola, cognome e nome non saranno considerati validi
- Si può utilizzare il solo formulario e la calcolatrice non programmabile
- La presenza di qualsiasi altro testo, documento, foglio, strumento,… **invaliderà la prova**
- Le risposte alle DOMANDE sono considerate valide se viene indicata la risposta esatta, **e la scelta è correttamente giustificata nello spazio libero sottostante alla domanda stessa**.
- Le DOMANDE con **risposta corretta** valgono **2 punti**, le domande **senza risposta 0 punti**, le domande **errate** incorrono in una penalizzazione di **-0.5 punti**.
- Gli ESERCIZI vanno svolti con ordine, e **i risultati giustificati analiticamente**. Risultati numericamente o algebricamente corretti, ma mancanti dei passaggi necessari a giustificarli, non verranno considerati validi.

Formulario

Costanti

$g_0 \cong 9.81 \, \frac{m}{s^2}$	$G \cong 6.674 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \, s^2}$		
$M_\oplus \cong 5.972 \times 10^{24} \, kg$	$R_\oplus \cong 6.4 \times 10^6 \, m$	$M_\odot \cong 1.989 \times 10^{30} \, kg$	
$\rho_{H_2O} \cong 1 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$	$\rho_{air} \cong 1.25 \frac{kg}{m^3}$	$\mu_{H_2O} \cong 0.864 \times 10^{-3} Pa \, s$	
$c \cong 3 \times 10^8 \, \frac{m}{s}$	$q_0 \cong 1.6 \times 10^{-19} \, C$	$\varepsilon_0 \cong 8.854 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$	$\mu_0 \cong 1.256 \times 10^{-6} \frac{H}{m}$
$m_e \cong 9.01 \cdot 10^{-31} \, kg$	$m_p \cong 1.67 \cdot 10^{-27} \, kg$		

Cinematica, dinamica, lavoro ed energia del punto materiale

$\mathbf{s} = \mathbf{s}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$	$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}$	$\mathbf{a}_C = -\omega^2 \mathrm{r} \, \boldsymbol{u}_r = -\frac{v^2}{r} \, \boldsymbol{u}_r$	
$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$	$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} + \frac{dm}{dt}$	$\boldsymbol{F} = k\boldsymbol{x}$
$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s}, \qquad \frac{dW}{dt} = P$	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_g = mgh$	$E_e = \frac{1}{2}kx^2$

Gravitazione

$\boldsymbol{F} = G\frac{Mm}{r^2}\boldsymbol{u}_r$	$U = G\frac{Mm}{r}$		

Momenti

$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$	$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}$	$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$	

Moti armonici

$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = -\omega^2 x(t)$	$T_{molla} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T_{pendolo} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	

Dinamica, lavoro ed energia del corpo rigido

$\boldsymbol{r}_{cm} = \sum \boldsymbol{r}_i m_i / \sum m_i$	$I = \sum {r_i}^2 m_i$		
$\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega}$	$\boldsymbol{M} = I\boldsymbol{\alpha}$		$I = \acute{I} + mr^2$
$\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{r}_{CM} \times m\boldsymbol{v}_{CM}$	$E_{kr} = \frac{1}{2}I\boldsymbol{\omega}^2$	$E_k = \frac{1}{2}m{v_{cm}}^2 + \frac{1}{2}I\boldsymbol{\omega}^2$	
$I_{asta} = \frac{1}{12}ml^2$	$I_{anello} = mr^2$	$I_{cilindro} = \frac{1}{2}mr^2$	$I_{sfera} = \frac{2}{5}mr^2$

Meccanica e dinamica dei fluidi incomprimibili

$F_A = \rho V g$	$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p = k$	$Av = cost$	
$Re = \frac{\rho}{\mu}Lv_r = \frac{L}{\nu}v_r$	$F_{lmn} = 6\pi r \mu v$		

Elettrostatica

$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\, q_1}{r^2}\boldsymbol{u}_r$	$\boldsymbol{E}_{punt.} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\boldsymbol{u}_r$	$V_{punt.} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$	

Campi

$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$	$\boldsymbol{E} = -\nabla V$	$V = \int -\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{dr} + k$	
$\phi_\Sigma(\boldsymbol{E}) = \frac{q_\Sigma}{\varepsilon_0}$	$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$C_\Gamma(\boldsymbol{E}) = \iint_\Sigma (\nabla \times \boldsymbol{E})\, \boldsymbol{d\Sigma}$	$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$
$\boldsymbol{E}_{filo} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\boldsymbol{u}_r$	$\boldsymbol{E}_{anello} = \frac{\lambda R y}{2\varepsilon_0(R^2 + y^2)^{3/2}}\boldsymbol{u}_n$	$\boldsymbol{E}_{piano} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{u}_n$	$\boldsymbol{E}_{sup.\ cond.} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\boldsymbol{u}_n$

Capacità, condensatori

$C = \frac{Q}{V}$	$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$		
$C_{piano} = \frac{A}{d}\varepsilon_0$	$C_{sfera} = 4\pi\varepsilon_0 R$	$C_{par} = \sum_{i=1}^{n} C_i$	$\frac{1}{C_{ser}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}$

1) [2 **pt**] Domanda 1

La massa di una certa sostanza radioattiva varia nel tempo secondo la legge $m(t) = m_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}$. Quali sono le dimensioni di m_0 e di τ? Si motivi la risposta

$[m_0] =$

$[\tau] =$

2) [2 **pt**] Domanda 2

Ad un istante t due punti materiali, uno di massa $m_1 = 100\ g$ e l'altro di massa $m_2 = 15\ g$ comprimono una molla di costante elastica $k = 10\ N/m$, e sono entrambi fermi. Poi la molla si distende e lancia i due punti materiali in direzioni opposte. Se, dopo il lancio, il modulo della velocità di m_2 è $10\ m/s$ qual è il modulo della velocità di m_1 ? Si motivi la risposta.

1) 1.5 m/s
2) 66.7 m/s
3) 15 m/s
4) Senza la compressione Δx della molla rispetto alla lunghezza a riposo il quesito non ha soluzione.
5) 6.67 m/s

3) [2 **pt**] Domanda 3

Una ragazza a lezione osserva un pendolo semplice compiere delle piccole oscillazioni alla frequenza di 0.5 Hz. Se l'ampiezza angolare θ_0 delle sue oscillazioni è di 3°, quanto è l'ampiezza *A* dell'oscillazione del pendolo? Si motivi la risposta.

1) 2.98 cm
2) Senza conoscere la massa del pendolo il quesito non ha soluzione
3) 2.05 cm
4) Senza conoscere la lunghezza del pendolo il quesito non ha soluzione
5) 5.2 cm

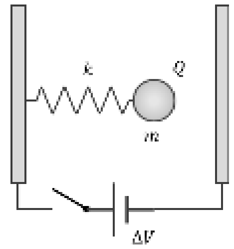
4) [2 **pt**] Domanda 4

Un cilindro di piombo di raggio $R = 10\ cm$ e massa $m = 1000\ kg$ è vincolato a ruotare attorno ad un asse fisso coincidente con il suo asse di simmetria che indicheremo come asse z. Inizialmente il cilindro è fermo e poi ad esso viene applicato un momento delle forze esterne rispetto allo stesso asse $M_z = 50\ Ncm$, costante nel tempo. In assenza di attrito, quando il cilindro avrà compito 10 giri, quanto varrà la sua energia cinetica? Si motivi la risposta.

1) 0.31 J
2) 31 J
3) 3100 J
4) 310000 J
5) Senza conoscere la velocità del centro di massa del cilindro il quesito non ha soluzione

5) [2 **pt**] Domanda 5

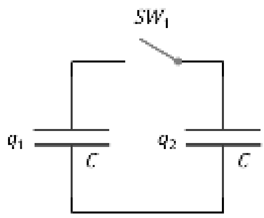
Nello spazio vuoto (non c'è gravità), una pallina di massa m avente carica positiva Q si trova all'interno di un condensatore piano, connessa ad una delle armature tramite una molla plastica di costante elastica k. Il condensatore, all'inizio scarico, viene poi connesso ad un generatore di potenziale V chiudendo l'interruttore. Cosa si può dire della pallina?



1) La pallina segue un moto armonico oscillatorio, solo se la polarità del generatore è positiva.
2) La pallina segue un moto armonico oscillatorio, solo se la polarità del generatore è negativa.
3) La pallina segue un moto armonico oscillatorio, a prescindere dalla polarità del generatore.
4) La pallina raggiunge una posizione di equilibrio stabile, solo se la polarità del generatore è positiva.
5) La pallina raggiunge una posizione di equilibrio stabile, a prescindere dalla polarità del generatore.

6) [2 **pt**] Domanda 6

Due condensatori identici di capacità C sono inizialmente caricati con carica q_1 e q_2 rispettivamente. Tramite l'interruttore SW_1 vengono successivamente messi in parallelo, come in figura. Sapendo che la carica totale è fissata, $q_1 + q_2 = Q_t$, per quale condizione iniziale si ha la massima dissipazione di energia nella fase di chiusura dell'interruttore?

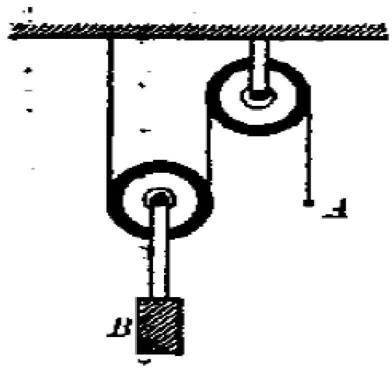


1) Per $q_1 = q_2 = 1/2\, Q_t$.
2) Per $q_1 = 3/4\, Q_t,\ q_2 = 1/4\, Q_t$.
3) Per $q_1 = 0$, $q_2 = Q_t$.
4) Le distribuzione iniziale di carica non conta.
5) Non viene dissipata energia nel processo.

7) [**7 pt**] Esercizio 1

Un blocco B di massa m = 10 kg è appeso ad una carrucola mobile collegata da un filo inestensibile ad una carrucola fissa; le masse del filo e della carrucola sono trascurabili

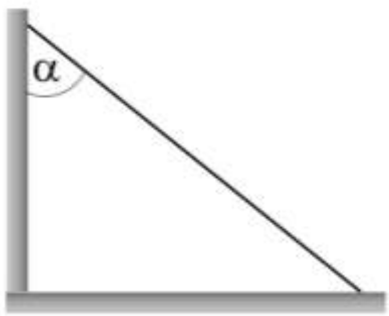
1) [2pt] Quale deve essere la forza $\vec{F}$ diretta verso il basso da applicare all'estremità A del filo per garantirne l'equilibrio? Quanto vale la tensione $\vec{T}$ del filo in questo caso?
2) [3pt] Se in A si attacca un corpo C di massa uguale a quella di B con quali accelerazioni si muovono i due corpi? Qual è la tensione del filo in questo caso?
3) [2pt] Se il corpo C scende di Δx = 50 cm qual è il lavoro totale che la forza peso fa sul sistema?



8) [**7 pt**] Esercizio 2

Un'asta omogenea di massa m = 4 kg è appoggiata con gli estremi ad una parete verticale liscia e ad un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito statico μ_s = 0.4. Sapendo che l'asta è in equilibrio statico e forma un angolo α =15° con la parete verticale:

1) [2pt] Si indichino direzione e verso di tutte le forze agenti sull'asta e i loro punti di applicazione
2) [2pt] Si trovino i moduli di tutte le forze agenti sull'asta
3) [3pt] Si trovi il valore massimo permesso all'angolo α affinché l'asta non scivoli

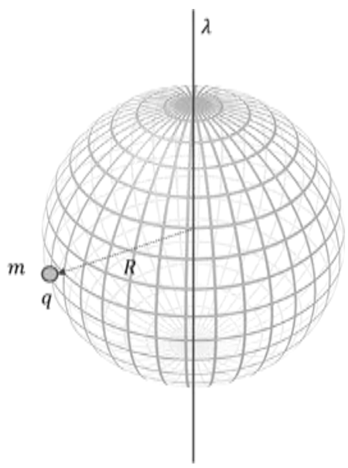


9) [**7 pt**] Esercizio 3

Un filo conduttore infinito ha una densità lineare di carica incognita $\lambda\ Cm^{-1}$; ad una distanza $R = 10\ cm$ dal filo si trova una sferetta conduttrice di dimensioni trascurabili, avente carica $q = -4.4 \times 10^{-10}\ C$ e massa $2 \times 10^{-6}\ kg$, che segue un'orbita circolare uniforme attorno al filo. Misurando il flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica coassiale al filo, anch'essa di raggio $R = 10\ cm$, risulta che il flusso totale è pari a 22.6 Vm.

Determinare:

1) [2pt] la densità di carica lineare del filo λ.
2) [2pt] Il periodo che la sferetta impiega a completare un'orbita.
3) [3pt] Nel caso la sferetta orbiti a distanza $2R$ dal filo, sempre con il medesimo periodo, determinare se l'energia totale del sistema è maggiore o minore.



Svolgimento

Svolgimento

Svolgimento

Soluzioni

1) Domanda 1

Alcune leggi fisiche contengono funzioni trascendenti come la funzione esponenziale. Perché queste espressioni possano avere senso né gli argomenti delle funzioni né le funzioni stesse possono avere dimensioni ma devono essere numeri puri. Questo implica che m_0 sia una massa (la cui unità di misura è il kg) e τ un tempo (la cui unità di misura è il s).

2) Domanda 2

Per il principio di azione e reazione le forze che i due punti materiali esercitano l'uno sull'altro tramite interazione elastica sono uguali ed opposte. La forza totale agente sul sistema dei due punti materiali è nulla per cui la quantità di moto totale del sistema rimane nulla:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \rightarrow v_1 = -v_2 \frac{m_2}{m_1} = -1.5\ m/s$$

Il modulo di v_1 è 1.5 m/s.

3) Domanda 3

Per piccole oscillazioni angolari come nel caso in questione, l'ampiezza dell'oscillazione del pendolo è data dalla lunghezza l del pendolo per l'ampiezza angolare espressa in radianti $\theta_0 \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{60} \rightarrow A = l\frac{\pi}{60}$. La lunghezza del pendolo è $l = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{4\pi^2 f^2} = 1\ m$. Per cui $A = 5.2\ cm$

4) Domanda 4

In unità del sistema metrico internazionale $M_z = 50\ N\ cm = 0.5\ N\ m$. Il lavoro elementare fatto sul cilindro è dato dal momento delle forze esterne per l'angolo infinitesimo di rotazione $dW = M_z d\theta$. Poiché M_z è costante si ha che il lavoro totale è il valore del momento delle forze per l'angolo totale di rotazione espresso in radianti ossia $\theta_{tot} = 10 \cdot 2\pi = 62.8\ rad$. Si ha quindi $W = M_z \theta_{tot} = 31.4$ J. Tutta questo lavoro va in energia cinetica di rotazione del cilindro in quanto il centro di massa è fermo.

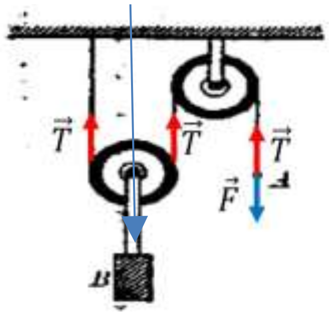
5) Domanda 5

La pallina segue un moto armonico oscillatorio, a prescindere dalla polarità del generatore.

6) Domanda 6

La risposta è: per $q_1 = 0$, $q_2 = Q_t$ (o la situazione simmetrica). A interruttore aperto, l'energia del sistema è $E_i = \frac{{q_1}^2}{2C} + \frac{{q_2}^2}{2C} = \frac{{q_1}^2 + {q_2}^2}{2C}$; a interruttore chiuso, diventa $E_f = \frac{{Q_t}^2}{4\,C} = \frac{(q_1+q_2)^2}{4\,C} = \frac{{q_1}^2+{q_2}^2+2q_1q_2}{4\,C} = \frac{E_i}{2} + \frac{q_1q_2}{2C}$. La differenza di energia equivale quindi a $\Delta E = E_f - E_i = -\frac{E_i}{2} + \frac{q_1q_2}{2C}$. La maggiore dissipazione di energia si ha quindi quando il termine $\frac{q_1q_2}{2C} \rightarrow 0$, ovvero quanto q_1o q_2 sono uguali a zero.

7) Esercizio 1



1) All'equilibrio il modulo di *F* è pari al modulo di *T* e:

$$2T = mg \to T = \frac{mg}{2} = 49\ N = F$$

2) Quando appendo il corpo C la forza F è rimpiazzata dalla forza peso di C. Se C scende di una quantità x il corpo B sale di x/2. Indico con *m* la massa comune dei due corpi. Le equazioni del moto dei due corpi sono

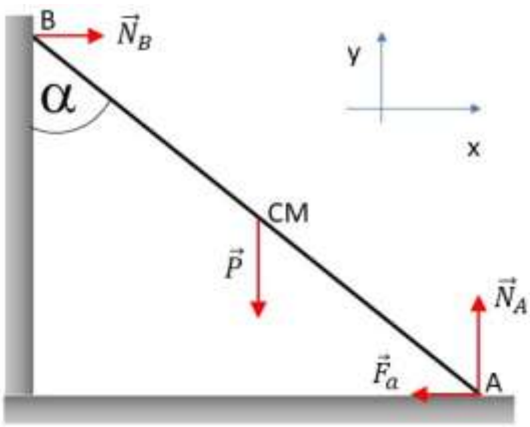
$$\begin{matrix} ma_C = mg - T \\ ma_B = mg - 2T \\ a_C = -2a_B \end{matrix} \to \begin{matrix} a_B = -\frac{1}{5}g \\ T = \frac{3}{5}mg \\ a_C = \frac{2}{5}g \end{matrix} \to \begin{matrix} a_B = -1.96\ m/s^2 \\ T = 58.9\ N \\ a_C = 3.92\ m/s^2 \end{matrix}$$

3) Il lavoro totale della forza peso sul sistema è la somma dei lavori sui due corpi:

$$W = mg\Delta x - mg\frac{\Delta x}{2} = 25.53\ J$$

1) Sul punto materiale B agisce la tensione del filo (verso destra), la forza peso di B (verso il basso) e la reazione del piano (verso l'alto). Queste due ultime forze si annullano. Sul punto materiale A agisce la forza peso (verso il$hk \leq \mu_S m_B g \to \frac{2m_A g}{k} k \leq \mu_S m_B g \to m_A \leq \frac{1}{2}\mu_S m_B = 0.4kg = 400g$

8) Esercizio 2



1) Sull'asta agiscono la forza peso $\vec{P}$ applicata al centro di massa dell'asta, la forza d'attrito $\vec{F}_a$ del piano orizzontale, la reazione $\vec{N}_A$ del piano stesso. Entrambe queste forze sono applicate nel punto di contatto A tra l'asta e il piano orizzontale. Nel punto di contatto B tra l'asta e il piano verticale agisce la reazione del piano verticale $\vec{N}_B$.

2) Poiché il sistema è in equilibrio statico la somma delle forze esterne agenti sull'asta deve essere nulla. La forza peso è bilanciata dalle reazione del piano orizzontale perché entrambe le forze sono dirette lungo x, mentre le altre due sono dirette lungo y. Si ha: $P = N_A = mg = 39.24\ N$ e $\vec{N}_B = -\vec{F}_a$. Per trovare il modulo di queste ultime due forze si nota che il momento delle forze esterne rispetto al polo A è nullo (altrimenti non si avrebbe equilibrio statico). Si ha:

$$mg\frac{l}{2}\sin(\alpha)\,\hat{k} - N_B l\cos(\alpha)\,\hat{k} = 0 \to N_B = \frac{1}{2}mg\tan(\alpha) = F_a = 5.26\ N$$

dove l è la lunghezza dell'asta e $\hat{k}$ il versore unitario lungo l'asse z (che esce dal foglio).

3) La forza di attrito statico può avere un modulo massimo pari a

$$F_{a\,max} = \mu_S N_A = \mu_S mg = 15.7\ N.$$

Quando il modulo di $\vec{N}_B$ supera tale valore la forza di attrito non è più in grado di bilanciare la reazione del piano verticale e l'asta scivola per terra. Per avere equilibrio statico si deve avere:

$N_B \leq F_{a\,max} \to \frac{1}{2}mg\tan(\alpha) \leq \mu_S mg \to \tan(\alpha) \leq 2\mu_S \to \alpha \leq \arctan(2\mu_S)$ =38.7°

9) Esercizio 3

Conoscendo il flusso, per il th. di Gauss è immediato trovare la carica all'interno della superficie sferica, e quindi la densità lineare di carica, essendo quest'ultima costante:

$$\phi(E)_{sfera} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{2\lambda R}{\epsilon_0} \rightarrow \lambda = \frac{\phi\,\epsilon_0}{2\,R} = \frac{22.6 \cdot 8.85 \times 10^{-12}}{2 \cdot 0.1} \cong 1 \times 10^{-9} C \equiv 1\,\frac{nC}{m}$$

Verifichiamo dimensionalmente:

$$[\phi(E)_{sfera}] \equiv \frac{[q]}{[\epsilon_0]} \equiv \frac{C}{Fm^{-1}} \equiv \frac{C}{C\,V^{-1}\,m^{-1}} \equiv Vm \equiv Vm$$

Il campo di un filo uniformemente carico è (th. Gauss) :

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \rightarrow E(R) = \frac{\phi\,\epsilon_0}{2\,R}\frac{1}{2\pi\epsilon_0 R} = \frac{\phi}{4\pi R^2} \cong \frac{22.6}{4\pi \cdot 0.01} \cong 180\,\frac{V}{m}$$

La carica è quindi soggetta ad una forza elettrostatica pari a qE, diretta verso il filo:

$$F_E(R) = qE(R) = q\frac{\phi}{4\pi R^2} \cong -4.4 \times 10^{-10} \cdot 180 \cong -7.9 \times 10^{-8}\,N$$

Tale forza dovrà corrispondere in modulo alla forza centripeta per un moto circolare uniforme lungo un'orbita di raggio R:

$$-m\,\omega^2 R = qE(R) = q\frac{\phi}{4\pi R^2} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{q\,\phi}{4\pi\,m\,R^3}} \cong \sqrt{\frac{4.4 \times 10^{-10} \cdot 22.6}{4\pi \cdot 2 \times 10^{-6} \cdot 0.001}} \cong 0.629\,\frac{rad}{s}$$

Da cui il periodo di rivoluzione risulta essere $T = \frac{2\pi}{\omega} \cong 10\,s$. Verifichiamo dimensionalmente:

$$\left[\sqrt{\frac{q\,\phi}{4\pi m R^3}}\right] \equiv \sqrt{\frac{C \cdot V\,m}{4\pi \cdot kg \cdot m^3}} \equiv \sqrt{\frac{C \cdot V}{4\pi \cdot kg \cdot m^2}} \equiv \sqrt{\frac{J}{4\pi \cdot kg \cdot m^2}} \equiv \sqrt{\frac{kg \cdot m^2\,s^{-2}}{4\pi \cdot kg \cdot m^2}} \equiv \sqrt{\frac{1}{4\pi s^2}} \equiv \frac{1}{s}$$

Calcoliamo la differenza di potenziale tra diverse posizioni rispetto al filo; data la simmetria del campo, conterà solo la distanza radiale dallo stesso:

$$\Delta V = -\int_{r_1}^{r_2} E(r)dr = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}dr = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}[\ln r]_{r_1}^{r_2} - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

Possiamo quindi scrivere:

$$\Delta V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{2R}{R} \rightarrow \Delta U_E = -\frac{q\,\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln 2 \cong 4.4 \times 10^{-10}\frac{1 \times 10^{-9} C}{2\pi\,8.85 \times 10^{-12}} \cong 5.5 \times 10^{-9}\,J$$

Per mantenere lo stesso periodo di rotazione, deve valere la relazione:

$$\frac{2\pi r_2}{v_2} = \frac{2\pi r_1}{v_1} \rightarrow v_2 = \frac{r_2}{r_1}$$

Si vede che l'energia cinetica varia col quadrato del rapporto tra i raggi, a parità di periodo di rotazione:

$$E_{k,2} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 = \frac{1}{2}m{v_1}^2\frac{{r_2}^2}{{r_1}^2} = E_{k,1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \;\rightarrow\; E_{k,2} - E_{k,1} = \frac{1}{2}m{v_2}^2\left(1 - \frac{{r_2}^2}{{r_1}^2}\right)$$

Spostandosi da R a $2R$, con lo stesso periodo di rotazione, l'energia cinetica quindi quadruplica. L'energia potenziale elettrostatica aumenta essa stessa, e quindi l'energia totale del sistema è maggiore nel secondo caso.