Ingegneria Meccanica – Fisica Generale 1 – **CANALE 2**

Prova del 27 Giugno 2023 – Prof. Merano, Giubilato

Matricola: Cognome: Nome:

- Non si consegnano i fogli di brutta
- Fogli senza matricola, cognome e nome non saranno considerati validi
- Si può utilizzare il solo formulario e la calcolatrice non programmabile
- La presenza di qualsiasi altro testo, documento, foglio, strumento,… **invaliderà la prova**
- Le risposte alle DOMANDE sono considerate valide se viene indicata la risposta esatta, **e la scelta è correttamente giustificata nello spazio libero sottostante alla domanda stessa**.
- Le DOMANDE con **risposta corretta** valgono **2 punti**, le domande **senza risposta 0 punti**, le domande **errate** incorrono in una penalizzazione di **-0.5 punti**.
- Gli ESERCIZI vanno svolti con ordine, e **i risultati giustificati analiticamente**. Risultati numericamente o algebricamente corretti, ma mancanti dei passaggi necessari a giustificarli, non verranno considerati validi.

Formulario

Costanti

$g_0 \cong 9.81 \dfrac{m}{s^2}$	$G \cong 6.674 \times 10^{-11} \dfrac{m^3}{kg\, s^2}$		
$M_\oplus \cong 5.972 \times 10^{24}\, kg$	$R_\oplus \cong 6.4 \times 10^6\, m$	$M_\odot \cong 1.989 \times 10^{30}\, kg$	
$\rho_{H_2O} \cong 1 \times 10^3 \dfrac{kg}{m^3}$	$\rho_{air} \cong 1.25 \dfrac{kg}{m^3}$	$\mu_{H_2O} \cong 0.864 \times 10^{-3} Pa\, s$	
$c \cong 3 \times 10^8 \dfrac{m}{s}$	$q_0 \cong 1.6 \times 10^{-19}\, C$	$\varepsilon_0 \cong 8.854 \times 10^{-12} \dfrac{F}{m}$	$\mu_0 \cong 1.256 \times 10^{-6} \dfrac{H}{m}$
$m_e \cong 9.01 \cdot 10^{-31}\, kg$	$m_p \cong 1.67 \cdot 10^{-27}\, kg$		

Cinematica, dinamica, lavoro ed energia del punto materiale

$\mathbf{s} = \mathbf{s}_0 + \mathbf{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\boldsymbol{a} t^2$	$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}, \quad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}$	$\mathbf{a}_C = -\omega^2 \mathrm{r}\, \boldsymbol{u}_r = -\dfrac{v^2}{r}\boldsymbol{u}_r$	
$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$	$\dfrac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} + \dfrac{dm}{dt}$	$\boldsymbol{F} = k\boldsymbol{x}$
$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s}, \quad \dfrac{dW}{dt} = P$	$E_k = \dfrac{1}{2} m v^2$	$E_g = mgh$	$E_e = \dfrac{1}{2} k x^2$

Gravitazione

$\boldsymbol{F} = G\dfrac{Mm}{r^2}\boldsymbol{u}_r$	$U = G\dfrac{Mm}{r}$		

Momenti

$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$	$\dfrac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}$	$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$	

Moti armonici

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = -\omega^2 x(t)$$

$$T_{molla} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_{pendolo} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Dinamica, lavoro ed energia del corpo rigido

$$\boldsymbol{r}_{cm} = \sum \boldsymbol{r}_i m_i / \sum m_i$$

$$I = \sum r_i^2 m_i$$

$$\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega}$$

$$\boldsymbol{M} = I\boldsymbol{\alpha}$$

$$I = \acute{I} + mr^2$$

$$\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{r}_{CM} \times m\boldsymbol{v}_{CM}$$

$$E_{kr} = \frac{1}{2}I\boldsymbol{\omega}^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}m{v_{cm}}^2 + \frac{1}{2}I\boldsymbol{\omega}^2$$

$$I_{asta} = \frac{1}{12}ml^2$$

$$I_{anello} = mr^2$$

$$I_{cilindro} = \frac{1}{2}mr^2$$

$$I_{sfera} = \frac{2}{5}mr^2$$

Meccanica e dinamica dei fluidi incomprimibili

$$F_A = \rho V g$$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p = k$$

$$Av = cost$$

$$Re = \frac{\rho}{\mu}Lv_r = \frac{L}{\nu}v_r$$

$$F_{lmn} = 6\pi r \mu v$$

Elettrostatica

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\, q_1}{r^2}\boldsymbol{u}_r$$

$$\boldsymbol{E}_{punt.} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\boldsymbol{u}_r$$

$$V_{punt.} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Campi

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$

$$V = \int -\boldsymbol{E}\cdot \boldsymbol{dr} + k$$

$$\phi_\Sigma(\boldsymbol{E}) = \frac{q_\Sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$C_\Gamma(\boldsymbol{E}) = \iint_\Sigma (\nabla\times\boldsymbol{E})\, \boldsymbol{d\Sigma}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = 0$$

$$\boldsymbol{E}_{filo} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\boldsymbol{u}_r$$

$$\boldsymbol{E}_{anello} = \frac{\lambda R y}{2\varepsilon_0 (R^2+y^2)^{3/2}}\boldsymbol{u}_n$$

$$\boldsymbol{E}_{piano} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{u}_n$$

$$\boldsymbol{E}_{sup.\ cond.} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\boldsymbol{u}_n$$

Capacità, condensatori

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$$

$$C_{piano} = \frac{A}{d}\varepsilon_0$$

$$C_{sfera} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

$$C_{par} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

$$\frac{1}{C_{ser}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}$$

1 [2 **pt**] Domanda 1

Su un punto materiale di massa m = 150 g agisce una forza costante di modulo 5 N per un minuto. Di quanto varia la velocità della massa?

1) 2000 m/s
2) 0.033 m/s
3) La domanda non è ben posta in quanto sia che parta da ferma sia che sia già in moto (non è specificato nel testo) la differenza di velocità è la stessa ma la differenza di energia cinetica no.
4) 2 m/s
5) 33.33 m/s

2 [2 **pt**] Domanda 2

Un punto materiale di massa m = 10 g compie un moto circolare uniforme su una traiettoria di raggio R = 10 cm. Se compie 1 giro completo in 1 minuto. Qual è il lavoro della forza che agisce su di esso?

1) 11 J
2) 69 J
3) Nullo
4) $6.9 \cdot 10^{-6}$ J
5) 39440 J

3 [2 **pt**] Domanda 3

Una sfera rigida omogenea viene messa in rotazione in modo che all'istante di tempo t ha una velocità angolare ω attorno ad un asse passante per il suo centro. All'istante t ogni forza esterna che agisce sulla sfera cessa di agire. Come prosegue il suo moto?

1) Continua a ruotare attorno allo stesso asse con velocità angolare ω
2) Si muove di moto rettilineo uniforme
3) Impiega un tempo $2\pi/\omega$ per passare da un moto rotatorio ad uno rettilineo uniforme
4) L'asse istantaneo di rotazione può variare
5) Si ferma perdendo progressivamente energia cinetica

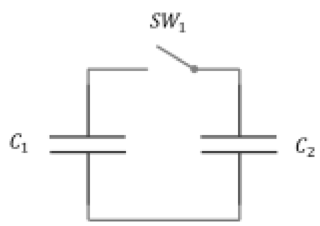
4 [2 **pt**] Domanda 4

Il pianeta Giove di massa M_G e il suo satellite Io di massa M_I interagiscono tramite la legge di gravitazione universale. Sapendo che la distanza fra i centri dei due corpi celesti è r. Cosa si può dire dell'accelerazione di Giove dovuta questa interazione?

1) Per il principio di azione e reazione è la stessa di quella del satellite Io
2) È direttamente proporzionale a M_I
3) È direttamente proporzionale a M_G
4) È direttamente proporzionale a r
5) È direttamente proporzionale r^2

5 [2 **pt**] Domanda 5

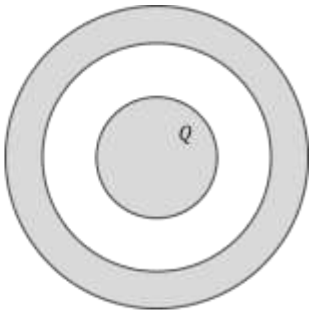
Due condensatori C_1e C_2 sono connessi come illustrato in figura, con un terminale cortocircuitato e l'altro connesso attraverso l'interruttore SW_1. All'inizio SW_1 è aperto, su C_1 è presente una carica di 5 nQ, mentre C_2 è scarico. Dopo che SW_1 viene chiuso, cosa avviene all'energia del sistema?



1) L'energia totale diminuisce, il potenziale su C_1 diminuisce.
2) L'energia totale diminuisce, il potenziale su C_1 rimane costante.
3) L'energia totale si conserva, il potenziale su C_1 rimane costante.
4) L'energia totale si conserva, il potenziale su C_1 diminuisce.
5) L'energia totale si conserva, la capacità totale aumenta.

6 [2 **pt**] Domanda 6

Quale delle seguenti affermazioni è corretta in merito al sistema illustrato in figura, dove una sfera conduttrice ideale cava contiene un'altra sfera conduttrice solida, da essa isolata e avente carica positiva Q.



1) La carica sulla superficie interna della sfera cava è nulla.
2) Il campo elettrico all'interno della sfera cava è nulla.
3) La carica sulla superficie esterna della sfera cava è nulla.
4) La sfera interna ha un campo elettrico costante al suo interno.
5) Il campo elettrico all'esterno della sfera cava ha simmetria sferica.

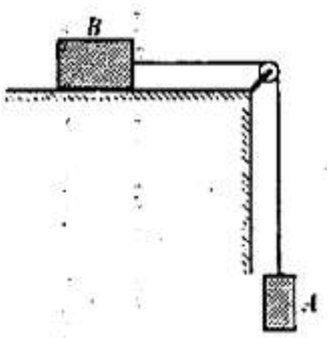
7 [**7 pt**] Esercizio 1

Il corpo A di massa $m_A = 1\ kg$ è collegato ad un filo inestensibile di massa $m_B = 2\ kg$. Si trascurino massa del filo e della carrucola.

1) [2 pt] Si calcoli l'accelerazione dei blocchi e la tensione del filo se il piano su cui è poggiato B è liscio.
2) [2 pt] Si ricalcolino queste grandezze per una superficie scabra con coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.2$.

Sia ora $m_B = 2\ kg$ e $m_A = 200\ g$, la superficie abbia coefficiente di attrito statico $\mu_S = 0.4$ e il filo che collega A e B sia un elastico di costante elastica $k = 39$ N/m. Inizialmente il sistema è in quiete perché A è sostenuto con una forza esterna e l'elastico ha una lunghezza pari a quella a riposo. Ad un certo istante si elimina la forza che tiene A in equilibrio.

3) [1 pt] Sapendo che B resta fermo, qual è l'allungamento massimo del filo elastico?
4) [2 pt] Qual è il valore massimo che può avere la massa di A se B deve restare fermo?



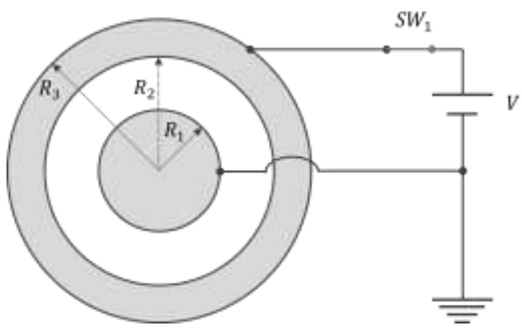
8 [**7 pt**] Esercizio 2

Una sfera omogenea di raggio $R = 10$ cm e massa $M = 10\ kg$ rotola (con moto di puro rotolamento) senza strisciare su un piano orizzontale. La frequenza f di rotazione su se stessa è pari a tre giri al secondo ($f = 3\ Hz$).

1) [1 pt] Quanto vale la sua energia cinetica?
2) [2 pt] Che lavoro bisogna fare per aumentare la frequenza di rotazione a f = 6 Hz?
3) [2 pt]Una volta raggiunta la f = 6 Hz la sfera rotola (con moto di puro rotolamento) e sale su un piano inclinato che fa un angolo di 30° con l'orizzontale. A che altezza massima sale prima di tornare indietro?
4) [2 pt] A che altezza arriva la sfera se il piano è liscio, cioè senza alcun attrito possibile?

9 [**7 pt**] Esercizio 3

Una guscio sferico conduttore di raggio interno $R_2 = 4\ cm$ e raggio esterno $R_3 = 5\ cm$ contiene al suo interno una sfera piena di raggio $R_1 = 3\ cm$, sempre conduttrice (in figura la sezione). Attraverso un forellino trascurabile, la sfera interna è connessa a terra ($V_1 = 0\ V$), mentre un generatore di potenziale tiene la superficie del guscio ad un potenziale $V_2 = 100\ V$ attraverso l'interruttore $SW1$, che all'inizio è chiuso.



Determinare:

1) [2 pt] La carica totale presente sulla sfera esterna.
2) [2 pt] L'energia elettrostatica totale immagazzinata nel sistema.
3) [3 pt] Viene aperto l'interruttore SW1: a che potenziale si porta il guscio sferico?

Svolgimento

Svolgimento

Svolgimento

Soluzioni

1 Domanda 1

Per il teorema dell'impulso $\Delta v = \frac{F\Delta t}{m} = \frac{5\cdot 60}{0.15} = 2000\ m/s$.

2 Domanda 2

La forza è sempre perpendicolare alla traiettoria per cui il lavoro è nullo.

3 Domanda 3

Risposta 1). Non agendo forze esterne si conserva il momento angolare totale $\vec{L}$. Essendo un qualunque asse che passa per il centro della sfera un asse di rotazione principale abbiamo $\vec{L} = I_{CM}\vec{\omega}$ cioè il momento angolare totale è parallelo alla velocità angolare. Conservandosi $\vec{L}$ si conserva anche $\vec{\omega}$.

4 Domanda 4

Combinando la legge di gravitazione universale con la seconda legge di Newton:

$M_G a_G = \gamma \frac{M_G M_I}{r^2} \rightarrow a_G = G\frac{M_I}{r^2}$. L'accelerazione di Giove (a_G) è proporzionale a M_I, a G ed è inversamente proporzionale a r^2.

5 Domanda 5

La risposta corretta è "**L'energia totale diminuisce, la differenza di potenziale diminuisce**". La carica totale rimane invariata, ma la capacità totale aumenta (parallelo di condensatori), da cui $E' = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_1+C_2} < \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_1}$, e l'energia quindi diminuisce. Per il potenziale vale la semplice relazione $Q = CV$, da cui anch'essa diminuisce.

6 Domanda 6

La risposta corretta è **"Il campo elettrico all'esterno dello schermo ha simmetria sferica"**. Per il th. di Gauss all'esterno della sfera cava deve esserci un campo elettrico a simmetria sferica, generato dalla carica Q. Sulla superficie esterna della sfera cava avremo una carica $-Q$ (induzione), e sulla sua superficie esterna una carica Q.

7 Esercizio 1

1) Sul punto materiale B agisce la tensione del filo (verso destra), la forza peso di B (verso il basso) e la reazione del piano (verso l'alto). Queste due ultime forze si annullano. Sul punto materiale A agisce la forza peso (verso il basso) e la tensione del filo (verso l'alto). Il modulo dell'accelerazione di A e B è lo stesso in quanto il filo è inestensibile. Si ha:

$$\begin{matrix} m_A g - T = m_A a \\ T = m_B a \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} a = g\dfrac{m_A}{m_A + m_B} = 3.27\, m/s^2 \\ T = m_B a = 6.54\, N \end{matrix}$$

2) In questo caso su B agisce anche la forza di attrito (verso sinistra). Le equazioni diventano:

$$\begin{matrix} m_A g - T = m_A a \\ T - \mu_D m_B g = m_B a \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} a = g\dfrac{m_A - \mu_D m_B}{m_A + m_B} = 1.96\, m/s^2 \\ T = m_B a + \mu_D m_B g = 7.85\, N \end{matrix}$$

3) Nella situazione di allungamento massimo (*h*) la perdita di energia potenziale gravitazionale di A si è tramutata in energia potenziale elastica:

$$m_A g h = \frac{1}{2} k h^2 \rightarrow h = \frac{2 m_A g}{k} = 0.01\, m = 10\, cm$$

4) Quando il filo elastico è allungato di *h* esso esercita ai suoi capi una forza di modulo *hk*. A tale forza, che spinge B verso destra, si oppone la forza di attrito statico che può arrivare ad un modulo massimo pari a $\mu_S m_B g$. B non si muove fino a quando la forza elastica non supera la forza di attrito statico massima possibile cioè fino a quando:

$$hk \le \mu_S m_B g \rightarrow \frac{2 m_A g}{k} k \le \mu_S m_B g \rightarrow m_A \le \frac{1}{2} \mu_S m_B = 0.4 kg = 400 g$$

8 Esercizio 2

1) La frequenza è legata alla velocità angolare dalla seguente relazione: $\omega = 2\pi f = 18{,}84\, rad/s$
L'energia cinetica di una sfera che rotola senza scivolare è data dalla somma della sua energia cinetica di rotazione attorno al centro più l'energia cinetica di traslazione. Nel moto di puro rotolamento la relazione tra i moduli della velocità di traslazione *v* del centro di massa e della velocità angolare è data da: $\omega R = v$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{5} M R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} M R^2 \omega^2 = \frac{7}{10} M R^2 \omega^2 = 24.9\, J$$

2) Raddoppiando la frequenza quadruplico l'energia cinetica. Il lavoro fatto è la differenza di energia cinetica finale meno quella iniziale:

$$E_{kinf} - E_{kini} = 4E_{kin} - E_{kin} = 74.7\, J$$

3) All'altezza massima *h* l'energia cinetica della sfera si è trasformata tutta in energia potenziale gravitazionale:

$$Mgh = 4E_{kin} \rightarrow h = \frac{4E_{kin}}{Mg} = 1.02\, m$$

4) Se il piano inclinato è liscio solo l'energia cinetica di traslazione si trasforma in energia potenziale gravitazionale. L'altezza massima *h* raggiunta sarà

$$Mgh = 4\frac{1}{2} M R^2 \omega^2 \rightarrow \frac{2R^2\omega^2}{g} = 0.72\, m$$

9 Esercizio 3

Innanzi tutto valutiamo i potenziali: la sfera interna ha potenziale nullo (attenzione, non implica che la carica sia nulla), mentre il guscio ha potenziale V_b, incluse le superfici esterna ed interna. Chiamiamo Q_1 la carica presente sulla sfera interna: per il teorema di Gauss, il campo a simmetria sferica presente tra i due conduttori dovrà valere:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \boldsymbol{u}_r, \qquad R_1 \le r \le R_2$$

La differenza di potenziale tra R_1 ed R_2 avrà quindi forma (ricordando che $\boldsymbol{E} = -\nabla V$):

$$\Delta V = -\int_{R_1}^{R_2} \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{dr} = -\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = -\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{R_1}^{R_2} = -\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right] = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}\right]$$

La carica sulla sfera interna risulta quindi:

$$Q_1 = 4\pi\varepsilon_0 V_b \frac{R_1R_2}{R_1-R_2}$$

Sostituendo numericamente si ha:

$$Q_1 \cong 4\pi \cdot 8.85\times 10^{-12}\cdot 100 \cdot \frac{0.03\cdot 0.04}{0.03-0.04} \cong -4.45\times 10^{-9}C \equiv -1.33\,nC$$

Sempre per il teorema di Gauss (o, equivalentemente, considerando il fenomeno dell’induzione completa), la carica Q_2 sulla superficie interna del guscio dovrà essere:

$$Q_2 = -Q_1 \quad \rightarrow \quad Q_2 \cong +1.33\,nC$$

Infine, la superficie esterna del guscio si trova al potenziale V_b, che sappiamo essere, considerando nullo il potenziale all’infinito, il potenziale di una carica a simmetria sferica:

$$V_b = \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_3} \rightarrow Q_3 = 4\pi\varepsilon_0 R_3 V_b \cong 4\pi\cdot 8.85\times 10^{-12}\cdot 0.05\cdot 100 \cong 5.56\times 10^{-10}C \equiv 0.556\,nC$$

Riguardo l’energia immagazzinata, conosciamo le cariche ed i potenziali, quindi possiamo facilmente calcolare i vari contributi. La sfera interna ha potenziale nullo, e quindi non contribuisce, $E_1 = 0$. La superficie interna ha potenziale V_b, e carica Q_2, da cui:

$$E_2 = \frac{1}{2}Q_2V_b = -\frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0 V_b\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}V_b = -\frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}{V_b}^2$$

La carica sulla superficie esterna della sfera, Q_3, contribuirà come:

$$E_3 = \frac{1}{2}Q_3V_b = \frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0R_3V_bV_b = \frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0R_3{V_b}^2$$

L’energia totale risulta quindi:

$$E_T = E_1+E_2+E_3 = -\frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}{V_b}^2+\frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0R_3{V_b}^2 = 2\pi\varepsilon_0{V_b}^2\left[R_3-\frac{R_1R_2}{(R_1-R_2)}\right]$$

Sostituendo numericamente:

$$E_T \cong 2\pi\cdot 8.85\times 10^{-12}\cdot 100^2\cdot\left[0.05-\frac{0.03\cdot 0.04}{(0.03-0.04)}\right] \cong 9.5\times 10^{-8}J \equiv 95\,nJ$$

La capacità del sistema può essere facilmente ricavata

Se il generatore viene scollegato, ma la sfera centrale rimane a massa, sappiamo che sulla sfera esterna rimane una carica netta pari a $1.33\,nC + 0.556\,nC = 1.886\,nC$. Come prima, per il teorema di Gauss la carica sulla sfera interna e sulla superficie interna del guscio dovranno essere uguali e contrarie:

$$Q_2{}' = -Q_1{}', \quad Q_2{}' + Q_3{}' = 1.886\,nC \quad \rightarrow \quad -Q_1{}' + Q_3{}' = 1.886\,nC$$

Il potenziale a cui si porta il guscio deve anche sodisfare la relazione per il potenziale di una sfera, come prima:

$$V_2{}' = \frac{Q_3{}'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_3} \quad \rightarrow \quad Q_3{}' = 4\pi\varepsilon_0 R_3 V_2{}'$$

Allo stesso tempo, deve valere la relazione per il potenziale tra le due sfere:

$$V_2{}' = -\int_{R_1}^{R_2} \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{dr} = -\frac{Q_1{}'}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1{}'}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right] \quad \rightarrow \quad Q_1{}' = 4\pi\varepsilon_0 V_2{}'\left[\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right]$$

Sfruttando le due relazioni si trova:

$$-Q_1{}' + Q_3{}' = -4\pi\varepsilon_0 V_2{}'\left[\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right] + 4\pi\varepsilon_0 R_3 V_2{}' = 1.886\,nC$$

Risolvendo rispetto al potenziale si ha infine:

$$V_2{}' = 1.886\,nC\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_3 - \left[\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right]} \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{0.05 - \left[\frac{0.03 - 0.04}{0.03 \cdot 0.04}\right]} \cong 2\,V$$