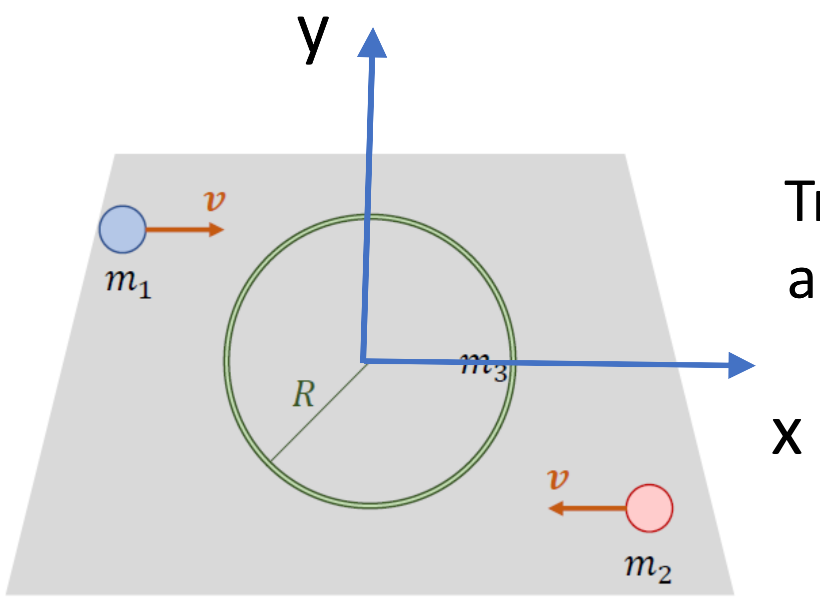
a) Calcolare la velocità del centro di massa dopo l'urto

In assenza di vincoli si conserva la quantità di moto totale del sistema

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} + m_3\vec{v}_{3i} = (m_1 + m_2 + m_3)\,\vec{v}_{CMf} \rightarrow$$
$$\rightarrow m_1 v_{1i}\hat{\imath} + m_2 v_{2i}\hat{\imath} + m_3 v_{3i}\hat{\imath} = (m_1 + m_2 + m_3)\,v_{CMf}\hat{\imath}$$

$$v_{CMf} = \frac{m_1 v_{1i} - m_2 v_{2i}}{(m_1 + m_2 + m_3)} = 1{,}20\, m/s$$



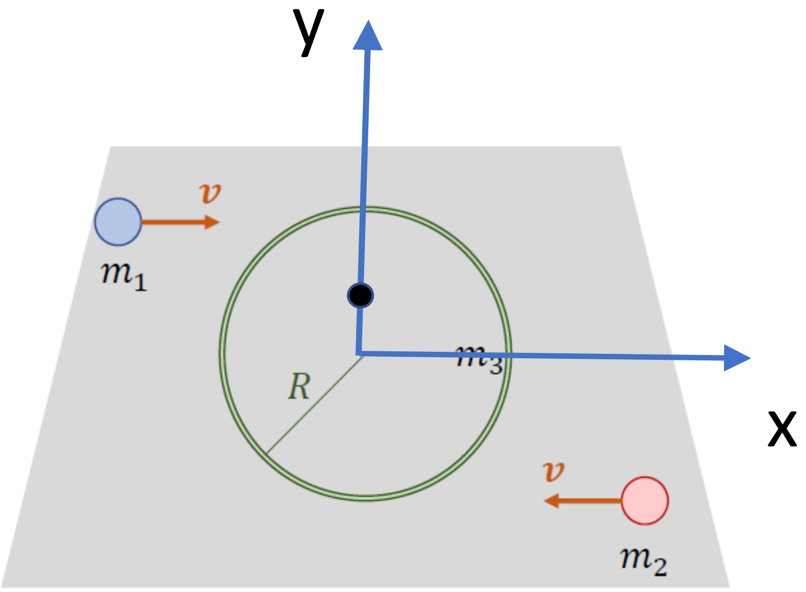
Trovo le coordinate del centro di massa del sistema nel piano al momento dell'urto. Tutte le masse hanno coordinata x = 0. Quindi $x_{CM} = 0$. Per ciò che concerne la y applico la definizione di centro di massa:

$$y_{CM} = \frac{m_1 R - m_2 R}{(m_1 + m_2 + m_3)} = 9\ cm = 0{,}09\ m$$

b) Calcolare la velocità angolare del sistema dopo l'urto

In assenza di vincoli e con solo forze interne presenti (definizione di urto) si conserva il momento angolare rispetto a qualunque polo. Sappiamo che il baricentro trasla (a causa della conservazione della quantità di moto)! Il moto di un corpo rigido può sempre essere pensato come una rotazione più una traslazione istantanee. In questo caso, poiché il moto del baricentro trasla costantemente, il moto del sistema sarà una traslazione del baricentro più una rotazione attorno ad esso. Dobbiamo quindi determinare come ruota il sistema attorno al suo centro di massa. Comincio a determinare il momento angolare del sistema rispetto al baricentro immediatamente prima dell'urto. L'anello è fermo per cui non dà contributo.

$$\vec{L}_i = (R - y_{CM})\hat{\jmath} \times m_1 v_1 \hat{\imath} + (-R - y_{CM})\hat{\jmath} \times m_2 v_2 \hat{\imath} = -1{,}68\,\hat{k} Ns - 0{,}78\,\hat{k}\ Ns = -2{,}46\,\hat{k}\ Js$$



Dove l'asse z è uscente dal piano e diretto verso l'alto.

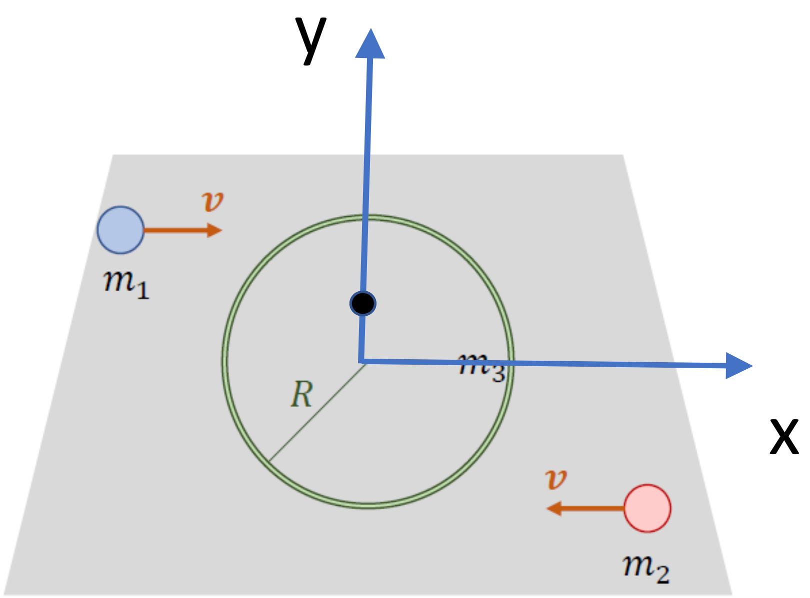
Dopo l'urto il sistema ruoterà attorno al centro di massa con momento angolare $\vec{L}_i$. Dobbiamo calcolare il momento di inerzia del sistema attorno un un asse parallelo all'asse z e passante per il centro di massa del sistema.

b) Calcolare la velocità angolare del sistema dopo l'urto

$$I_{CM} = m_1(R - y_{CM})^2 + m_2(R + y_{CM})^2 + m_3R^2 + m_3y_{CM}^2 = 0{,}41\ kg\ m^2$$

Dove si è usata la definizione di momento di inerzia e il teorema di Steiner. Si ha:

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f = I_{CM}\vec{\omega} = -2{,}46\ \hat{k}\ Js \rightarrow \vec{\omega} = -6\ \hat{k}\ rad/s$$



Dove l'asse z è uscente dal piano e diretto verso l'alto.