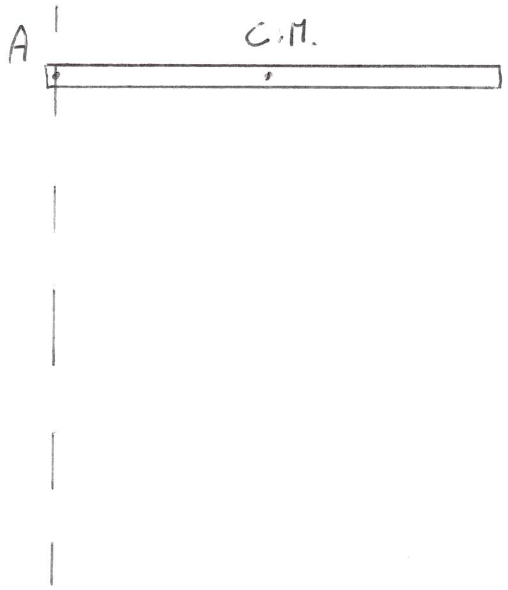
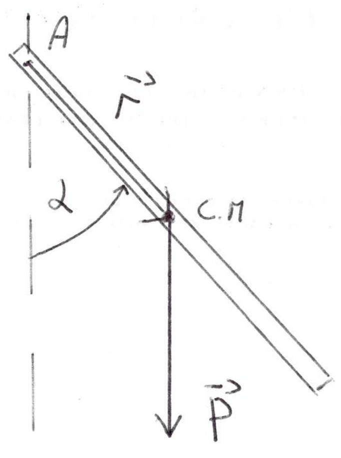
Problema 37.





$\vec r$: VETTORE POSIZIONE DEL C.M RISPETTO AL PERNO

a) $M_a = \frac{dL_a}{dt} \Rightarrow \vec r \times \vec P = I \frac{d^2\alpha}{dt^2} \Rightarrow -\frac{L}{2} mg \sin\alpha = \frac{1}{3} L^2 m \frac{d^2\alpha}{dt^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{3}{2} \frac{g \sin\alpha}{L}$

b) L'energia potenziale persa dal centro di massa è andata in energia cinetica di rotazione attorno al perno

$m \frac{L}{2} \cos(\alpha) \cdot g = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{3} m L^2 \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 \Rightarrow 3g \cos\alpha \frac{1}{L} = \omega^2 = \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2$

$\omega = \sqrt{\frac{3g \cos\alpha}{L}}$

c) Le forze in A si calcolano osservando il moto del baricentro. il baricentro ha un'accelerazione radiale e una tangenziale.

caso radiale. Abbiamo scelto come rotazioni positive quelle in senso antiorario.

$-F_r + mg\cos\alpha = -m \frac{L}{2} \omega^2 \Rightarrow F_r = -mg\cos\alpha - m\frac{3}{2} g\cos\alpha =$

$= -\frac{5m}{2} g \cos\alpha$ dove il segno - sta ad indicare che la forza è diretta dal CM ad A

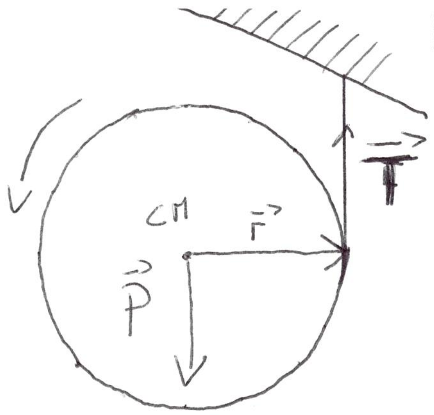
caso tangenziale

$= \frac{L}{2} \frac{d^2\alpha}{dt^2}$

$F_t - mg \sin\alpha = -\frac{3}{2} \frac{g \sin\alpha}{L} \frac{L}{2} \Rightarrow F_t = mg \sin\alpha - \frac{3}{4} mg\sin\alpha = \frac{1}{4} mg\sin\alpha$

dove il segno + sta ad indicare che F_t è opposta alla componente del peso perpendicolare all'asta.

Problema 38



In questo caso non c'è un polo fisso

Valgono comunque la prima e la seconda eq. cardinali della meccanica.
Per la seconda si sceglie come polo il baricentro.

Abbiamo: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_{cM}$

$\vec{M}_{e\,cM} = \frac{d\vec{L}_{ext}}{dt}$ ~~Poiché la rotazione avviene attorno ad un asse che passa x il CM.~~

$\vec{M}_{e\,cM} = \vec{r} \times \vec{T} = rT\,\hat{\imath}$ dove ho scelto asse x ~~vs~~ perpendicolare al foglio e con verso uscente

ho un momento delle forze esterne costante che mette in rotazione lo yoyo attorno all'asse x

Le 2 equazioni cardinali diventano $\begin{cases} mg - T = ma_{cM} \\ rT = I\alpha \end{cases}$ ed ho che $\alpha r = a_{cM}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} mg - T = ma_{cM} \\ rT = \frac{1}{2}mr^2\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg - T = ma_{cM} \\ rT = \frac{1}{2}m r a_{cM} \end{cases} \Rightarrow mg = \frac{3}{2}ma_{cM}$

$\Downarrow$

$a_{cM} = \frac{2}{3}g = 6{,}54\ m/s^2$

$h = \frac{1}{2}a_{cM}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a_{cM}}} = \sqrt{\frac{1}{6{,}54}} = 0{,}39\,s$

$T = \frac{1}{2}ma_{cM} = 0{,}327\ N$