

## Soluzione problema 16

a) L'accelerazione del corpo è data da:

$$a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) = -\omega^2 \cdot x(t), \quad \text{da cui si ricava che per } x = 0.5 \text{ m l'accelerazione vale } a = -5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2. \quad \text{La forza agente sul corpo è data da } F = ma = -5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

b) L'espressione dell'accelerazione ricavata al punto a) ci dice che per  $x$  positivi l'accelerazione, e quindi la forza, è negativa. Quando  $x$  è negativo la forza è positiva. In entrambi i casi la forza è diretta verso l'origine.

c)  $v(t) = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$ , l'energia cinetica è data da

$$E_k(t) = \frac{1}{2} m \cdot v(t)^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \phi) = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot [1 - \cos^2(\omega \cdot t + \phi)] = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot [A^2 - x^2] = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

d) La forza  $F$  è conservativa.

$$U(\infty) - U(2) = 0 - U(2) = \int_{\infty}^2 -\frac{K}{x^2} dx = \left[ \frac{K}{x} \right]_{\infty}^2 = \frac{K}{2} \rightarrow U(2) = -\frac{K}{2} = -5 \text{ J}$$

e) Il lavoro della forza è pari alla variazione dell'energia cinetica

$$W = \int_2^1 -\frac{K}{x^2} dx = \left[ \frac{K}{x} \right]_2^1 = \frac{K}{2} = \frac{1}{2} m v^2(1) - \frac{1}{2} m v^2(2) = \frac{1}{2} m v^2(1) \rightarrow v = \sqrt{\frac{K}{m}} = 10 \text{ m/s}$$

## Soluzione Problema 17

a)  $Mg = kz \rightarrow k = 981 \text{ N/m}$

b)  $x(t) = x(0) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) = 0.05 \cos(9.9t)$

c)

$$x(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi\right) \quad v(t) = -A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi\right)$$

$$x(0) = A \cos(\varphi) \quad v(0) = -A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin(\varphi) \quad \tan(\varphi) = -\frac{v(0)\sqrt{M}}{x(0)\sqrt{k}} = -1.11 \text{ rad} = -63.6^\circ \quad A = 0.11 \text{ m}$$

Altra soluzione del punto c)

$$x(t) = x(0) \cos(\omega t) + \frac{v(0)}{\omega} \sin(\omega t); \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

### 1. Domanda 1

La risposta corretta è **“Il momento angolare e l’energia cinetica sono costanti”**. L’energia cinetica è uno scalare che dipende da  $v^2$  ed  $m$ , ed essendo  $v^2 = cost$  certamente si conserva. Il momento angolare è un vettore,  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ , e in questo caso ha modulo, direzione e verso costanti, e quindi si conserva. La quantità di moto  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ , invece, non si conserva, in quanto il vettore velocità ha sì modulo costante,  $|\mathbf{v}| = cost$ , ma non la direzione, e quindi  $\mathbf{v}$  non è costante.