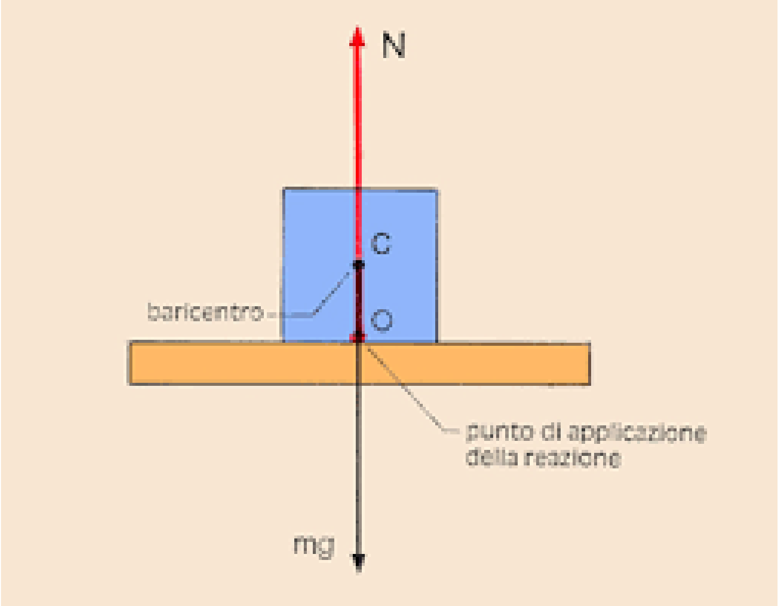
Forze di contatto e forze vincolari



Le forze macroscopiche esercitate dai vincoli attraverso il contatto non sono quindi forze elementari o fondamentali, piuttosto sono la somma di moltissime forze che si esercitano a livello molecolare. Come abbiamo già detto esse hanno piccolo raggio d'azione: se si allontanano tra loro i due corpi anche a distanze piccolissime dal punto di vista macroscopico (dell'ordine dei diametri molecolari), la forza si annulla (in altre parole i due corpi non interagiscono più).

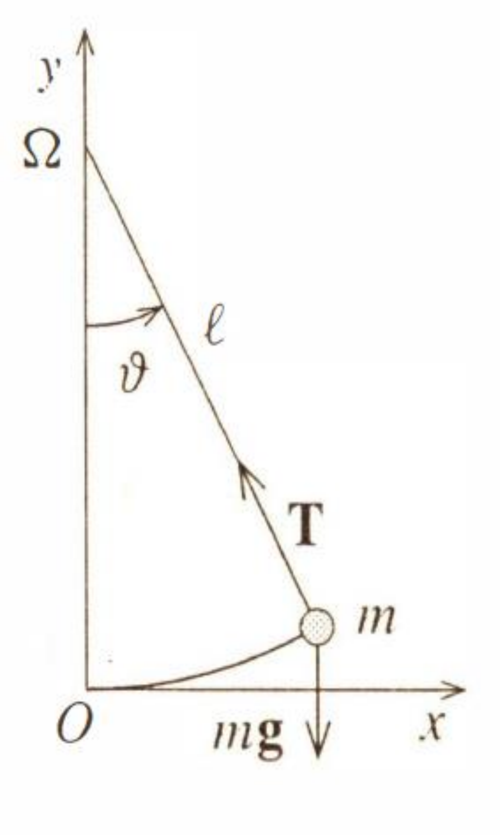
Forze di contatto e forze vincolari

In pratica si usano queste forze per costringere un corpo a muoversi solo in determinati modi: ad esempio il tavolo da bigliardo costringe le palle a muoversi su di un piano orizzontale nell'area delimitata dalle sponde, le rotaie costringono il treno a percorrere una determinata traiettoria, e così via. Si parla in questi casi di *vincoli*, impedimenti cioè al moto. I vincoli possono impedire il moto da un solo lato o da entrambi i lati e si dicono rispettivamente unilaterali e bilaterali. Un piano d'appoggio è un vincolo unilaterale perché non impedisce ai corpi appoggiati di staccarsene e muoversi liberamente senza toccarlo. La rotaia di un treno è unilaterale, ma quella di un otto volante è bilaterale: la carrozza non può staccarsi dalla rotaia.

Le forze esercitate dai vincoli generalmente non sono note a priori: esse dipendono infatti dalle altre forze agenti e dal moto del corpo.

L'unico modo per conoscere le forze vincolari è quindi quello di calcolarle conoscendo il moto e le altre forze agenti.

Forze di contatto e forze vincolari: esempio la tensione nel pendolo



Nel pendolo la massa risente di una forza centripeta

$$F_c = -m\,\frac{v^2}{\ell}$$

Tale forza è la risultante della reazione del filo più la componente della forza peso lungo il filo

$$-T + mg\cos\vartheta = -m\,\frac{v^2}{\ell}$$

La tensione è sempre perpendicolare al moto, quindi l'unica forza che compie lavoro è la forza peso che è una forza conservativa

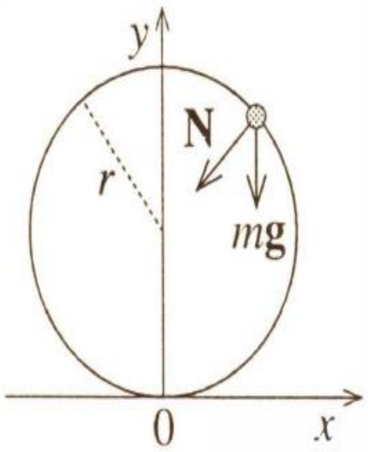
$$mgy_0 = mgy + \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad mv^2 = 2mg(y_0 - y)$$

Da qui in poi è solo algebra e geometria

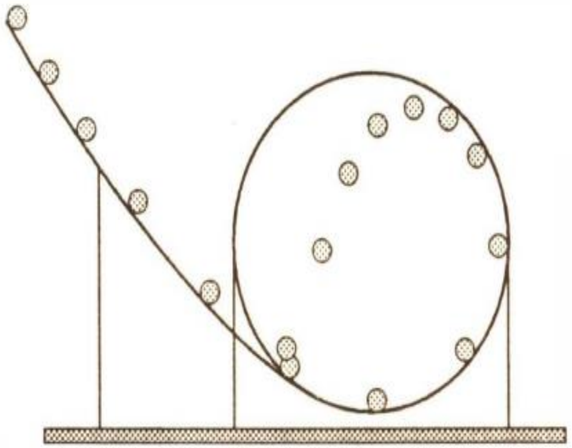
$$y = \ell(1 - \cos\vartheta), \qquad y_0 = \ell(1 - \cos\vartheta_0) \longrightarrow y_0 - y = \ell(\cos\vartheta - \cos\vartheta_0)$$

$$mv^2 = 2mg\ell(\cos\vartheta - \cos\vartheta_0) \quad \Rightarrow \quad T = mg(3\cos\vartheta - 2\cos\vartheta_0)$$

Forze di contatto e forze vincolari: esempio la rotaia circolare



(a)



(b)

Anche in questo caso la componente radiale delle forze agenti sulla pallina deve essere uguale alla forza centripeta necessaria. Questa componente radiale è data dalla somma di N e della componente radiale del peso. Quest'ultima è massima in modulo nel punto più alto della traiettoria.

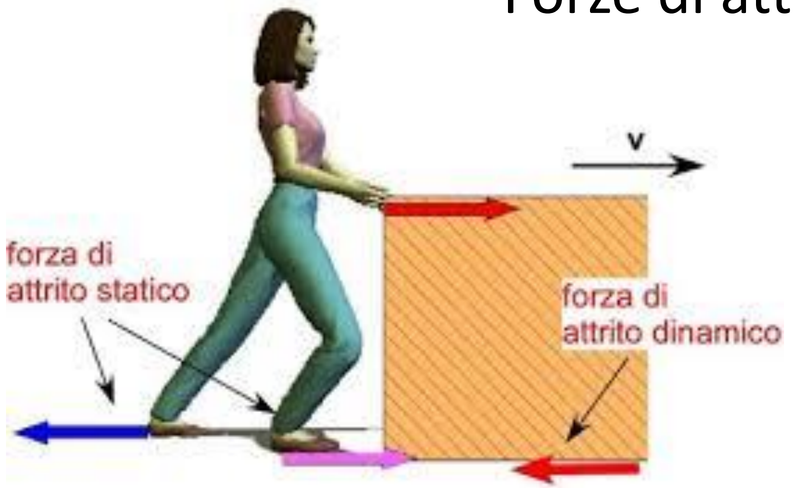
$$N + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Downarrow$$

$$N = m(v^2/r - g) \; .$$

La condizione di non distacco è $N > 0$, cioè $v^2 > gr$.

Forze di attrito: attrito radente (tra superfici secche)

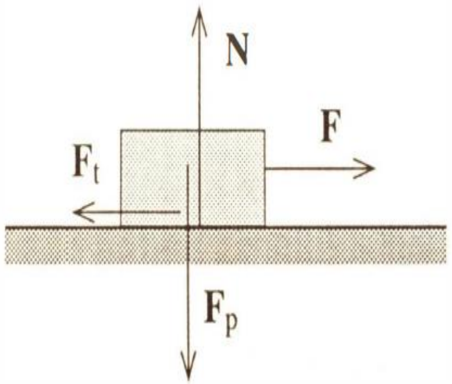


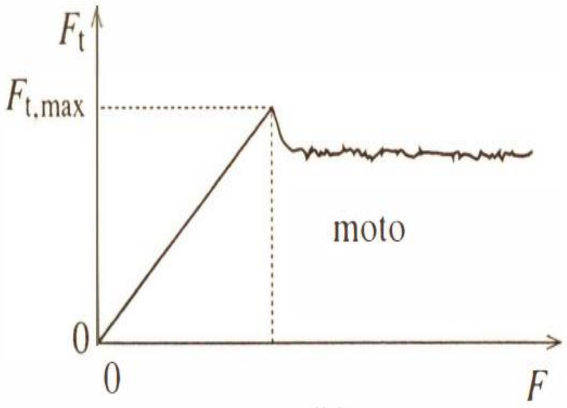
Moto in presenza di attrito: le scarpe fanno attrito statico, la scatola attrito dinamico.

Trattiamo le forze di attrito in modo fenomenologico, fornendo le leggi che le governano ma senza tentare una spiegazione troppo rigorosa delle stesse.

Si osserva che la forza necessaria per mettere in moto un corpo in presenza di attrito è (nella maggior parte dei casi) maggiore di quella necessaria per mantenerlo in moto.

Le forze di attrito statico e dinamico sono proporzionali alla reazione normale $\vec{N}$ del piano di appoggio e indipendenti dall'area del corpo a contatto.





La reazione di un piano di appoggio in genere ha una componente normale e una tangenziale che è la forza di attrito

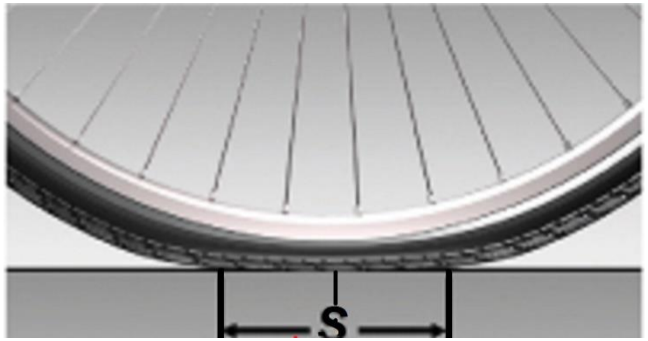
Caso statico: $\mathbf{F}_t = -\mathbf{F}$ $\quad F_{t,max} = \mu_s N$

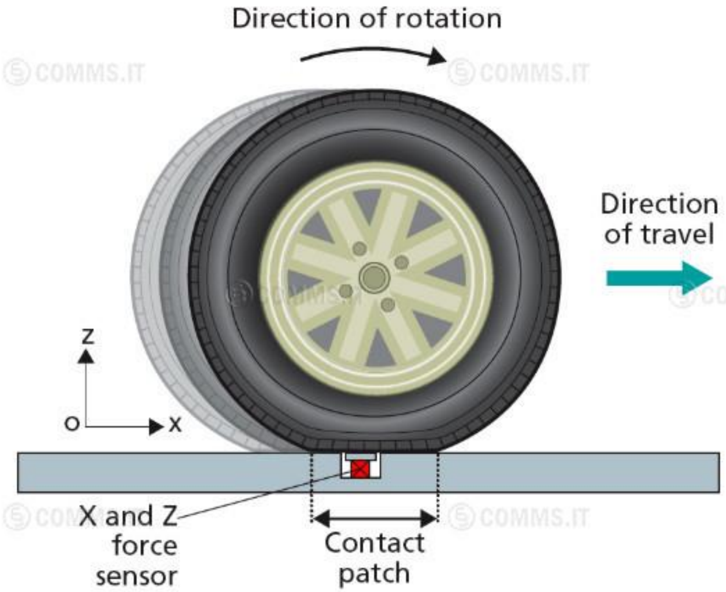
μ_s coefficient di attrito statico, adimensionale

Caso dinamico: $\mathbf{F}_t = -\mu_d N \mathbf{u}_v$

μ_d coefficient di attrito dinamico, adimensionale

Forze di attrito: attrito volvente





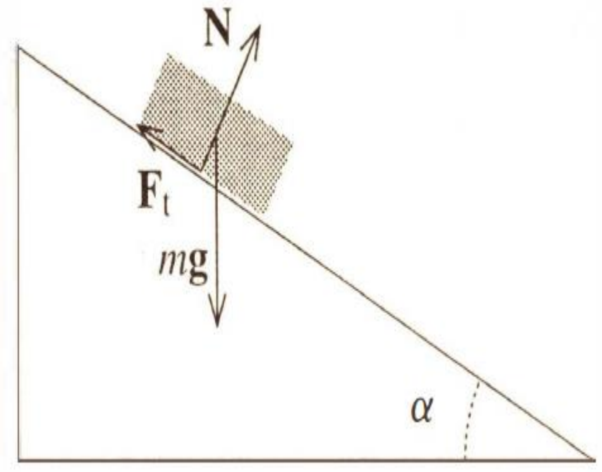
Tornando ai solidi, esiste un altro tipo d'attrito, quello per rotolamento. Consideriamo ad esempio un cilindro appoggiato ad un piano. Supponiamo di applicare una forza all'asse del cilindro, parallela al piano, per farlo rotolare. Supponiamo anche che nei punti della generatrice di contatto il cilindro non scivoli sul piano, a causa dell'attrito statico. Il rotolamento del cilindro è una rotazione attorno ad un asse istantaneo che è la generatrice di contatto. Rispetto ad esso la forza F applicata all'asse produce un momento $\tau = rF$, dove r è il raggio del cilindro. Si trova sperimentalmente che, per mantenere il rotolamento con velocità angolare costante, è necessario applicare un determinato momento τ, che risulta proporzionale al la forza normale N

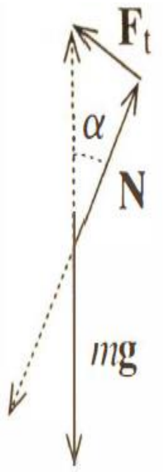
$$\tau = \gamma N \quad (3.5.4)$$

Il momento applicato è uguale e contrario ad un momento, dovuto al vincolo, chiamato *momento d'attrito volvente*. Il coefficiente d'attrito volvente non è adimensionale, come si vede ha le dimensioni di una lunghezza.

Forze di attrito: esempi

Angolo di attrito





$$F_t = -mg \sin\alpha, \qquad N = -mg\cos\alpha$$

$$\tan\alpha \leq \mu_s$$

$$\alpha \leq \alpha_a = \arctan \mu_s$$

Lavoro positivo dell'attrito (più spesso fa lavoro negativo)