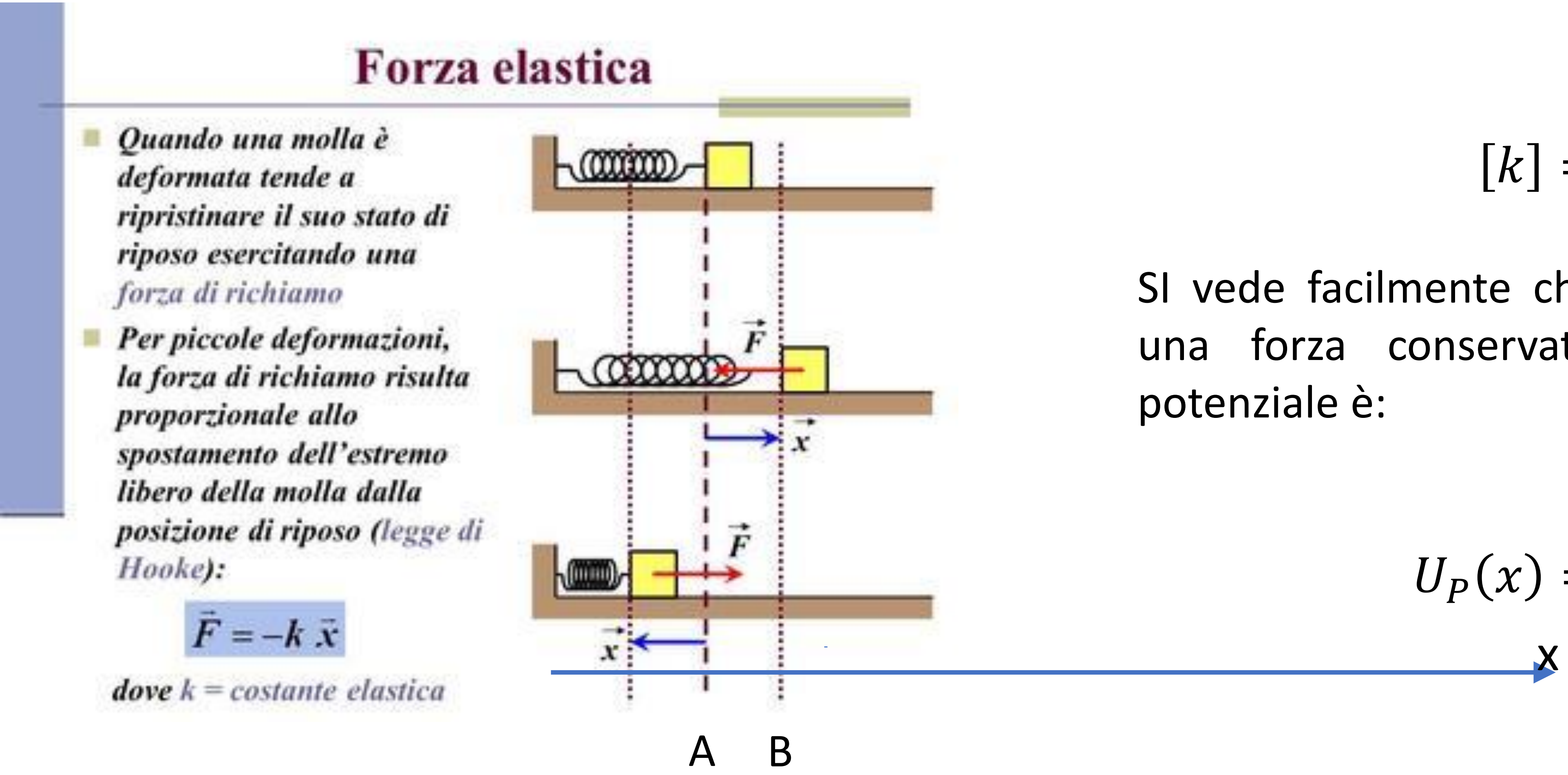
La forza elastica (molto diffusa in fisica, prima deviazione dall'equilibrio)



$$[k] = \frac{[N]}{[m]}$$

SI vede facilmente che la forza elastica è una forza conservativa la cui energia potenziale è:

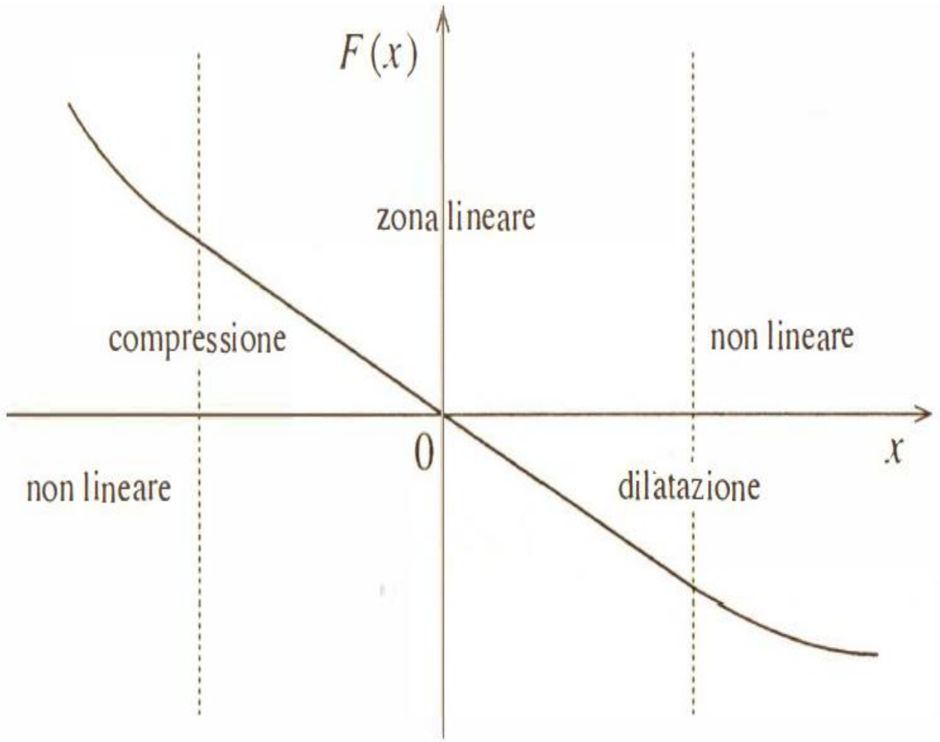
$$U_P(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

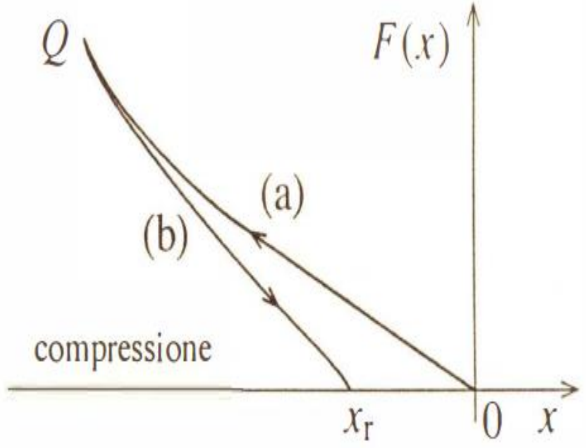
$$W = \int_{A:\Gamma}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{A:\Gamma}^{B} -kx\,dx = \left[-\frac{1}{2}kx^2\right]_A^B = \frac{1}{2}k(x_A^2 - x_B^2) = U_P(A) - U_P(B)$$

Lavoro della forza elastica tra due punti A e B

La forza elastica

I corpi possono subire: deformazioni elastiche (reversibili)
deformazioni plastiche (irreversibili)





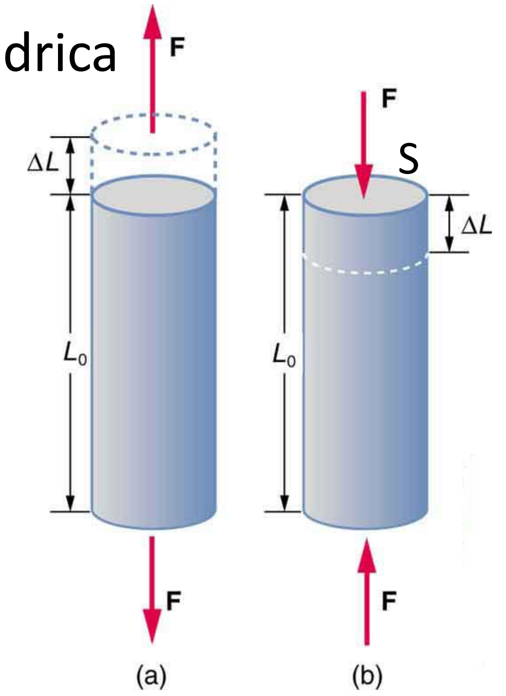
Nella deformazione di un solido dopo la deformazione lineare, può esistere una deformazione non lineare reversibile seguita da una deformazione non lineare irreversibile

La forza elastica

TABELLA 3.1.1. Caratteristiche elastiche di alcuni materiali.

	Modulo di Young $10^{-10} \times E$	Limite elastico $10^{-7} \times L$	Carico rottura $10^{-7} \times CR$
Ferro	20	20	35
Acciaio	22	30	50–200
Rame	10	10	20–40
Piombo	1.5	1	1
Vetro	6	2.5	3–9
Caucciù	10^{-4}	10^{-4}	3×10^{-4}

Per misurarli si forgia il materiale a simmetria cilindrica



Modulo di Young

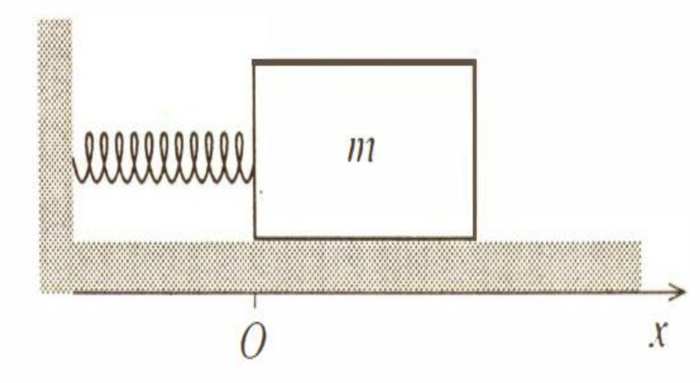
$$k = E\frac{S}{L_0}$$

Limite elastico

$$F_{max} = L \cdot S$$

CR: carico di rottura. Forza per unità di sezione alla quale sotto trazione la barra si rompe.

Il moto armonico



Trascuriamo gli attriti. La forza peso è perfettamente bilanciata dalla reazione del piano.
Immaginiamo che la massa si stia spostando verso le x positive. La forza elastica la richiama indietro. Dalla seconda legge di Newton ricavo l'equazione del moto:

$$-kx(t) = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} \qquad \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m}x(t) = 0 \qquad \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0$$

dove: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

Soluzione generale:

$$x(t) = a\cos\omega_0 t + b\sin\omega_0 t$$

oppure

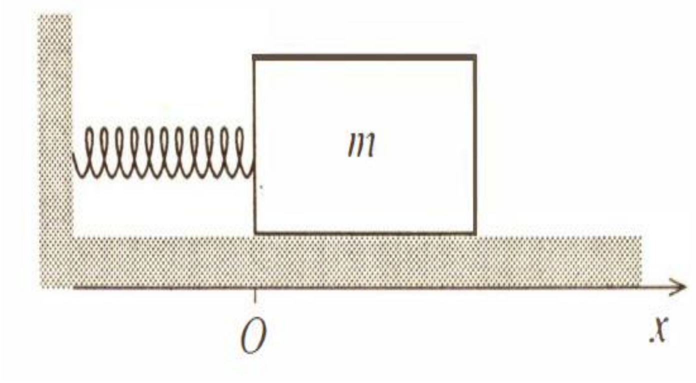
$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$$

La forza elastica è una forza conservativa per cui l'energia meccanica si conserva durante il moto

$$U_{\mathrm{tot}} = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\left(\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega_0^2 x^2\right) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2\left[\sin^2(\omega_0 t + \phi) + \cos^2(\omega_0 t + \phi)\right] = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2$$

L'energia dipende da A^2 e da ω_0^2

Il moto armonico: Energia cinetica media in un periodo



$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{f}$$

Si definisce periodico un moto che si ripete sempre uguale dopo un intervallo di tempo T, che si chiama periodo del moto.
La frequenza f è il numero di volte al secondo in cui il moto si ripete uguale a se stesso.

$$\langle U_K \rangle = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \frac{1}{2} m v^2 \, dt = \frac{1}{2T} m \int_t^{t+T} (-A\omega_0 \sin(\omega_0 t))^2 dt = \frac{1}{2T} m A^2 \omega_0^2 \int_t^{t+T} (\sin \omega_0 t)^2 dt =$$

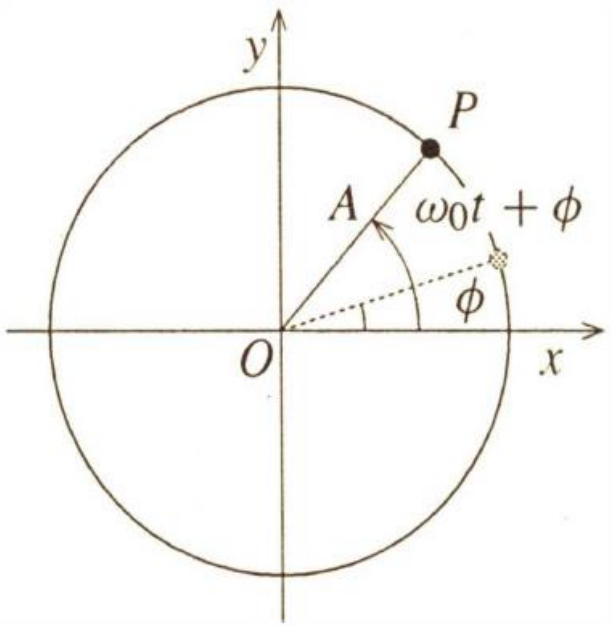
$$\frac{mA^2\omega_0^2}{4T}\int_t^{t+T} (\sin \omega_0 t)^2 dt + (\cos \omega_0 t)^2 dt = \frac{mA^2\omega_0^2}{4T}\int_t^{t+T} 1 dt = \frac{mA^2\omega_0^2}{4T} T = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} =$$

$$= \frac{1}{2} U_{tot}$$

Il moto circolare uniforme come composizione di due moti armonici

Come si vede, la proiezione del moto sull'asse x è il moto armonico

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi), \qquad y(t) = A\sin(\omega_0 t + \phi)$$



Gli argomenti ora svolti ci suggeriscono la rappresentazione grafica del moto armonico mostrata in figura 3.2.3. L'asse x dà un riferimento arbitrario rispetto al quale il vettore **A** ruota con velocità angolare uniforme ω_0 (la pulsazione del moto armonico da rappresentare). Il vettore **A** ha modulo A (l'ampiezza del moto armonico) e angolo iniziale ϕ (la fase iniziale). L'angolo rispetto all'asse di riferimento al tempo t generico è quindi $\omega_0 t + \phi$ (la fase del moto armonico). La componente del vettore rotante **A** sull'asse di riferimento è il nostro moto armonico.

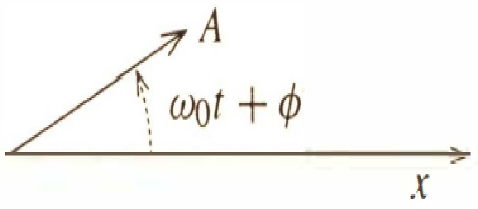


FIGURA 3.2.3