



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

# Meccanismi radiativi & magnitudini

Argomento 3

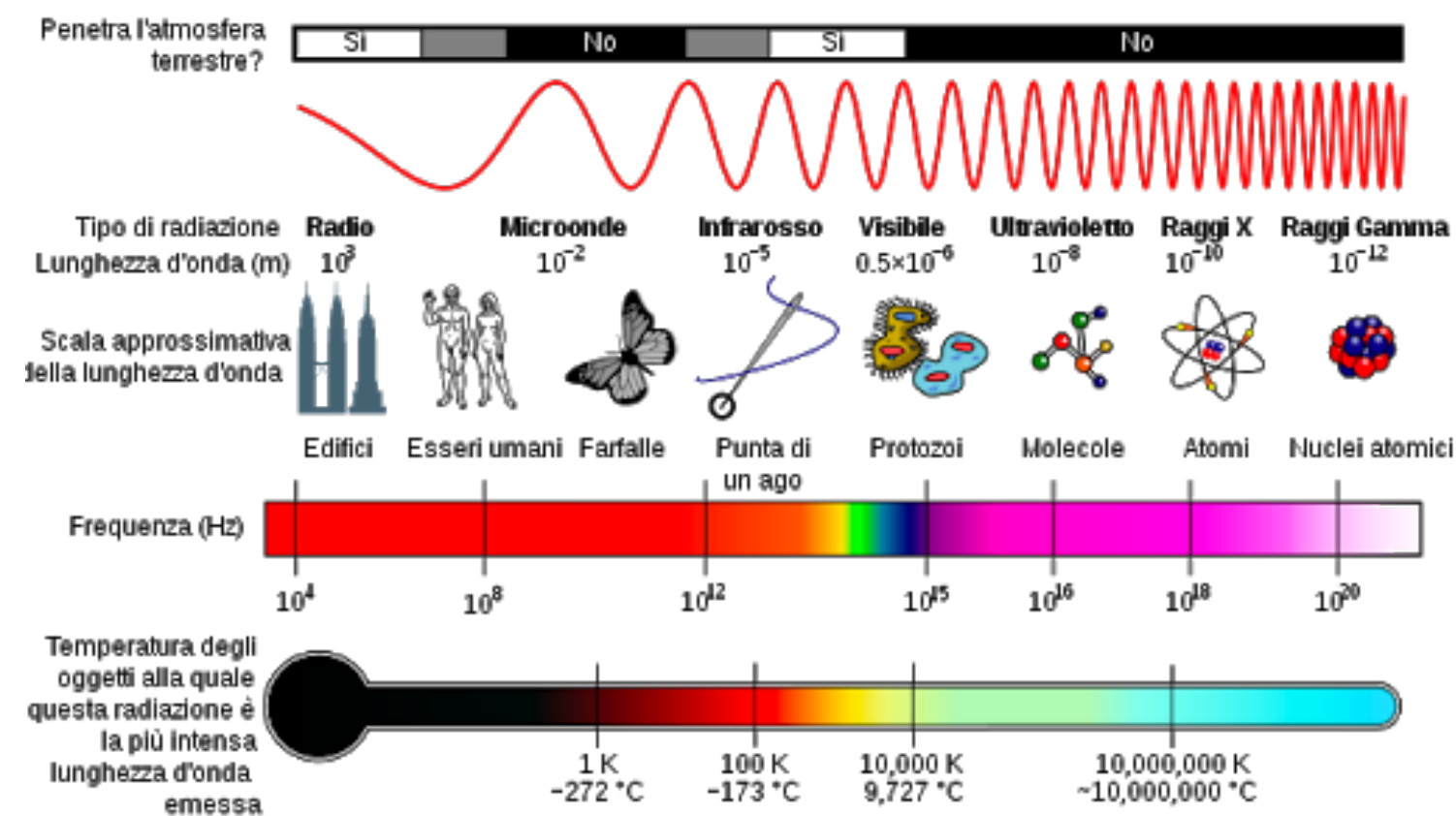
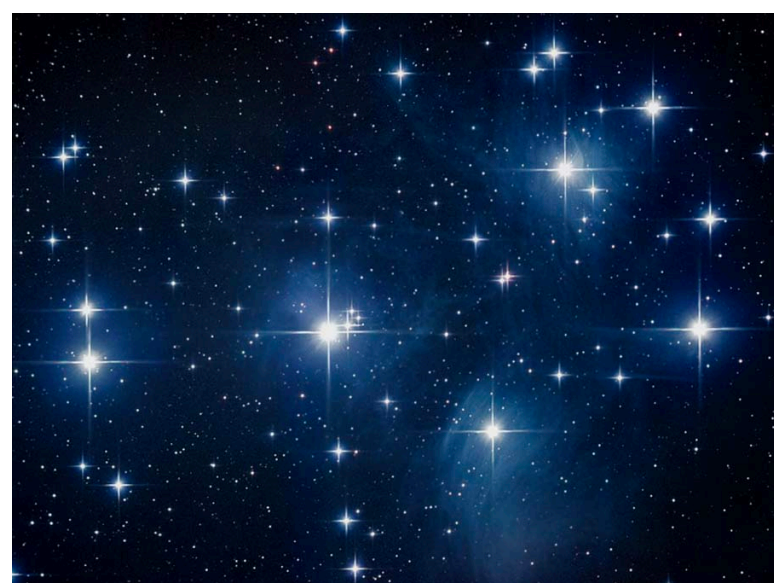
Materiale da

Cap. 4&5 “Fundamental Astronomy” edition, by H. Karttunen, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner



# Radiazione elettromagnetica

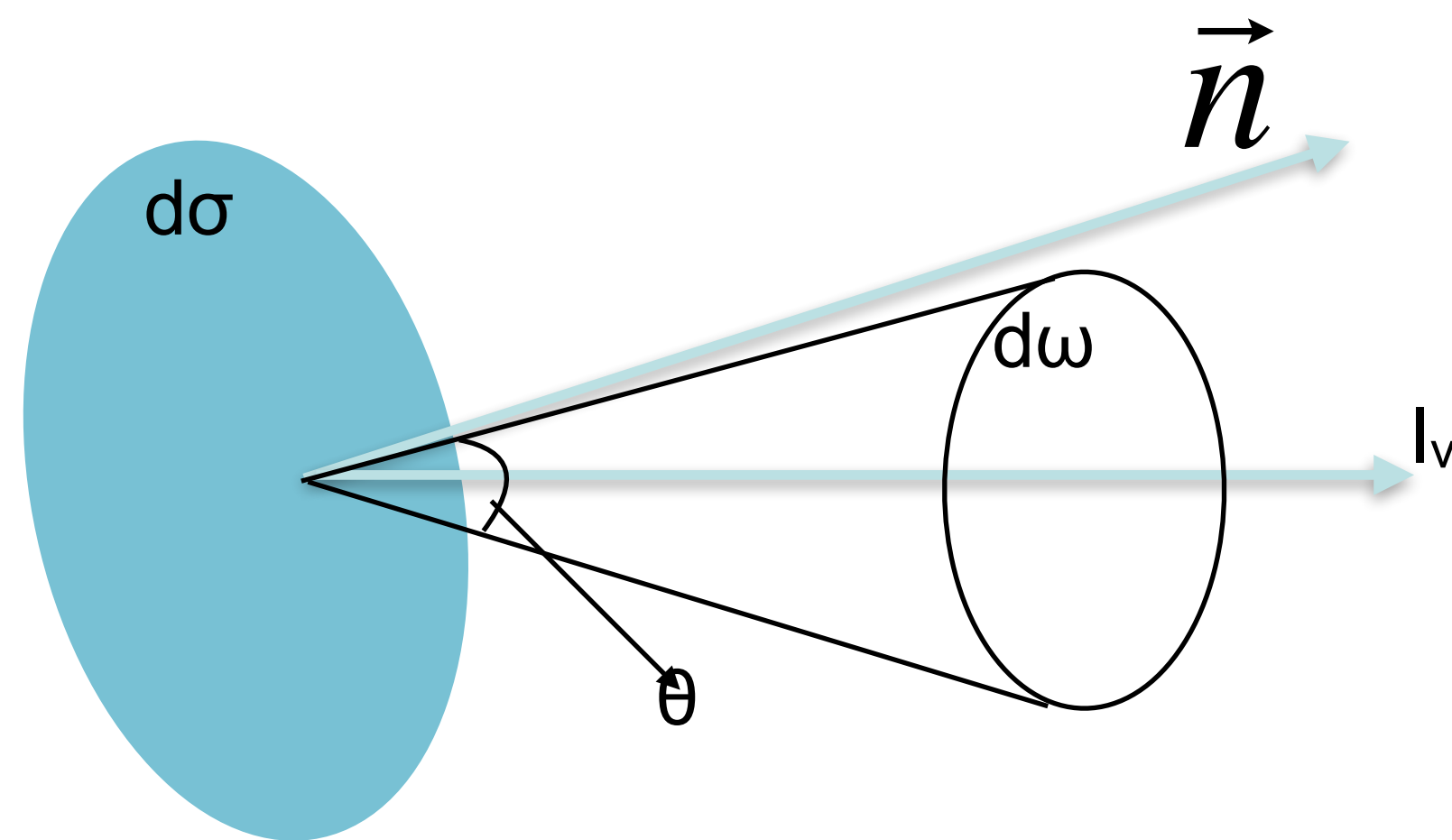
Fino a 2-5 anni fa, la maggior parte dell'informazione utilizzata dall'astronomia viaggiava su onde elettromagnetiche:



(Negli ultimi anni si è sviluppata l'astronomia multi-messenger: si utilizzano anche onde gravitazionali e particelle)

Trascuriamo la possibilità di un mezzo refrattivo; la radiazione elettromagnetica viaggia nel vuoto, perciò:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad , \quad d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu = -\frac{\lambda^2}{c} d\nu$$



L'energia specifica emessa da una sorgente nell'unità di tempo nell'intervallo di frequenze  $d\nu$ , da una superficie infinitesima  $d\sigma$  entro l'angolo solido  $d\omega$  in una direzione che forma un angolo  $\theta$  con la normale  $\mathbf{n}$  è data da

$$dE_\nu = I_\nu \cos\theta d\sigma d\nu dt d\omega$$

$\cos\theta d\sigma =$  proiezione di  $d\sigma$  visto dalla direzione  $\theta$



$$I_\nu = \frac{dE_\nu}{\cos\theta d\sigma d\nu dt d\omega}$$

L'**intensità totale** si definisce da quella specifica integrando su tutte le frequenze

L'intensità è una quantità non misurabile che si conserva, se non c'è assorbimento o emissione di fotoni tra la sorgente e l'osservatore

Si definisce **intensità specifica** e si misura in **erg cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> ster<sup>-1</sup> Hz<sup>-1</sup>**

Definisce la **surface brightness** dell'oggetto

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu$$

$$\frac{dI_\nu}{ds} = 0$$

La **surface brightness** dell'oggetto non dipende dalla distanza



La **densità di flusso specifica** uscente da una superficie  $d\sigma$  si ottiene integrando l'intensità specifica su tutte le direzioni:

$$F_\nu = \int_{\Omega} I_\nu(\varphi, \theta) \cos \theta d\omega = 2\pi \int_0^{\pi/2} I_\nu(\varphi, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

angolo solido in  
coordinate sferiche

E si misura in **erg cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> Hz<sup>-1</sup> (o Jansky)** [1Jy=10<sup>-23</sup> **erg cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> Hz<sup>-1</sup>]**

La **densità di flusso totale** si ottiene integrando quella specifica su tutte le frequenze:

$$F = \int_0^{\infty} F_\nu d\nu$$

E si misura in **erg cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>**

La densità di flusso è una quantità misurabile



La **luminosità specifica** si ottiene integrando la densità di flusso specifica su tutta la superficie emittente:

$$L_\nu = \int_S F_\nu dS = 4\pi R^2 F_\nu$$

(Supponendo sia una sfera); si misura in **erg s<sup>-1</sup>**  
**Hz<sup>-1</sup>**

La **luminosità totale** si ottiene integrando quella specifica su tutte le frequenze:

$$L = \int_0^\infty L_\nu d\nu = 4\pi R^2 F$$

si misura in **erg s<sup>-1</sup>**;  
si chiama anche potenza

# Legge inverso del quadrato della distanza

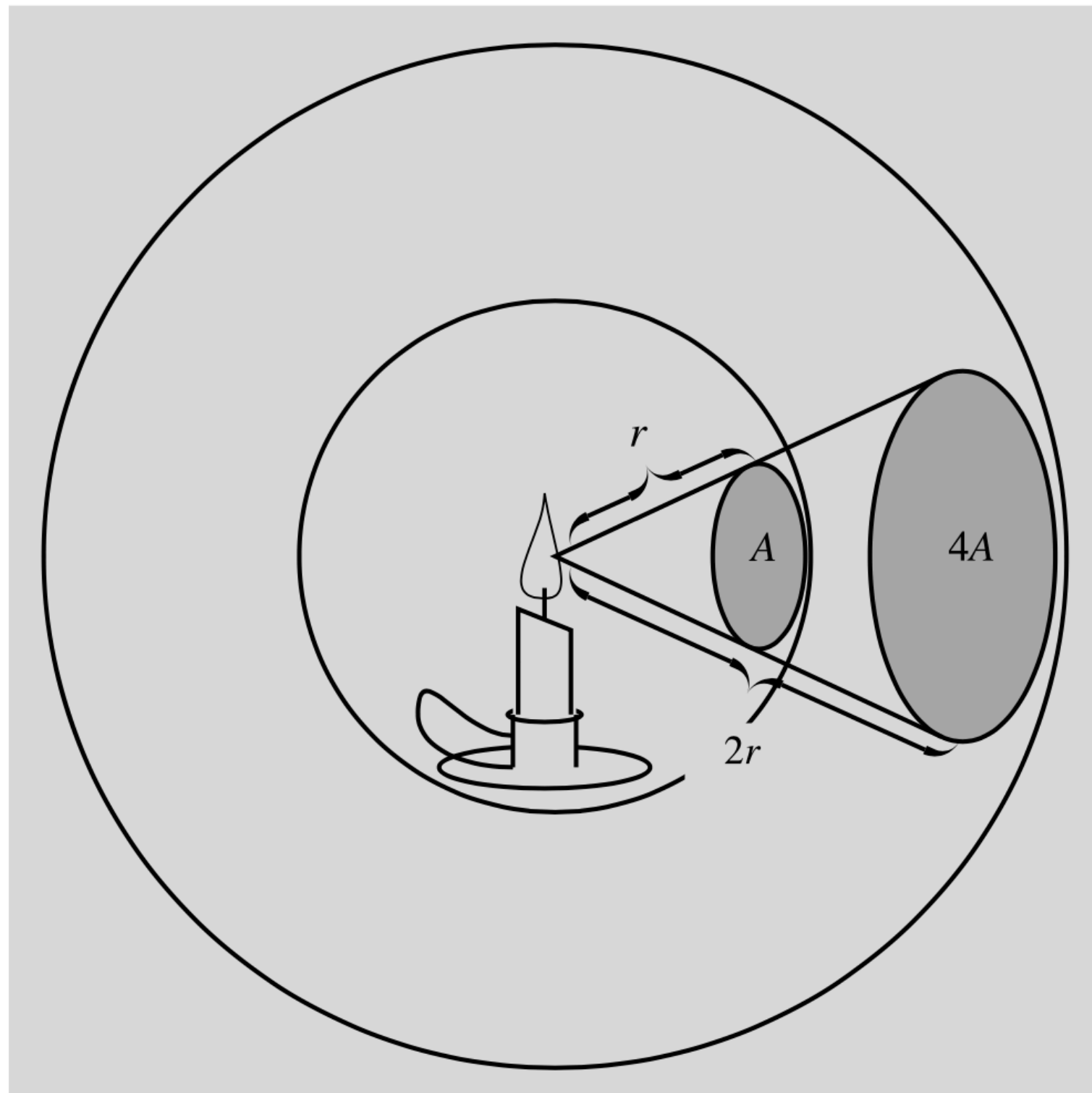
Supponiamo di avere una stella che irradia in maniera isotropa ( $I_v$  non dipende dalla direzione)

- La radiazione irradiata ad una distanza  $r$  si distribuirà su una sfera di raggio  $r$  e superficie  $4\pi r^2$
- Se il flusso che passa attraverso questa superficie è  $F$ , avremo che la luminosità totale è:

$$L = 4\pi r^2 F$$

- Se ci troviamo fuori dalla sorgente, per la conservazione dell'energia,  $L = \text{cost}$  (non dipende dalla distanza)

$$\Rightarrow F = \frac{L}{4\pi r^2}$$



Se c'è assorbimento/emissione di fotoni lungo la linea di vista:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -k_\nu I_\nu + j_\nu$$

Assorbimento                      Emissione

Equazione del trasporto radiativo

Coefficiente di assorbimento  $k_\nu$  e coefficiente di emissione  $j_\nu$

I coefficienti di assorbimento e di emissione tengono conto sia dei processi di assorbimento e emissione reali, sia della dispersione di radiazione (scattering). In effetti, lo scattering può essere considerato come un assorbimento che è immediatamente seguito dall'emissione di un fotone.





La profondità ottica lungo la linea di vista è definita come

$$\tau_v(s) = \int_{s_0}^s ds' \kappa_v(s')$$

Unendo questa con l'equazione del trasporto radiativo

$$\frac{dI_v}{d\tau_v} = -I_v + \frac{j_v}{\kappa_v} = -I_v + S_v$$

“Source function”

e integrando:

$$I_v(\tau_v) = I_v(0) \exp(-\tau_v) + \int_0^{\tau_v} d\tau'_v \exp(\tau'_v - \tau_v) S_v(\tau'_v)$$



$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)\exp(-\tau_\nu) + \int_0^{\tau_\nu} d\tau'_\nu \exp(\tau'_\nu - \tau_\nu) S_\nu(\tau'_\nu)$$

Questa equazione ha una semplice interpretazione. Se  $I_\nu(0)$  è l'intensità incidente, sarà ridotta per assorbimento ad un valore  $I_\nu(0)\exp(-\tau_\nu)$  dopo una profondità ottica di  $\tau_\nu$  ...

.... mentre il secondo termine tiene conto della radiazione aggiunta lungo la linea di vista



Per un corpo in equilibrio termico  $S_\nu$  dipende solo dalla temperatura:

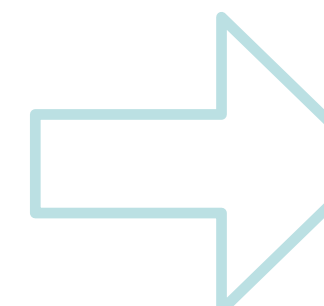
$$S_\nu = B_\nu(T)$$

Siccome  $S_\nu$  non dipende dal cammino ottico:

$$\begin{aligned} I_\nu(\tau_\nu) &= I_\nu(0)\exp(-\tau_\nu) + B_\nu(T) \int_0^{\tau_\nu} d\tau'_\nu \exp(\tau'_\nu - \tau_\nu) = \\ &= I_\nu(0)\exp(-\tau_\nu) + B_\nu(T) [1 - \exp(-\tau_\nu)] \end{aligned}$$

Se la profondità ottica è sufficientemente grande

$$\exp(-\tau_\nu) \rightarrow 0$$


$$I_\nu(\tau_\nu) = B_\nu(T)$$



Se immaginiamo una cavità mantenuta a temperatura costante  $T$ , dalle pareti opache, la radiazione sarà continuamente assorbita e riemessa, pertanto il cammino ottico sarà infinito

## *Corpo nero*

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1} \quad , \quad B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

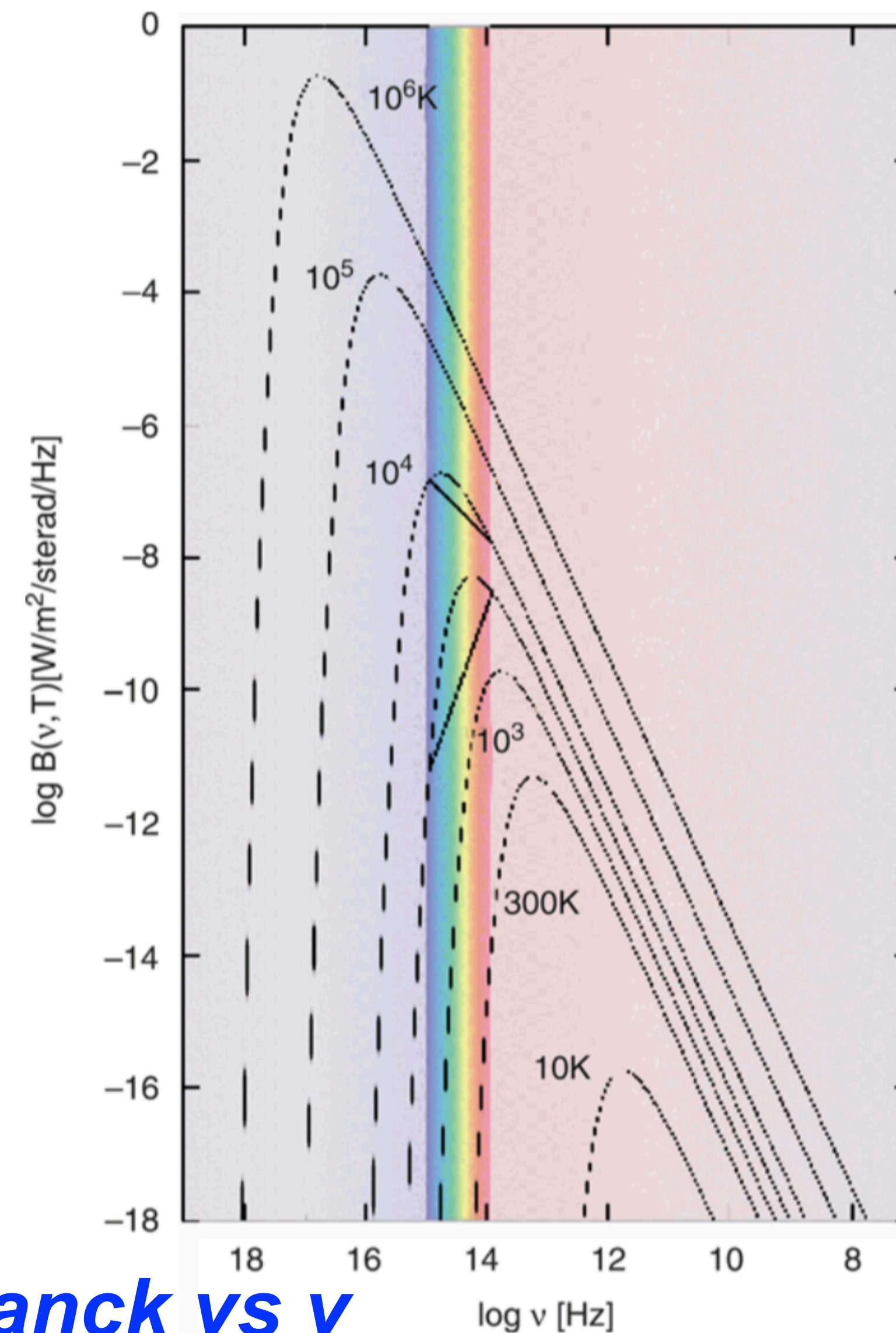
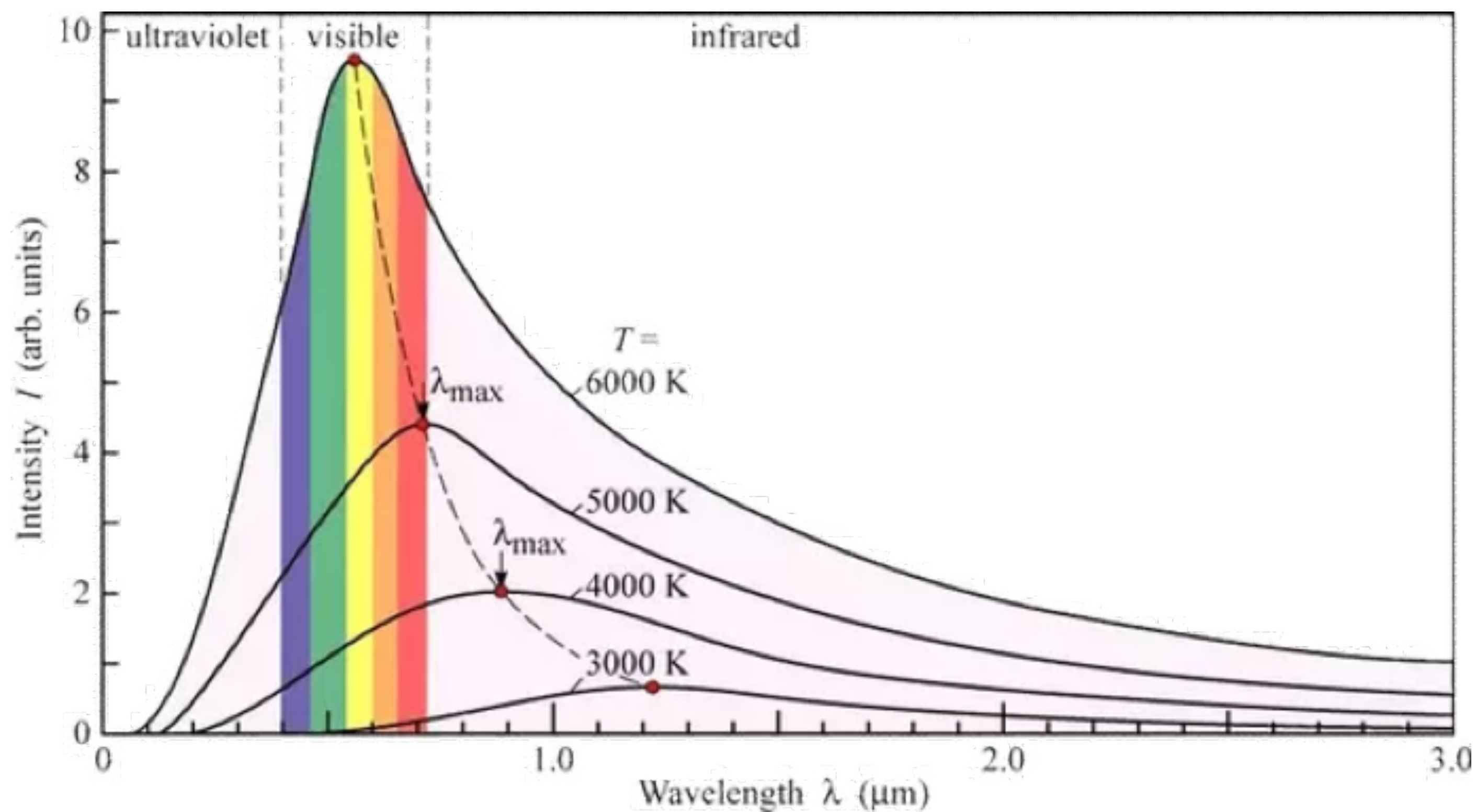
***Legge di Planck,  
determinata nel 1900***

dove  $B$  è l'irradianza spettrale,  $h$  la costante di Planck ( $h = 6.57 \times 10^{-27} \text{erg s}^{-1}$ ), e  $k$  è la costante di Boltzmann ( $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{erg/K}$ ).

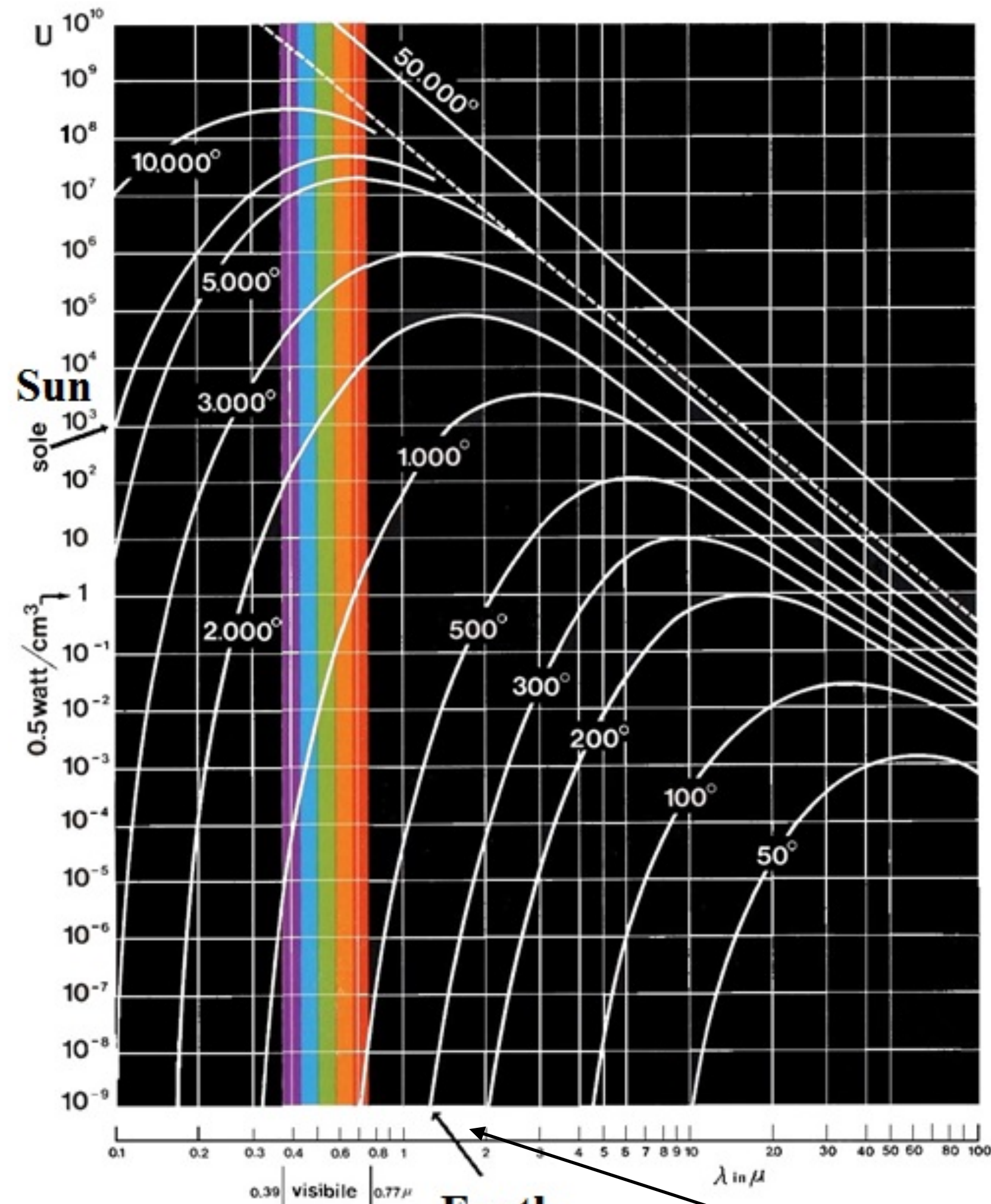
$B_{\lambda}$  (o  $B_{\nu}$ ) quindi esprime la radianza per unità di superficie per unità di tempo per unità di banda nell'angolo solido unitario (cioè per steradiante). Nel sistema cgs è quindi in  $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{\AA}^{-1}$ , o in  $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ .



## Legge di Planck vs $\lambda$



## Legge di Planck vs $\nu$

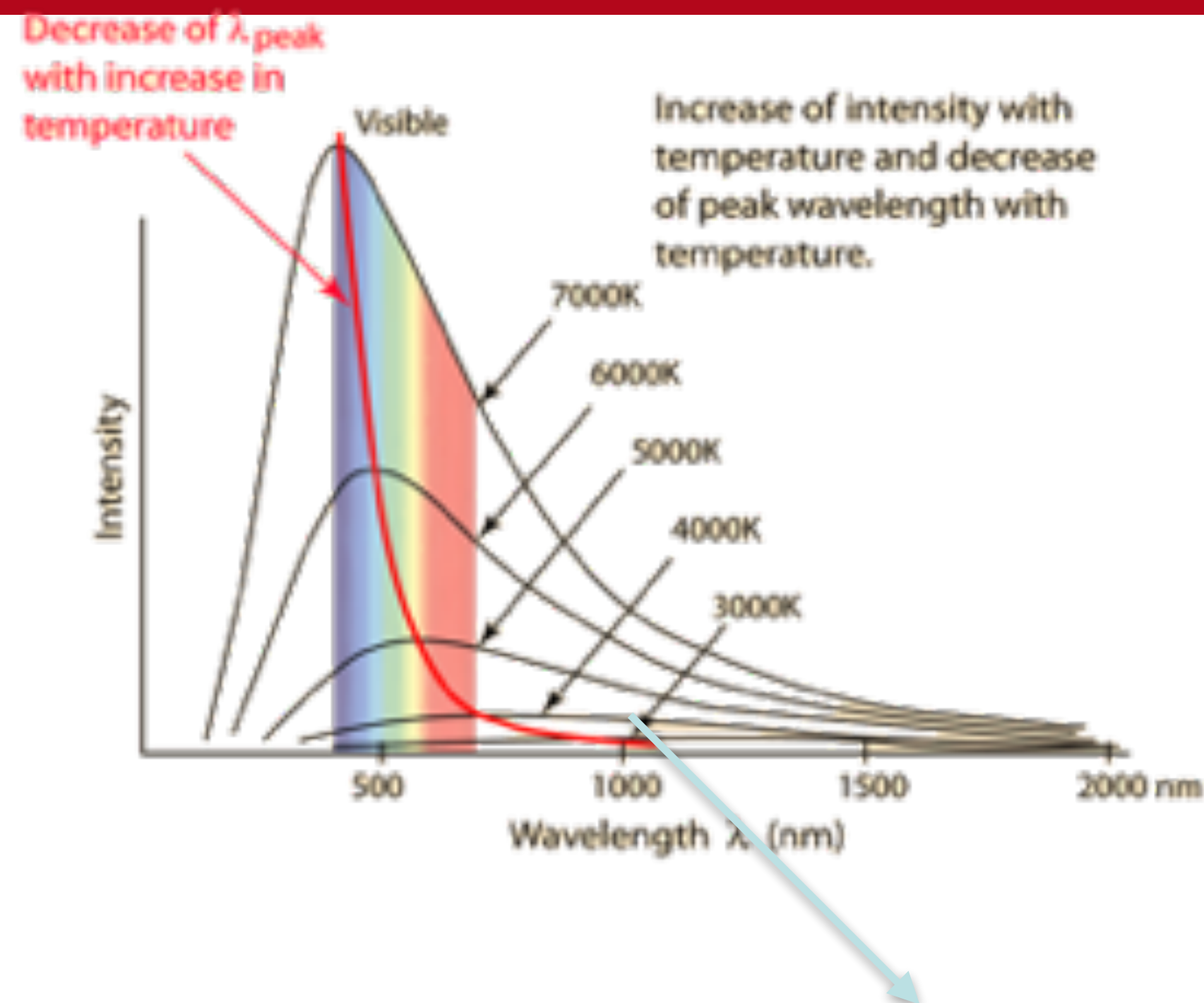
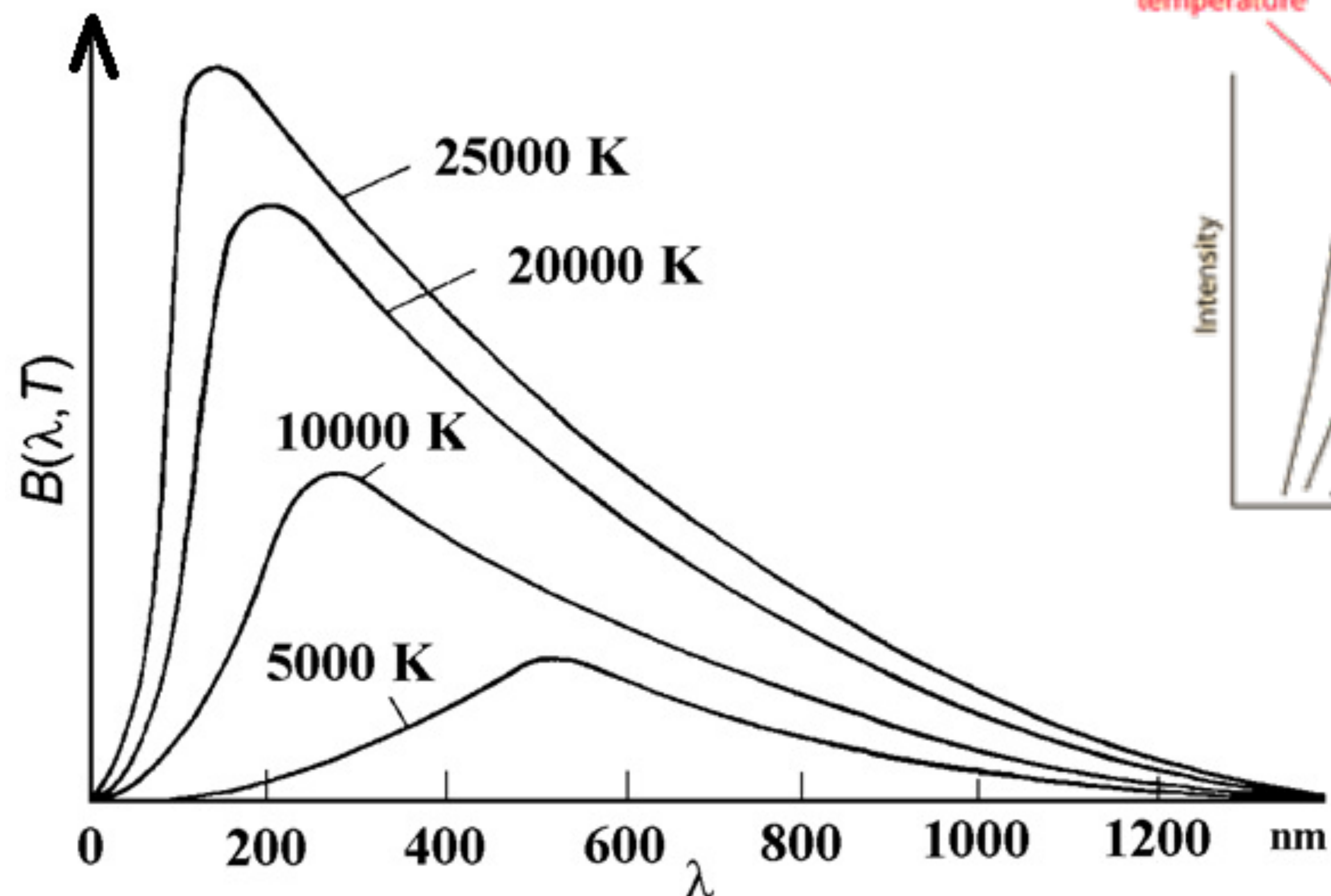


Legge di Planck in scala  
bi-logaritmica

Earth  
Corpo umano da  
queste parti



# Corpo nero



Se  $T = 10^4$  K allora  $\lambda_{\max} = 2900$  A  
(nell'ultravioletto, invisibile dalla Terra a causa del taglio atmosferico)

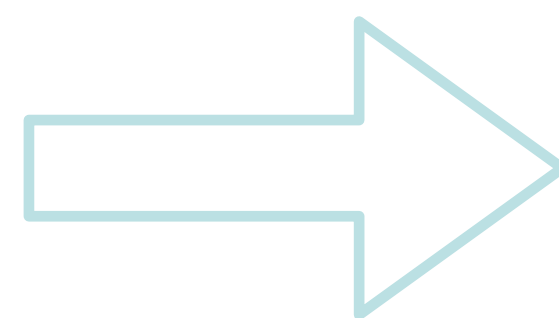
In scala lineare è chiaro come si sposta il picco in funzione della temperatura  $T$  (legge di Wien):

$$\lambda_{\max} T = \text{const}$$

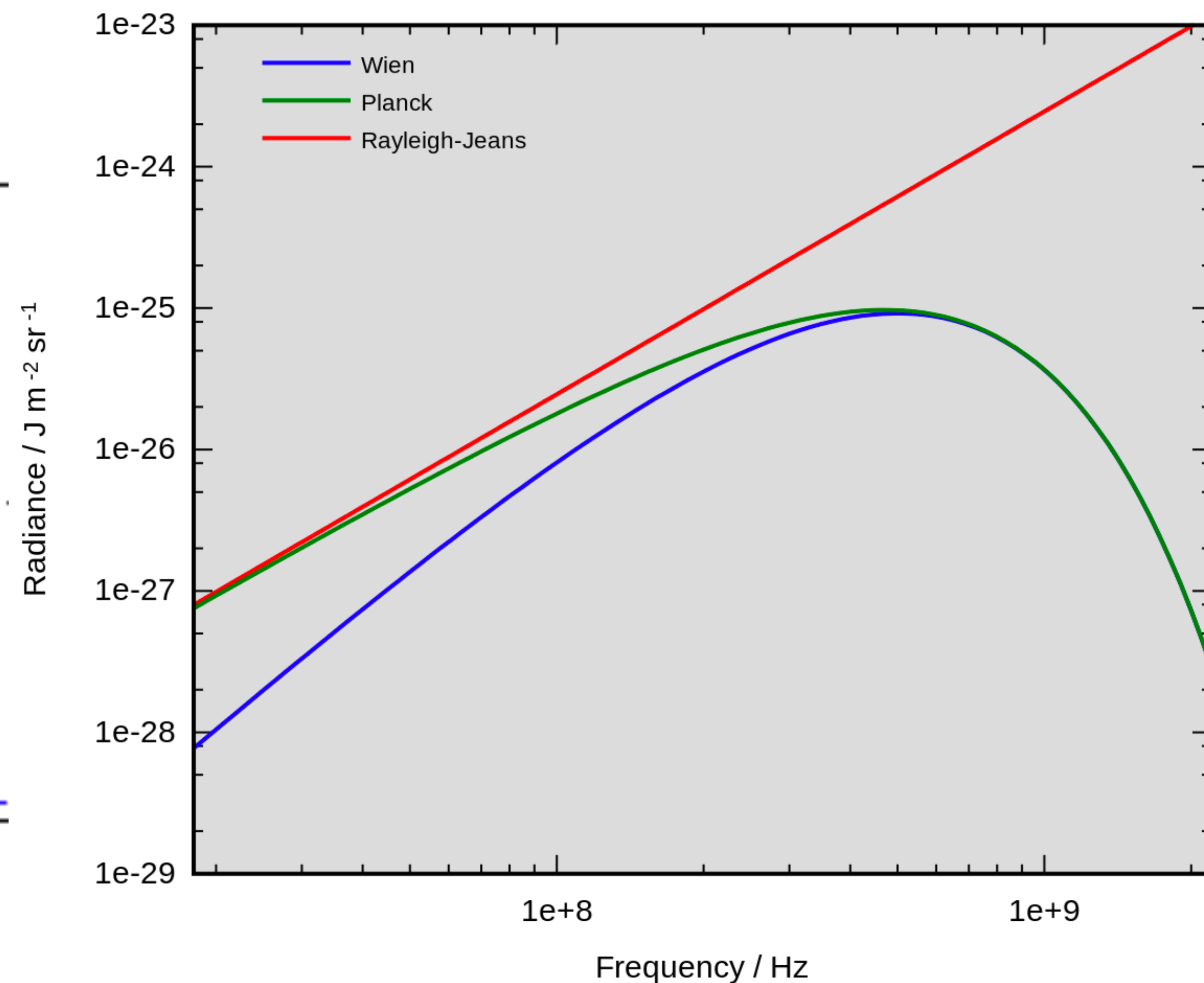
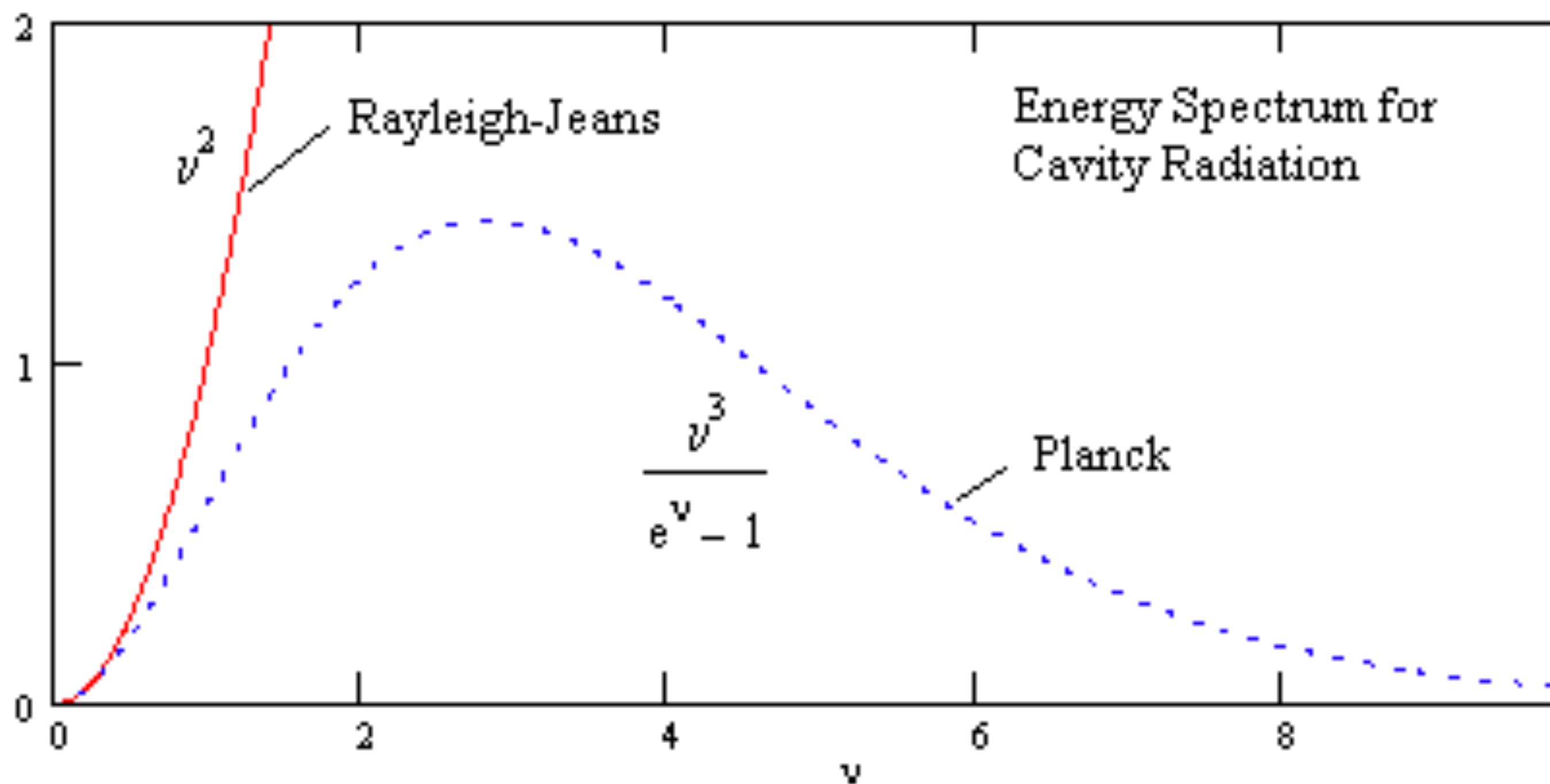


# Corpo nero: regime di Rayleigh-Jeans

Quando  $h\nu \ll kT$



$$B_\nu(T) \approx B_\nu^{RJ}(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT$$

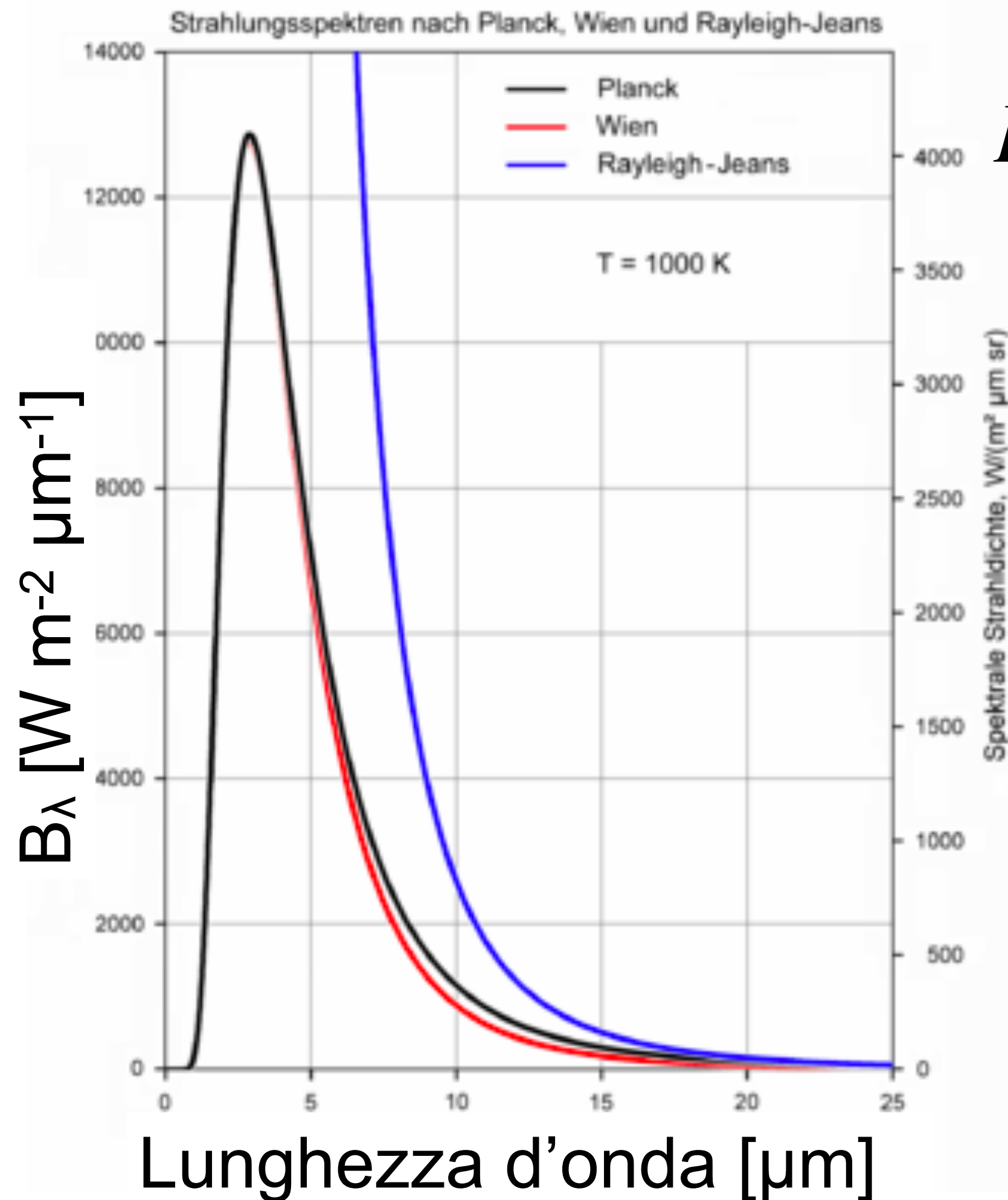




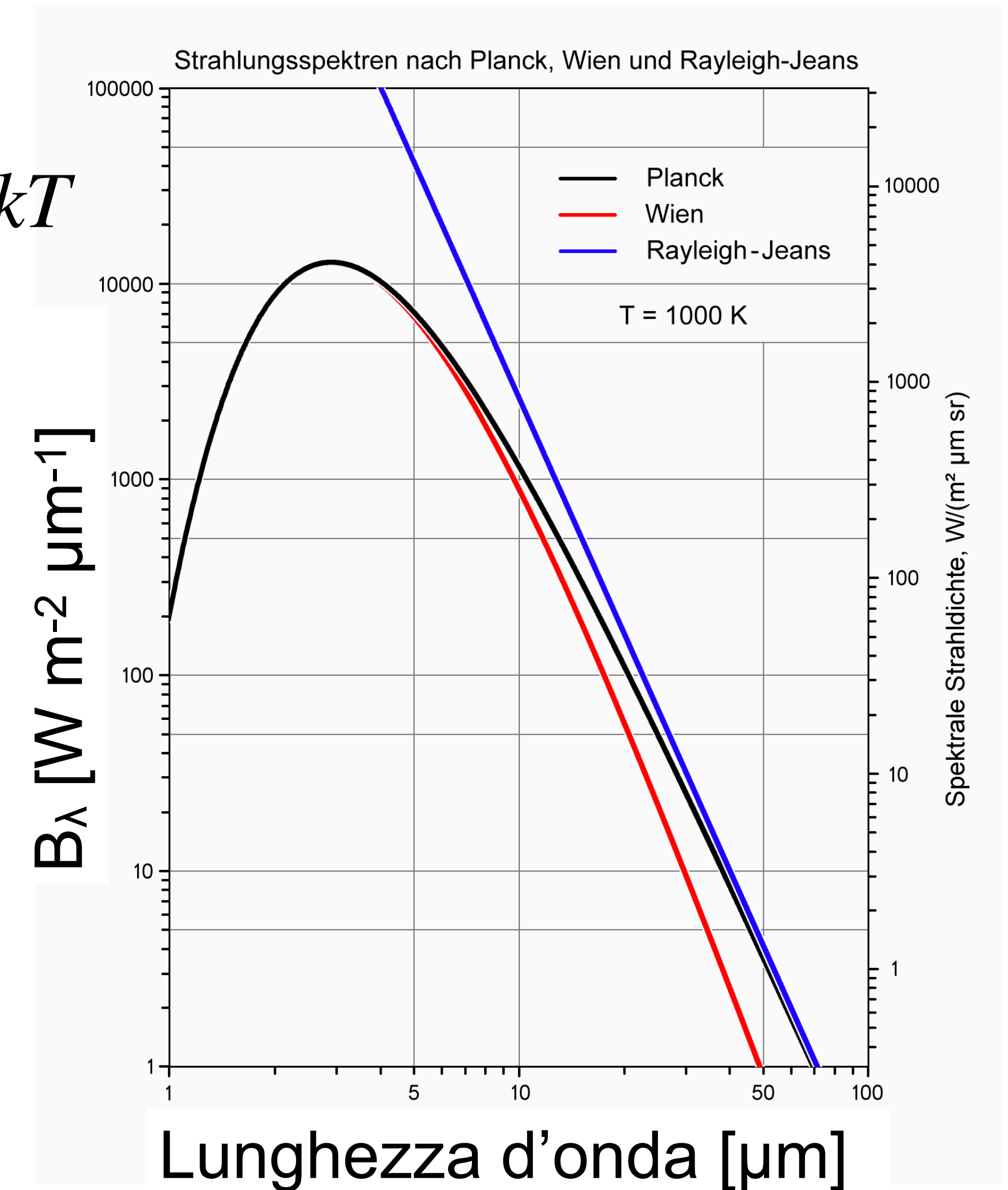


# Corpo nero: regime di Rayleigh-Jeans

## Rayleigh-Jeans vs $\lambda$



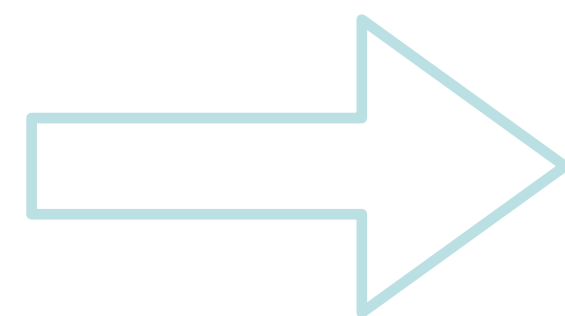
$$B_\lambda(T) \approx B_\lambda^{RJ}(T) = \frac{2c}{\lambda^4} kT$$



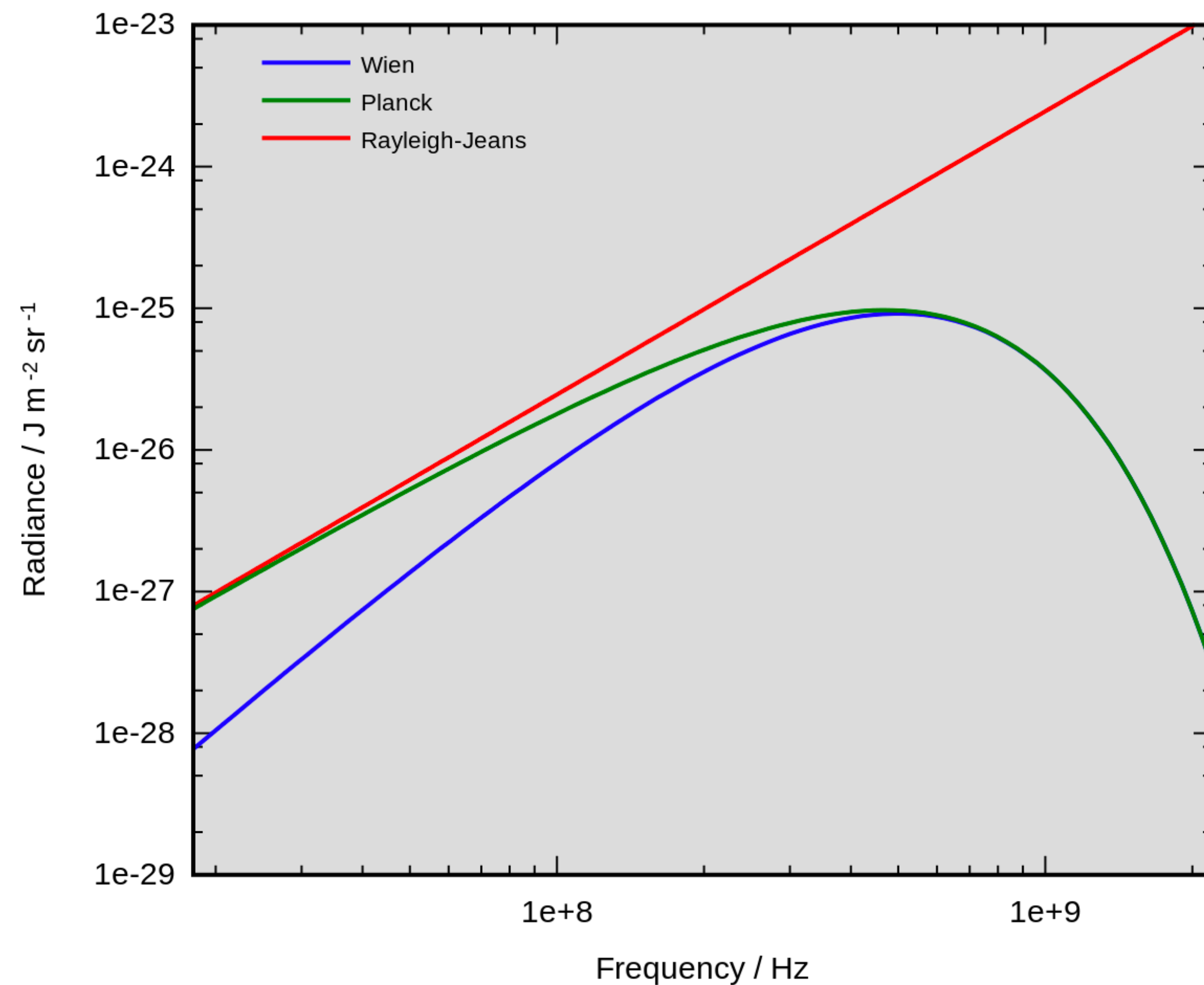
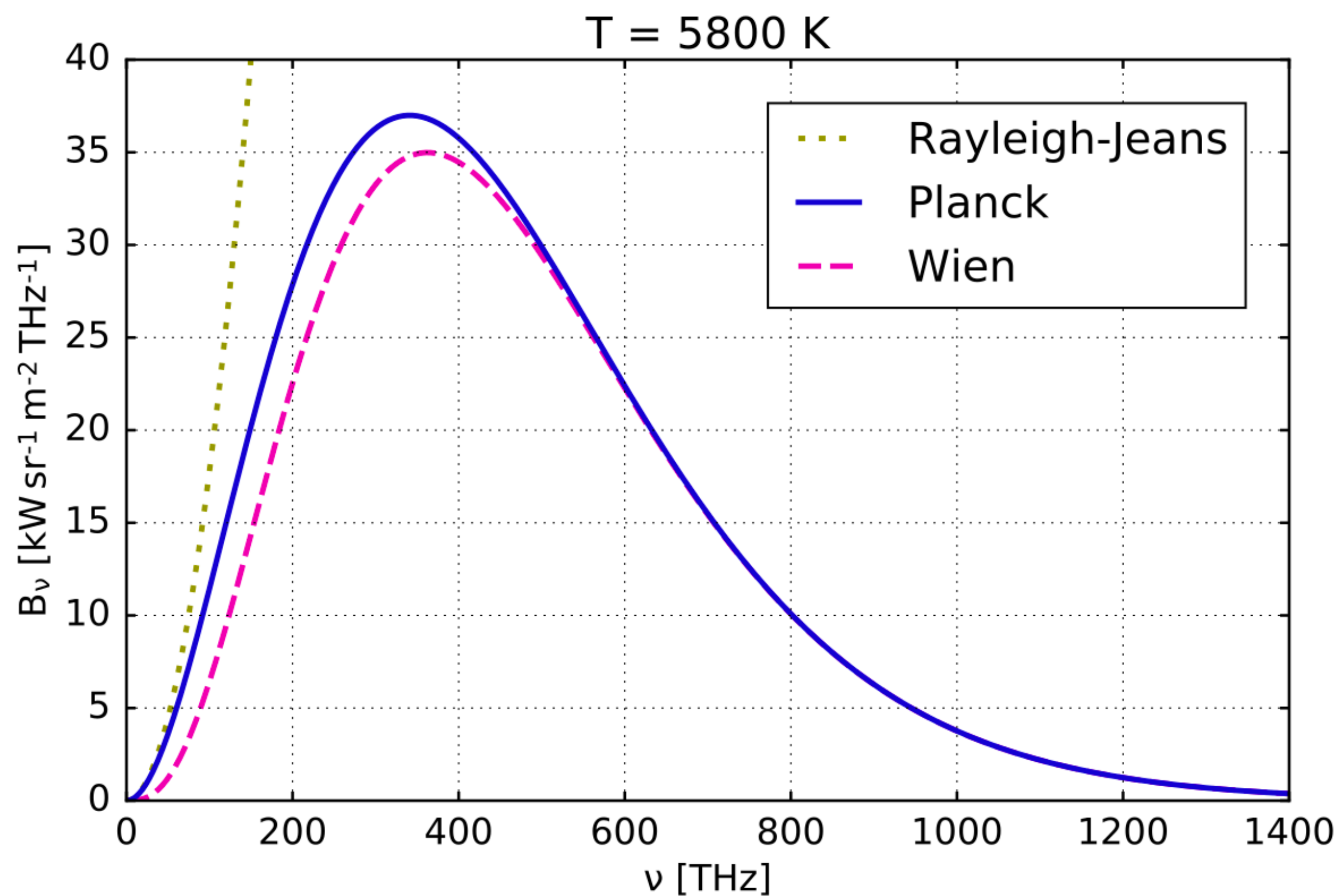


# Corpo nero: regime di Wien

Quando  $h\nu \gg kT$



$$B_\nu(T) \approx B_\nu^W(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}$$

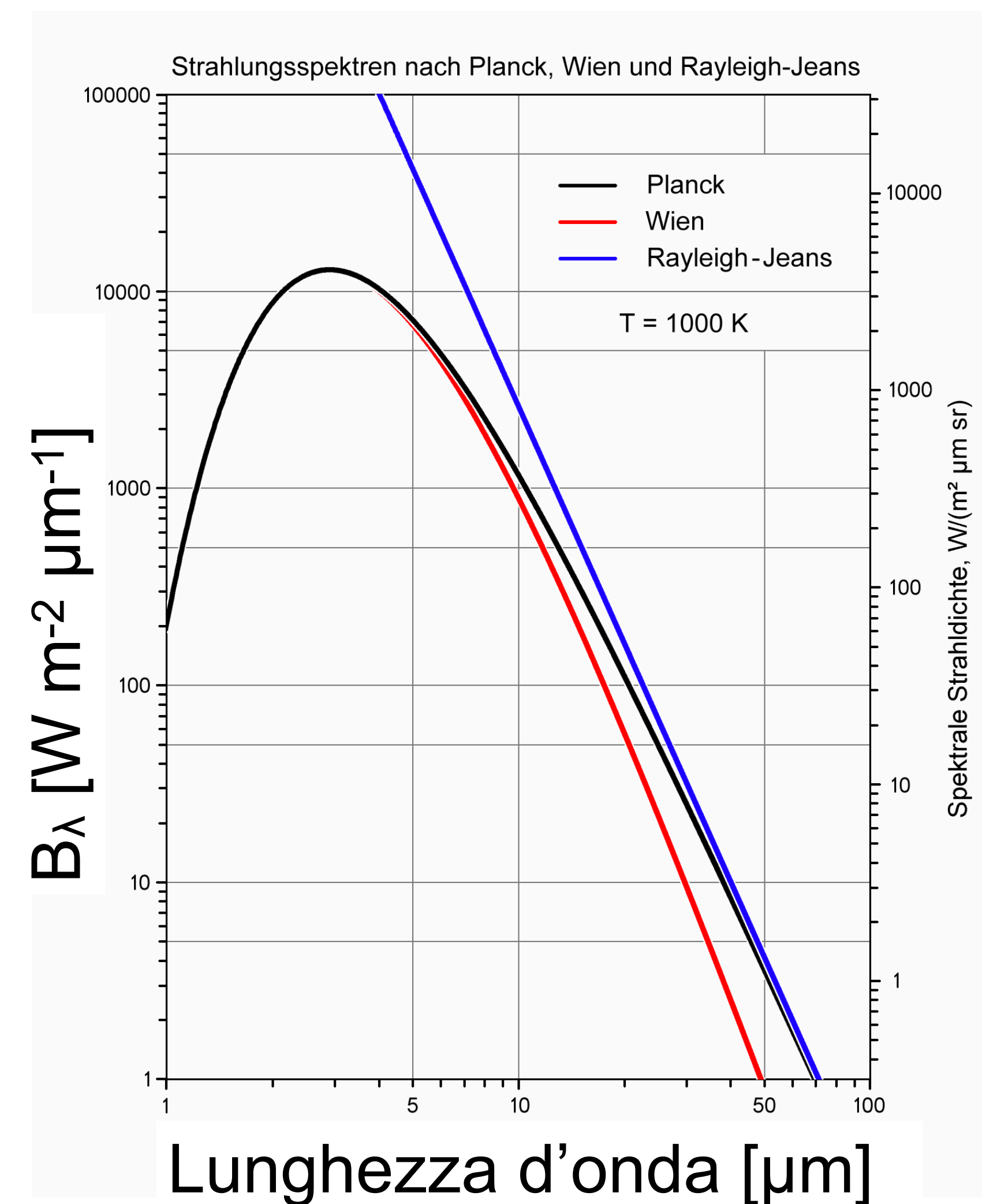
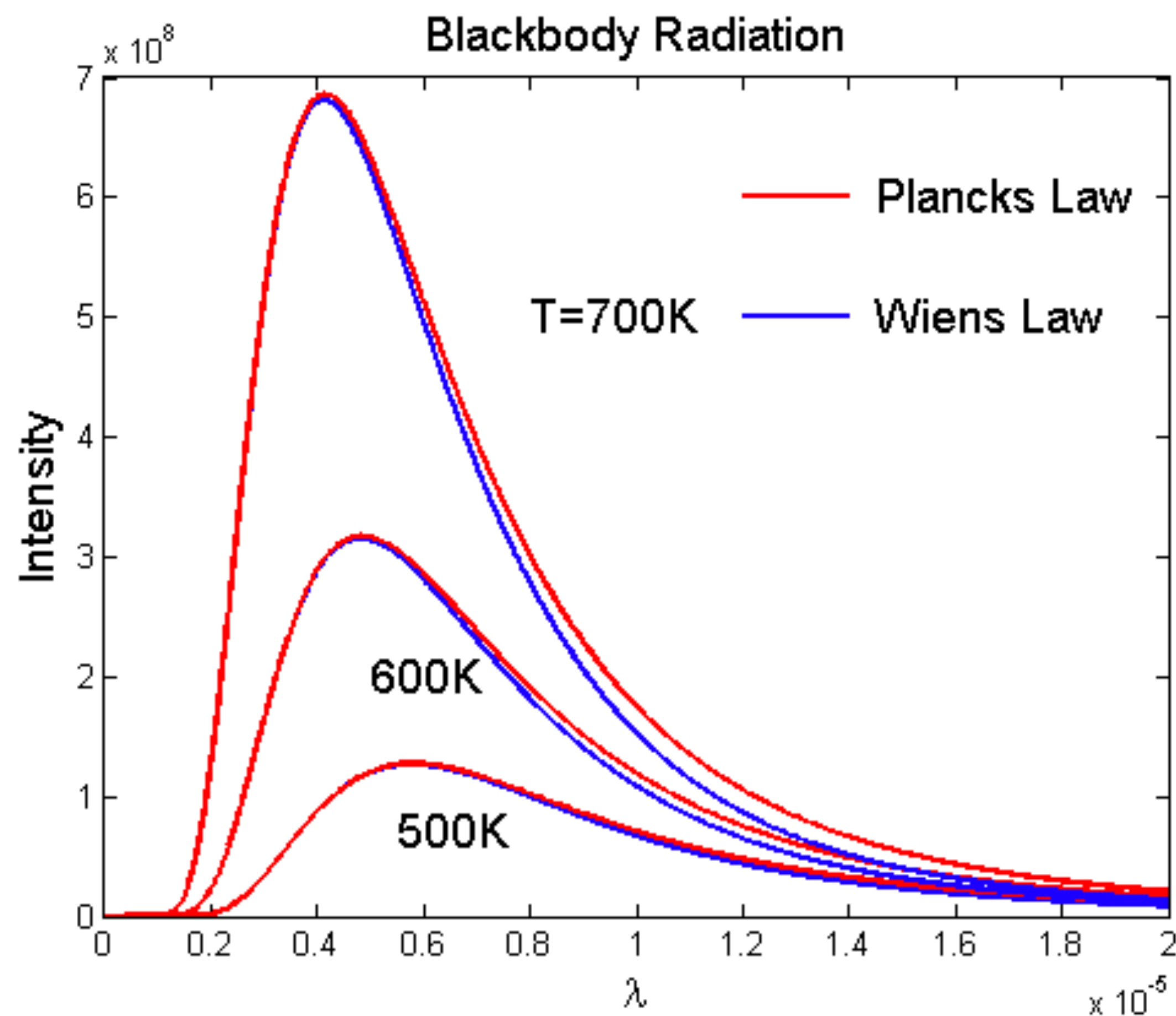




# Corpo nero: regime di Wien

Regime di Wien vs  
lunghezza d'onda

$$B_{\lambda}(T) \approx B_{\lambda}^W(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT}$$





## Legge di Planck in fotoni

$$N_{\lambda}(T) = \frac{2c}{\lambda^4} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad \text{photons s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ cm}^{-1}$$

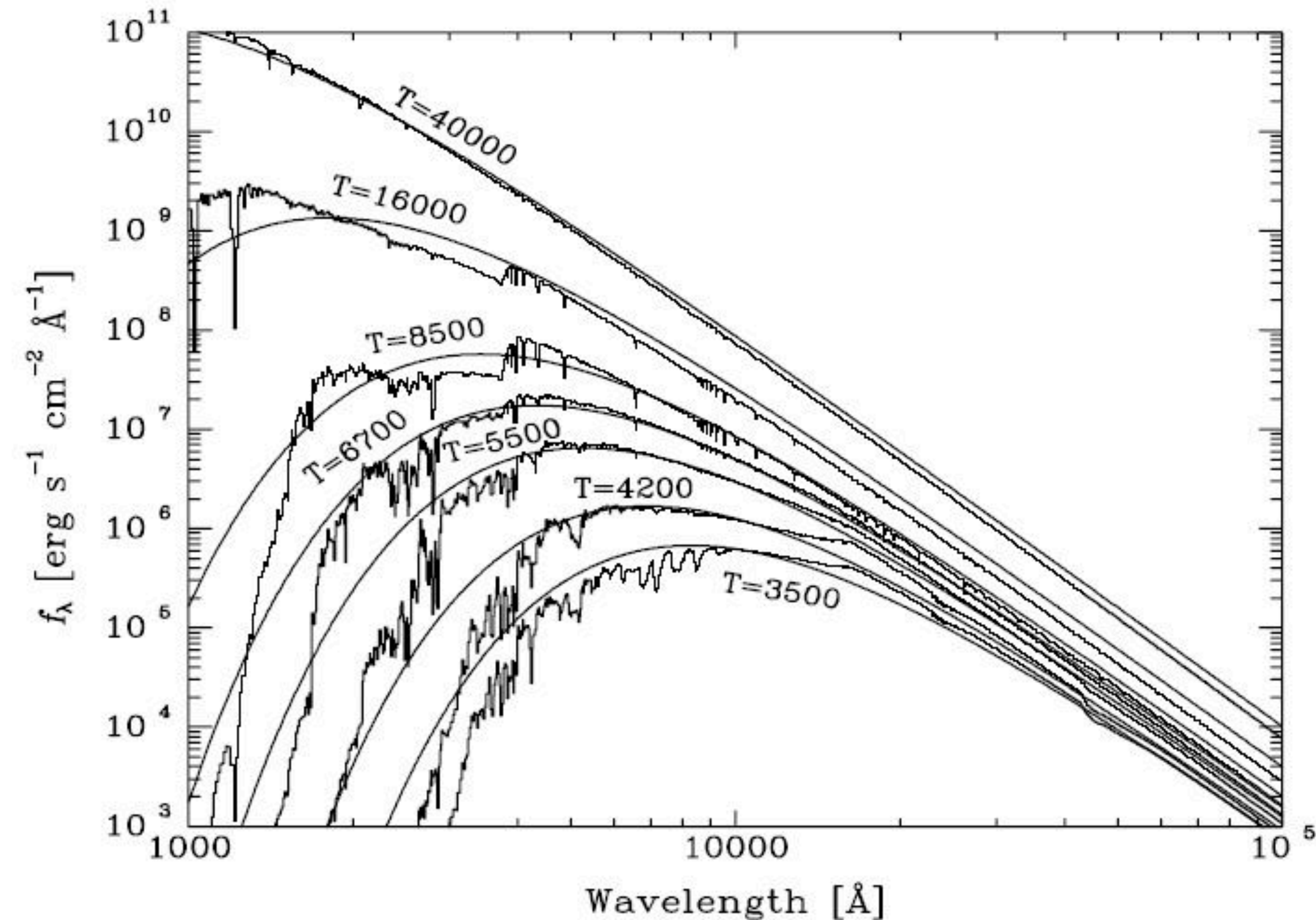
$$N_{\nu}(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{photons s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$$

***Attenzione agli esponenti di  $\lambda$  e  $\nu$ , visto che un fotone ha un'energia di  $h\nu$***



# Stelle come corpi neri

In prima approssimazione, le stelle sono corpi neri

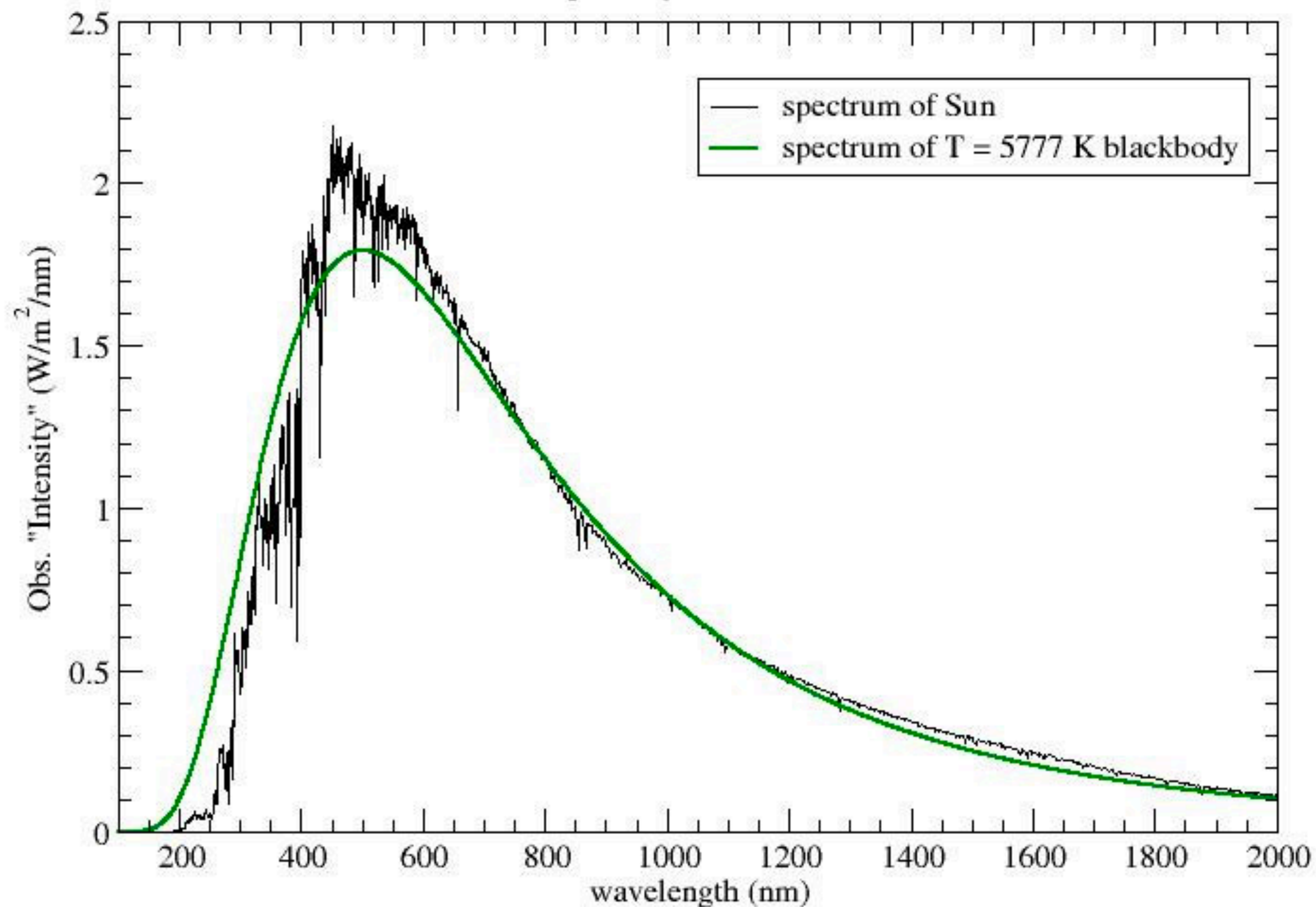


O meglio, la loro distribuzione spettrale di energia è ben rappresentata da  $B_\nu$  (o  $B_\lambda$ )



# Stelle come corpi neri

Sun's Spectrum vs. Thermal Radiator  
of a single temperature  $T = 5777$  K



In uno spettro solare a **bassa risoluzione** le linee sono praticamente assenti, e il continuum è ben rappresentato da un **corpo nero a 5800 K**.

Vi sono differenze significative, specialmente nell'UV, ma qui vengono trascurate.



L'energia totale emessa da un corpo nero dipende ovviamente solo dalla temperatura  $T$ , e si ottiene integrando  $B_\nu(T)$  su tutte le  $\nu$  (o  $B_\lambda(T)$  su tutte le  $\lambda$ ):

$$B(T) = \int_0^{\infty} B_\nu(T) d\nu = \frac{ac}{4\pi} T^4$$

Il flusso  $F(T)$  che viene emesso da un corpo nero per unità di area (detto anche **emittanza**) è dato da

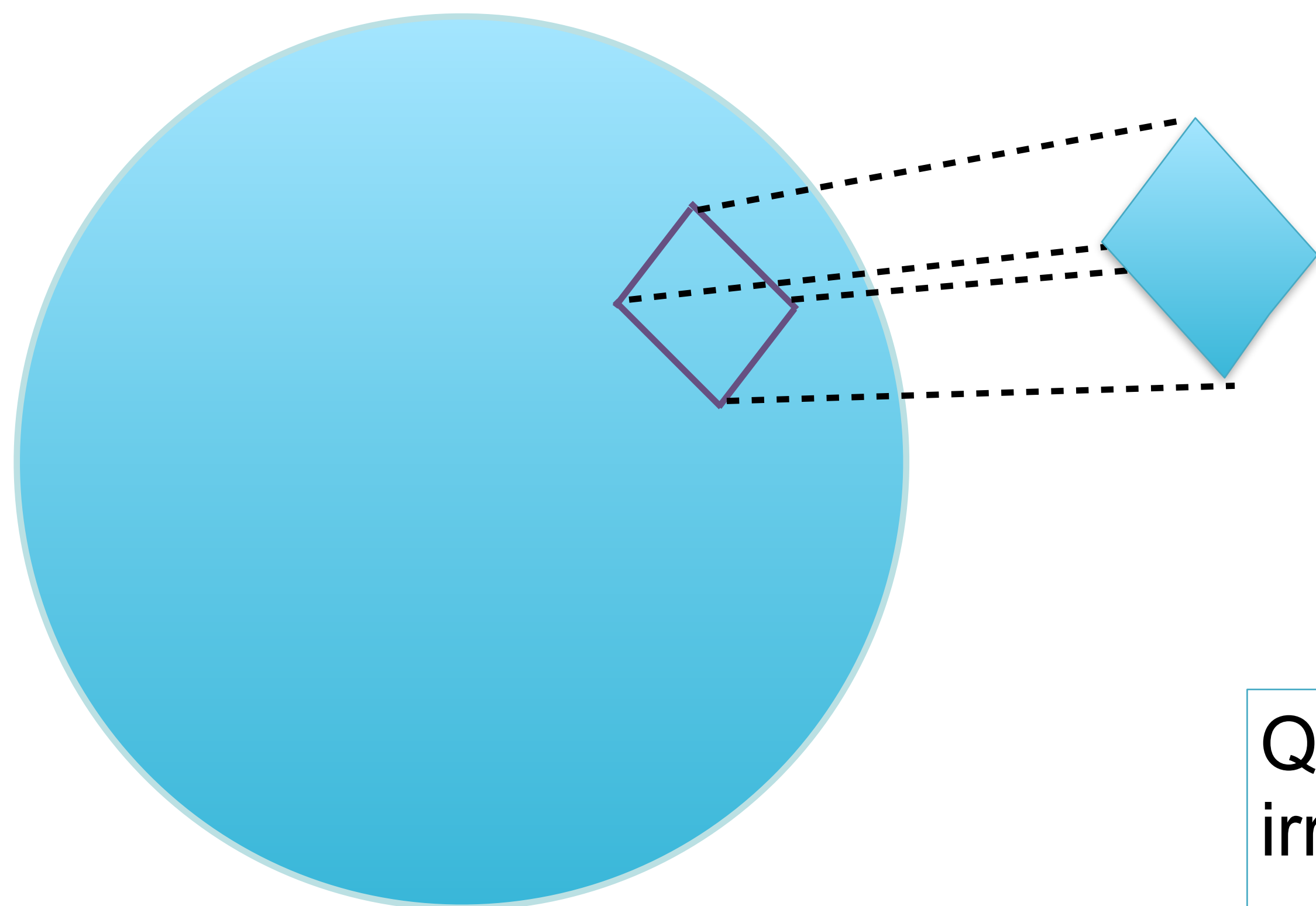
$$F = \int_0^{\infty} F_\nu d\nu = \pi \int_0^{\infty} B_\nu(T) d\nu = \pi B(T) = \sigma T^4$$

Dove  $\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$  è la costante di Stefan-Boltzmann

**Legge di Stefan-Boltzmann**

# Legge di Stefan-Boltzmann

Supponiamo che una stella irradia come un corpo nero:



Un'area infinitesima  
della superficie  
irradierà  $\sigma T^4$

Area della sfera  
 $A=4\pi R^2$

Quindi l'intera sfera  
irradierà:

$$L = 4\pi R^2 F = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

**Se conosco la luminosità e la temperatura di una stella, ne posso determinare il raggio (o da raggio e T posso determinare L, ...)**





# La magnitudine astronomica

- La luminosità apparente dei corpi celesti può essere misurata con relativa semplicità anche a occhio nudo. Già Ipparco, e poi Tolomeo, avevano suddiviso le stelle visibili ad occhio nudo in **sei classi di luminosità discendente (o più precisamente di magnitudini)**, indicate dalle lettere greche  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\zeta$ , seguite dal nome latino della costellazione in cui si trovano, ad es  $\alpha$  Cyg o  $\beta$  Lyr.
- Il criterio ideale è che passando da una classe all'altra, l'occhio percepisce la stessa differenza nella stimolazione visiva...
- ...ma l'occhio ha una risposta *logaritmica*: stessa differenza di stimolo tra stelle di luminosità 1:10 o 10:100
- ...e può stimare bene tale differenza solo su piccole distanze angolari, e per oggetti con colore simile, quindi la classificazione non è coerente su tutta la sfera celeste.
- Ancora oggi, il problema non è facile da risolvere, e si deve usare molta cautela per trasferire una sequenza da un'area del cielo a un'altra molto lontana da essa.



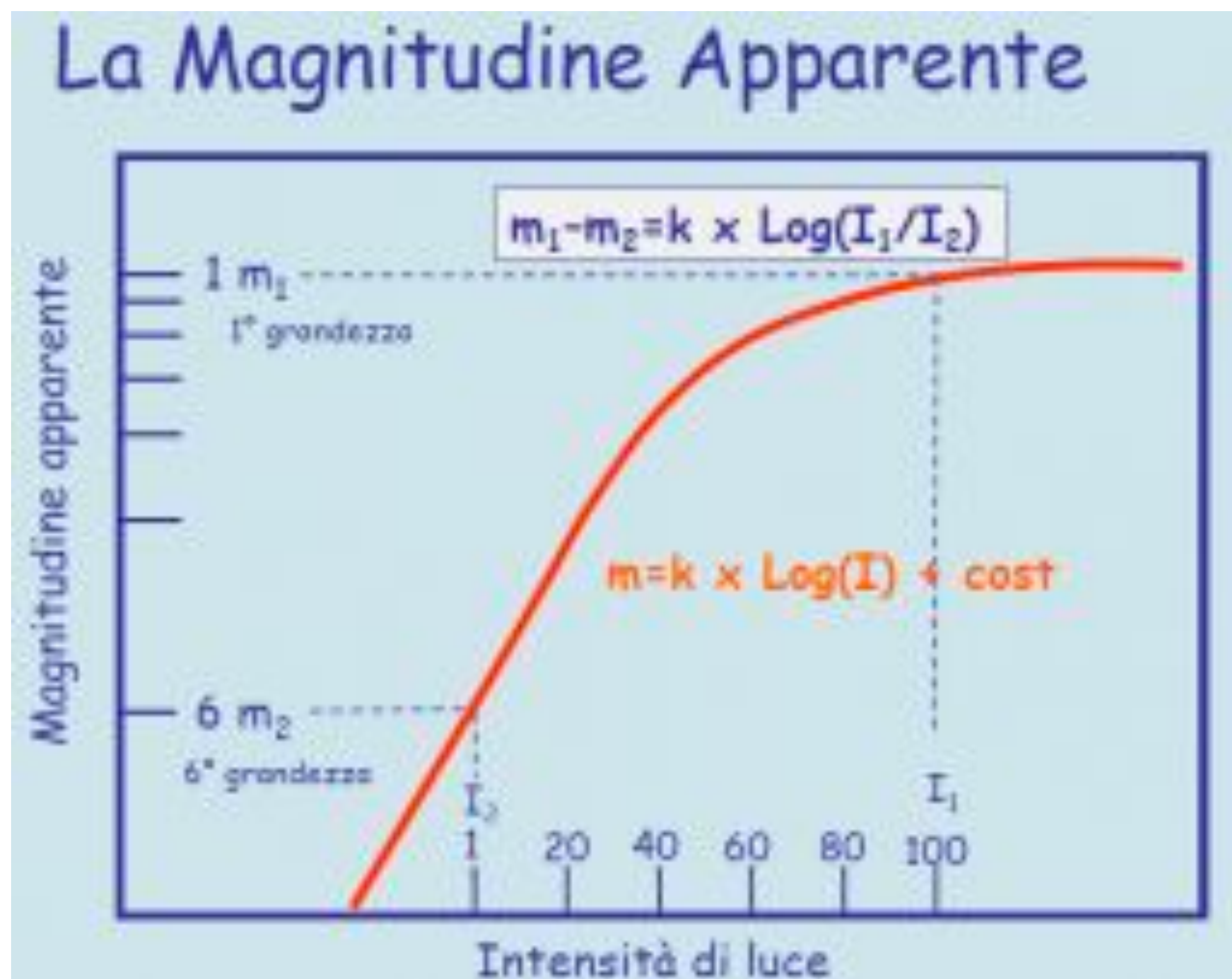
*Ipparco*



*Tolomeo*

# La magnitudine astronomica

**Pogson, 1856:** *Intensità della luce vs magnitudine apparente*



Date quindi due stelle i cui flussi luminosi osservati a una lunghezza d'onda generica  $\lambda$  sono, rispettivamente,  $S_1(\lambda)$  e  $S_2(\lambda)$ , è definita la differenza di magnitudine apparente a quella  $\lambda$  la quantità:

$$\Delta m(\lambda) = m_1(\lambda) - m_2(\lambda) = -2.5 \log_{10} \frac{S_1(\lambda)}{S_2(\lambda)}$$

**Legge di Pogson**



$$\Delta m(\lambda) = m_1(\lambda) - m_2(\lambda) = -2.5 \log_{10} \frac{S_1(\lambda)}{S_2(\lambda)}$$

Notare il **segno meno**: più grande la magnitudine, più piccola l'intensità; una stella più brillante ha una magnitudine più piccola

O altrimenti:

$$\frac{S_1}{S_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$$

$$m = m_0 - 2.5 \log_{10} S$$

$$\log_{10} S = \frac{\log_e S}{\log_e 10} = \frac{\log_e S}{2.302...}$$

$$\Rightarrow dm = -1.08 \frac{ds}{S}$$



# La magnitudine astronomica

$\Delta m$	-5	-2	-1	0.5	1	2	5
$S_1/S_2$	100	6.3	2.5118 ...	0.63...	0.398...	0.158...	0.01

In prima approssimazione, una piccola differenza in magnitudini corrisponde alla **variazione percentuale di intensità**

$\Delta m$	0.05	0.1	0.2	-0.2	-0.1	-0.05
$S_1/S_2$	0.95	0.9	0.83	1.2022	1.096	1.047



Con riferimento ad un oggetto standard (Vega o Stella polare):

$$m(\lambda) = m_0(\lambda) - 2.5 \log_{10} S(\lambda)$$

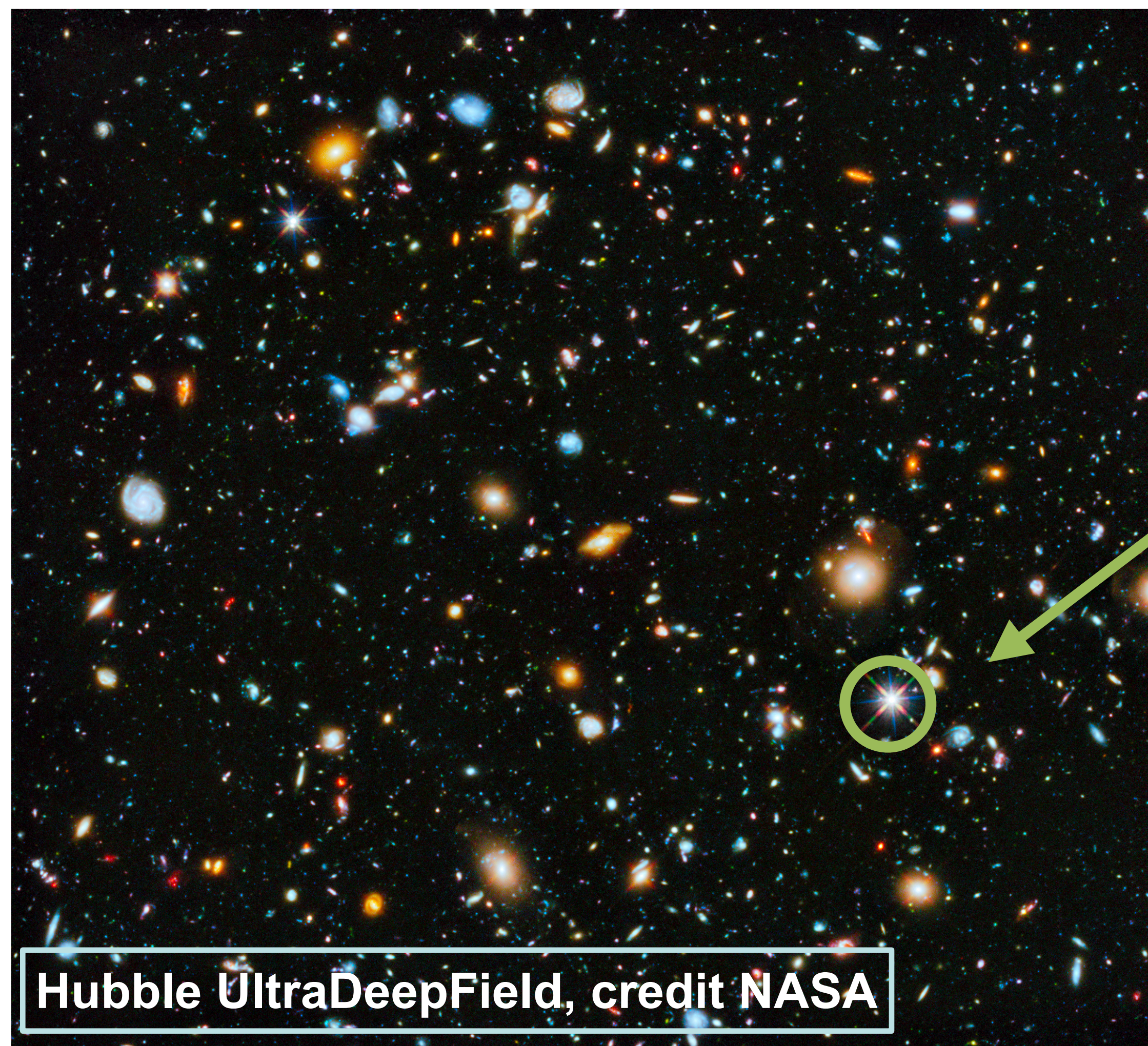
con  $m_0$  costante appropriata che dipende da  $\lambda$  e che ***si prende cura della a-dimensionality dell'argomento logaritmo.***

Nel visibile, la stella polare ha  $m = + 2.1$ , le stelle più luminose sono Sirio, Canopo, Vega, le cui magnitudini sono comprese tra  $-1.5$  e  $0$ ; Le stelle più deboli visibili ad occhio nudo sono intorno a  $+ 6$ . Venere può raggiungere  $-4,5$ . Il Sole ha  $m = -26,8$ , la Luna piena  $m = -12,5$ . Tuttavia, il Sole, la Luna, Venere sono corpi estesi, non fonti puntiformi. Potremmo quindi definire una mag per l'area unitaria (o 'luminosità superficiale', espressa ad es. in mag per arcosecondi quadrati, o per steradiani), dividendo il flusso per l'area sottesa dall'oggetto.



# La magnitudine astronomica

Di fatto in astronomia non si misurano quasi mai flussi assoluti, ma solo rapporti di flusso (o differenze di magnitudine)



Stella standard, di cui conosco la magnitudine (a quella  $\lambda$ )

Le magnitudini dei corpi celesti nell'immagine sono calcolati in base ai rapporti di flusso rispetto alla stella standard

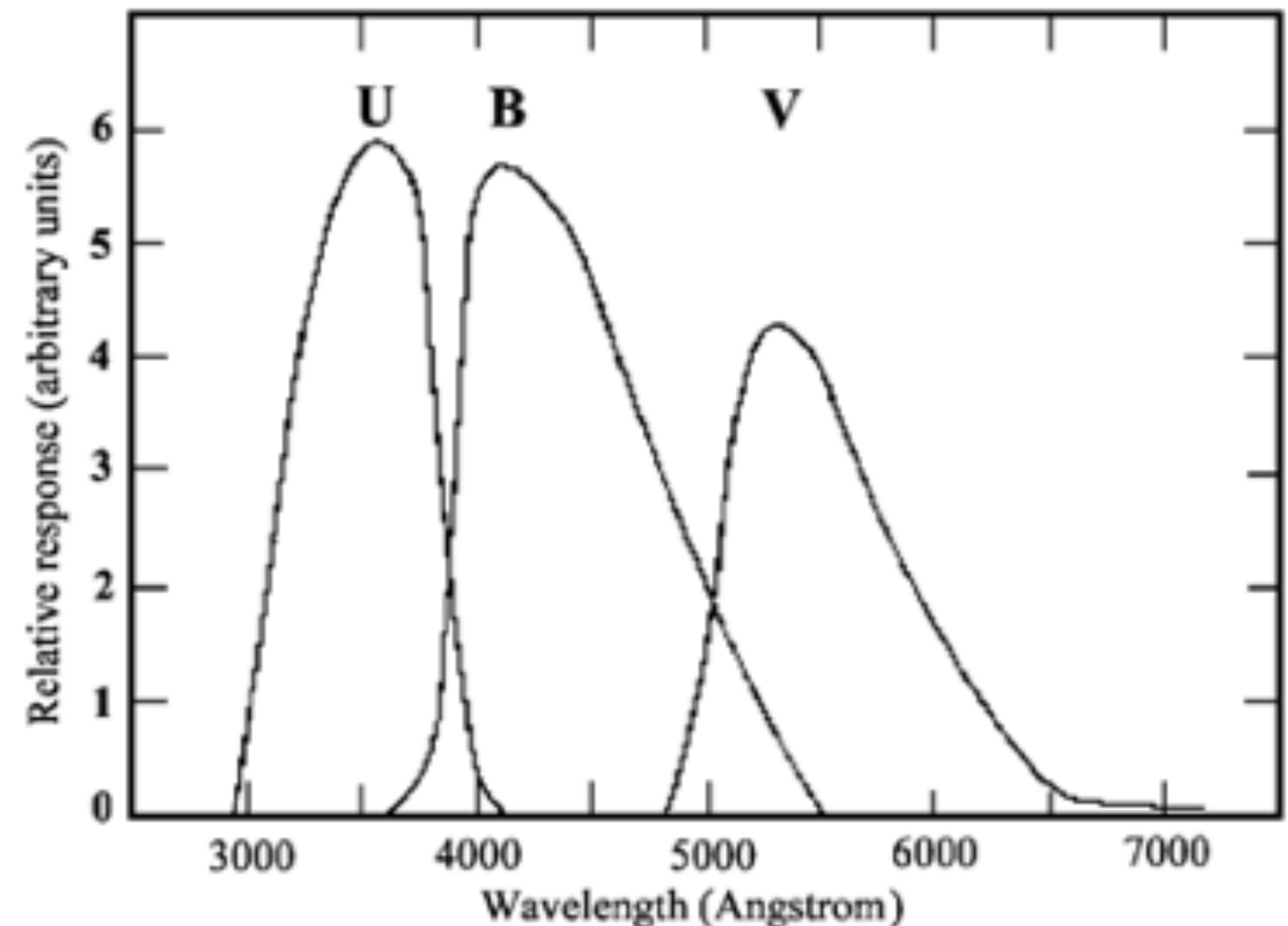


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

# Sistema fotometrico UBV (di Johnson)

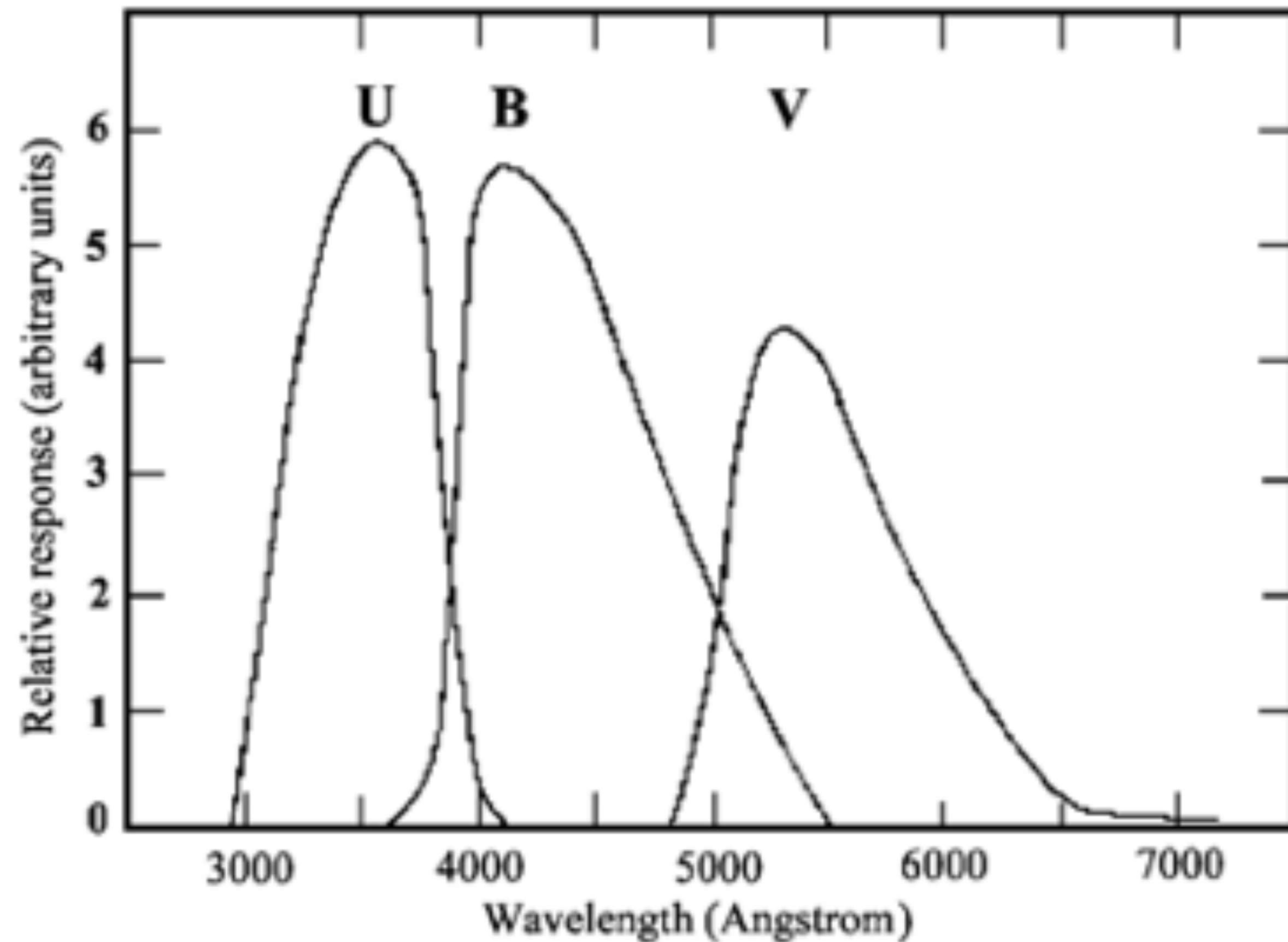
Nella storia sono stati sviluppati vari sistemi fotometrici, adatti per osservazioni visive, rilevatori fotografici o rivelatori a stato solido (come il CCD) e con filtri appropriati per limitare la larghezza di banda.

Tra i più usati c'è l'UBV di Johnson (banda larga) introdotto negli anni '50:

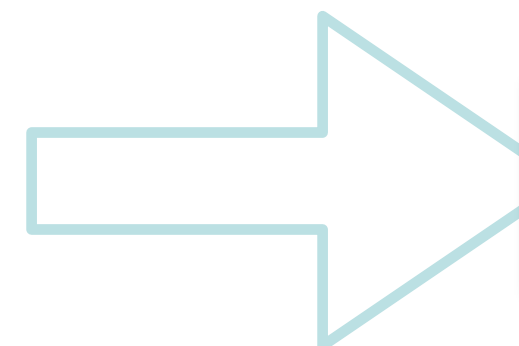




# Magnitudini Vega



I filtri sono selezionati in modo che le lunghezze d'onda medie delle funzioni di risposta siano 364 nm per U, 442 nm per B, 540 nm per V. Il punto zero di B-V e U-B è stato definito tale da essere circa zero per A0 stelle della sequenza principale non influenzate dall'arrossamento interstellare.



**Sistema di magnitudini Vega**





$$m(\lambda_c) = m_0(\lambda_c) - 2.5 \log_{10} \left( \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) \times R^n(\lambda) \times QE(\lambda) \times T(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R^n(\lambda) \times QE(\lambda) \times T(\lambda) d\lambda} \right)$$

$m_0(\lambda_c)$  si determina in base alla distribuzione di energia di Vega, stella di tipo A0; per definizione tali stelle hanno magnitudini uguali in tutte le bande  $U=B=V$





# Magnitudini AB

A differenza del sistema Vega, le magnitudini AB sono definite senza usare una distribuzione spettrale di energia, ma si suppone che il flusso di riferimento sia lo stesso in tutte le bande.

$$S_{\nu}^{ref} = S_{\nu}^{AB} = 2.89 \times 10^{-21} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$$

Tale valore è stato scelto in modo che stelle A0 come Vega hanno la stessa magnitudine in banda V di Johnson e nel sistema AB

$$m^{AB}_V = m_V$$

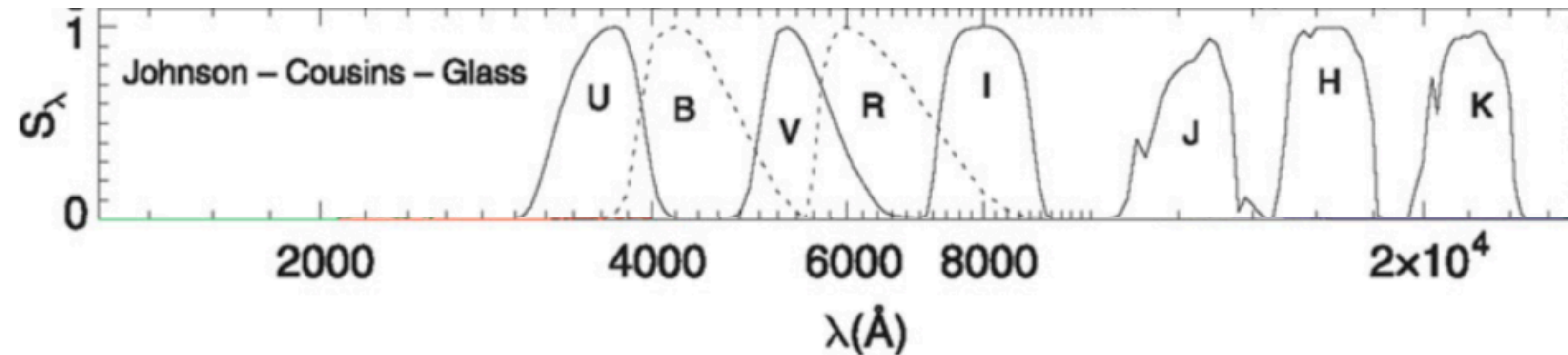
$$m_{AB \rightarrow Vega} := m_X^{AB} - m_X^{Vega}$$

$$= -2.5 \log \left( \frac{\int d\nu T_X(\nu) S_{\nu}^{AB}}{\int d\nu T_X(\nu) S_{\nu}^{Vega}} \right)$$





Estensione al vicino infrarosso, aggiunta di nuove bande

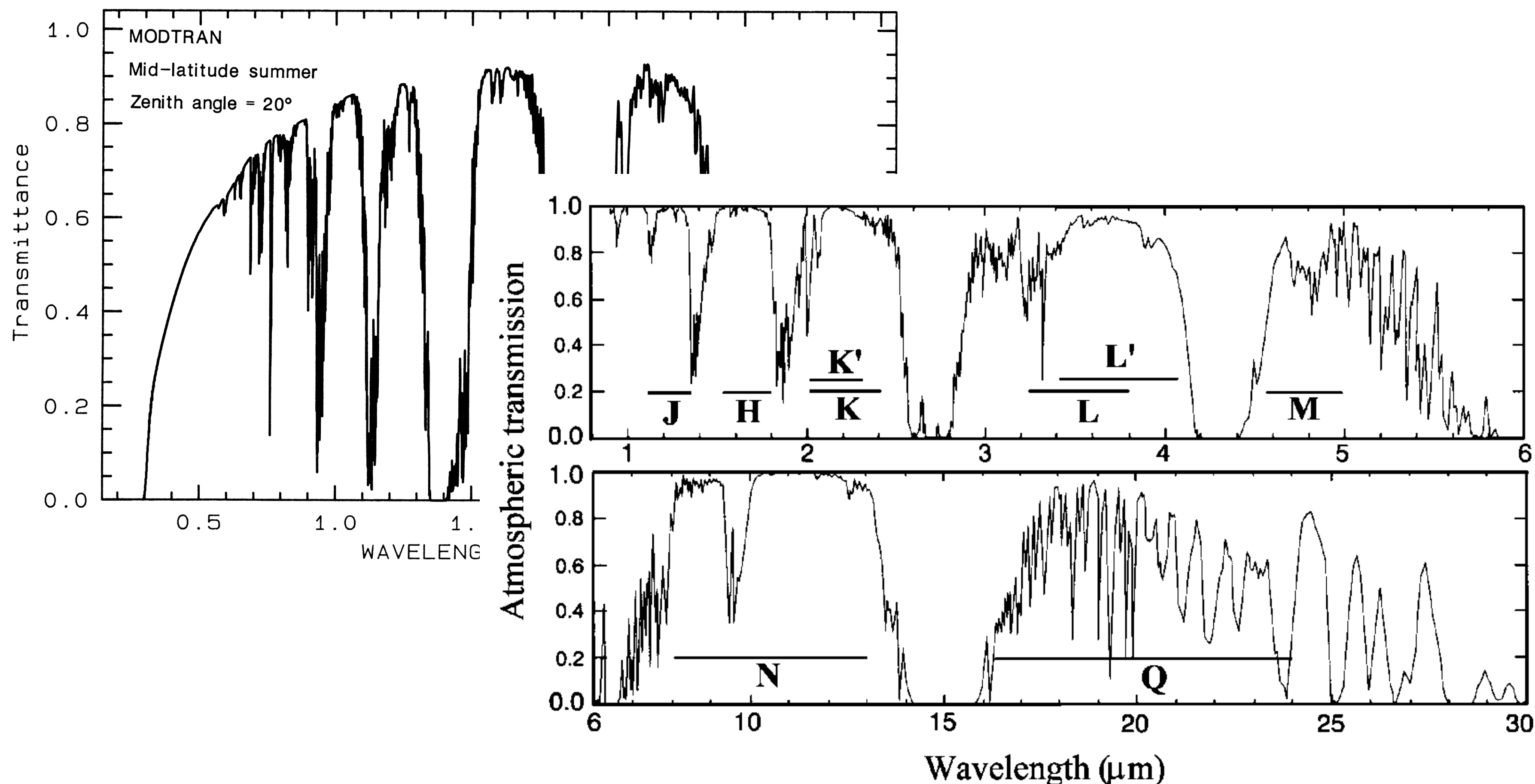


<b>Johnson</b>	<b>U</b>	<b>B</b>	<b>V</b>	<b>R</b>	<b>I</b>	<b>J</b>	<b>H</b>	<b>K</b>
$\lambda_{\text{eff}}(\text{nm})$	367	436	545	638	797	1220	1630	2190
$\Delta\lambda(\text{nm})$	66	94	85	160	149	213	307	39

$\lambda_{\text{eff}}$  è la lunghezza d'onda che meglio rappresenta l'osservazione (*e in realtà dipende dalla distribuzione spettrale di energia della sorgente*)



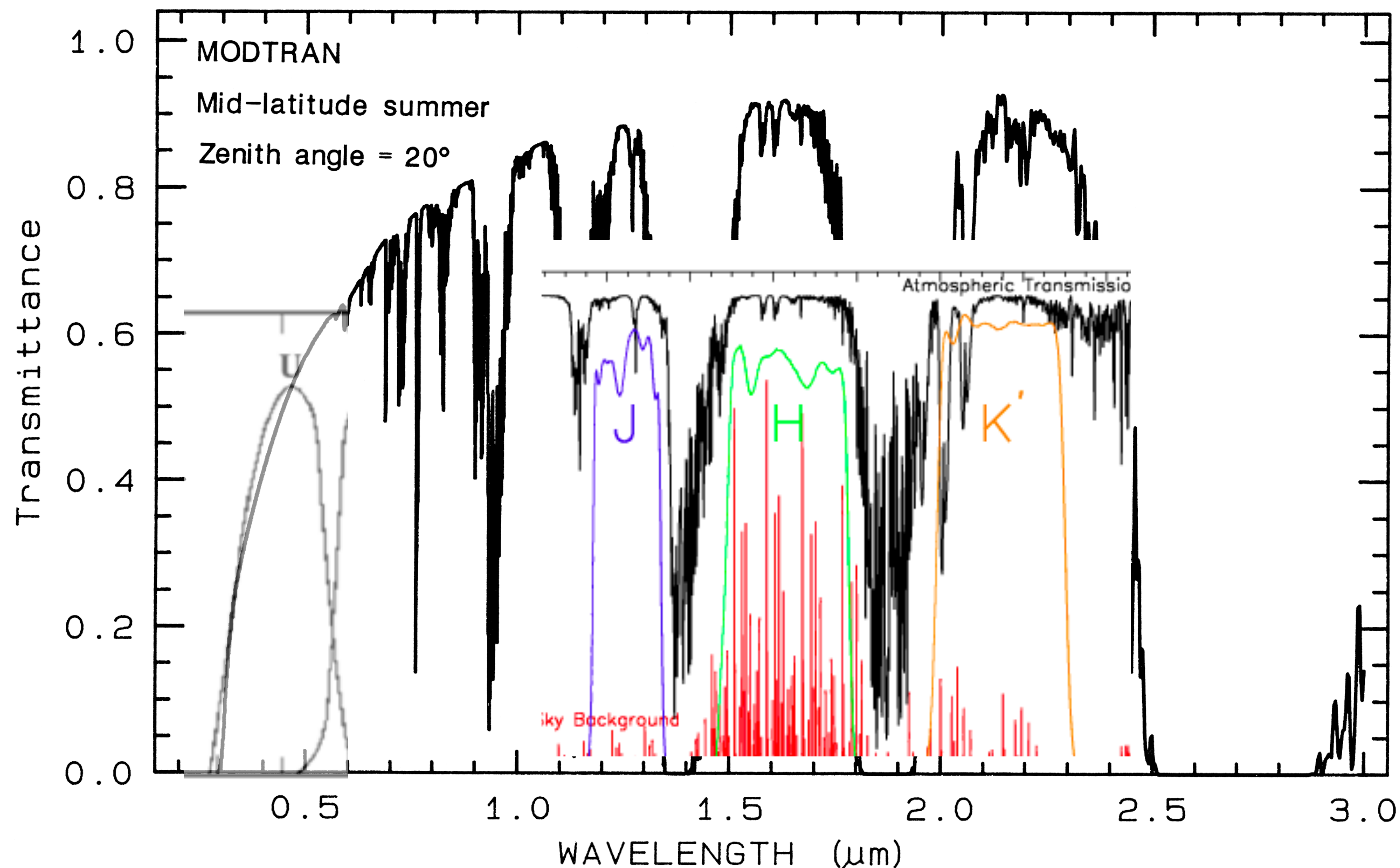
# La trasmissione atmosferica



L'atmosfera terrestre non è trasparente a tutte le lunghezze d'onda: ci sono profonde bande di assorbimento; le bande vicino infrarosse si costruiscono negli intervalli di alta trasparenza



# La trasmissione atmosferica



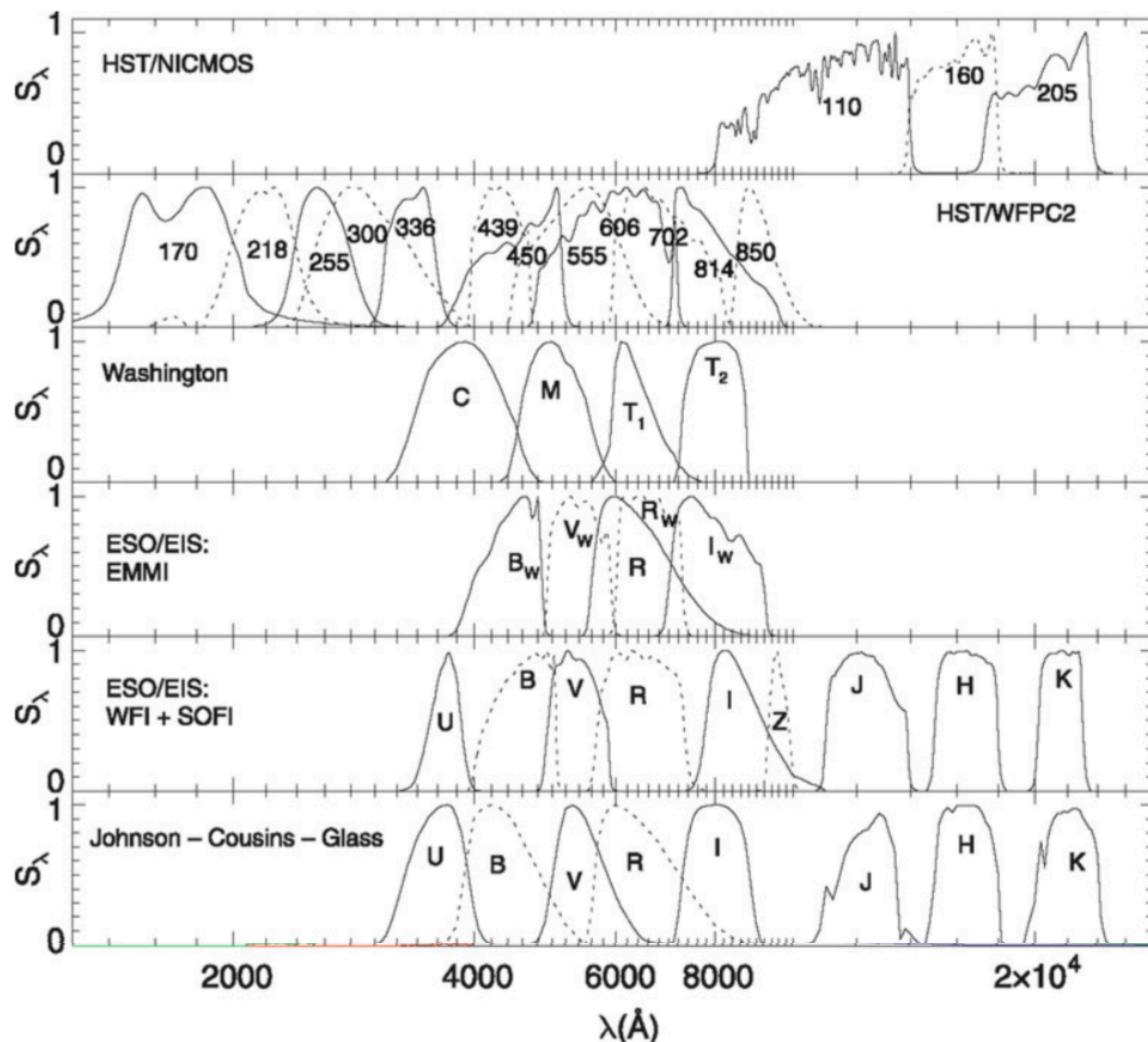
**Il cutoff blu del filtro U è dato puramente dalla trasmissione atmosferica**

**I filtri NIR si costruiscono nelle “finestre” di alta trasmissione atmosferica**

**Contribuisce a stabilire la forma dei filtri fotometrici**



**Problema: come passare da un sistema fotometrico all'altro?**



**HST/NICMOS**

**HST/WFPC2**

**Washington**

**ESO/EIS EMMI**

**ESO/EIS WFI+SOFI**

**Johnson-Cousins-Glass**

Le forme dei filtri, anche a parità di lunghezza d'onda centrale, cambiano da un sistema all'altro; non è banale confrontare magnitudini di sistemi diversi



## La calibrazione del sistema UBV in unità di energia

U = 0 corrisponde a  $S(3700 \text{ \AA}) = 4.4 \times 10^{-9} \text{ erg} \times \text{cm}^{-2} \times \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$

B = 0 corrisponde a  $S(4450 \text{ \AA}) = 7.2 \times 10^{-9} \text{ erg} \times \text{cm}^{-2} \times \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$

V = 0 corrisponde a  $S(5556 \text{ \AA}) = 3.44 \times 10^{-9} \text{ erg} \times \text{cm}^{-2} \times \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$

(ricorda:  $10^{-9} \text{ erg} \times \text{cm}^{-2} \times \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1} = 10^{-8} \text{ W} \times \text{m}^{-2} \times \text{m}^{-1}$ )

(1 erg =  $10^{-7}$  J)



Per una stella generica di magnitudini U, B e V:

$$S(\lambda_U) = 10^{-0.4(U+20.90)},$$

$$S(\lambda_B) = 10^{-0.4(B+20.36)},$$

$$S(\lambda_V) = 10^{-0.4(V+21.08)}$$

In fotoni, ricordando che l'energia di un fotone è:

$E = 1.89610 \times 10^{-8} / \lambda(\text{Å})$  erg, avremo:

$$\pi N_{\text{ph}}(U) = 810 \times 10^{-0.4U} \quad (\text{fotoni} \times \text{cm}^{-2} \times \text{s}^{-1} \text{Å}^{-1})$$

$$\pi N_{\text{ph}}(B) = 1600 \times 10^{-0.4B},$$

$$\pi N_{\text{ph}}(V) = 1080 \times 10^{-0.4V}$$





## Indice di colore o colore

Si consideri una stella che viene osservata a 2 lunghezze d'onda  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , con  $\lambda_1 < \lambda_2$ . Definiamo *indice di colore* (o *colore*) di questa stella il parametro:

$$c_{\lambda_1\lambda_2} = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = c_{0\lambda_1\lambda_2} - 2.5 \log_{10} \frac{S(\lambda_1)}{S(\lambda_2)}$$

(con  $c_0$  costante appropriata che dipende dalle 2 lunghezze d'onda)

Il colore non dipende dal raggio della stella. Se lo spazio è trasparente, il colore è anche indipendente dalla distanza della stella.

Se la stella irradiasse come un corpo nero, si avrebbe anche:

$$c_{\lambda_1\lambda_2} = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = c_{0\lambda_1\lambda_2} - 2.5 \log_{10} \frac{B(\lambda_1)}{B(\lambda_2)}$$



## Indice di colore o colore

Per convenzione internazionale, le costanti arbitrarie  $c_{0\lambda_1\lambda_2}$  sono state scelte in modo che gli indici di colore siano = 0, qualunque sia la coppia di lunghezze d'onda  $\lambda_1, \lambda_2$ , per un insieme di stelle dalle caratteristiche spettrofotometriche simili a quelle di Vega.

Tali stelle si indicano anche con il tipo spettrale A0-V (A zero quinto), come vedremo più avanti. Per esse si ha dunque:

$$U - B = B - V = V - R = R - I = \dots = 0$$

Evidentemente, indice di colore = 0

***non significa ugual flusso nelle due bande.***



# Indici di colore del Sole

<b>Color</b>	<b>magnitude</b>	<b>Color</b>	<b>magnitude</b>
<b>U-B</b>	+0.195	<b>V-K</b>	+1.486
<b>B-V</b>	+0.65	<b>V-I</b>	+0.88
<b>V-R</b>	+0.54	<b>J-H</b>	+0.31
<b>R-I</b>	+0.34	<b>H-K</b>	+0.06



# Indici di colore di un corpo nero

<b>T</b>	<b>U-B</b>	<b>B-V</b>	<b>T</b>	<b>U-B</b>	<b>B-V</b>
<b>4000K</b>	+0.37	+0.13	<b>20000K</b>	-1.01	-0.16
<b>6000K</b>	-0.25	+0.62	<b>25000K</b>	-1.06	-0.15
<b>10000K</b>	-0.69	+0.14	<b>40000K</b>	-1.14	-0.29
<b>15000K</b>	-0.91	-0.07	$\infty$	-1.28	-0.44

**Si noti la *saturation* dei colori a temperature crescenti**



Se una stella irradia come un corpo nero e ha una temperatura di almeno 4000 K, possiamo approssimare la legge di Planck a quella di Wien, trovando facilmente la relazione:

$$c_{12} = m(\lambda_1) - m(\lambda_2) \approx A_{12} + \frac{B_{12}}{T} \quad (\text{Legge di Russell})$$

A temperatura  $T$  crescente, l'indice di colore tende ad un valore costante. Ad esempio, U-B tende a -1.28, e B-V a -0.45.



Definiamo magnitudine assoluta  $M$  la magnitudine  $m$  che l'oggetto avrebbe se fosse posizionato a 10 pc da noi. Se lo spazio è perfettamente trasparente, il flusso luminoso osservato  $S$  diminuisce con l'inverso del quadrato della distanza dalla sorgente, quindi, se  $R$  è il raggio dell'oggetto e  $d$  la sua distanza:

$$S(\lambda) = \frac{L(\lambda)}{4\pi d^2} \quad (1)$$

Dove  $L(\lambda)$  è la  
luminosità intrinseca  
della sorgente

Scriviamo (1) per 2  
distanze:

$$S_1(\lambda) = \frac{L(\lambda)}{4\pi d_1^2}$$

$$S_2(\lambda) = \frac{L(\lambda)}{4\pi d_2^2}$$



Dalla legge di Pogson segue che:

$$m_1(\lambda) = m_{0\lambda} - 2.5 \log [F_1(\lambda)] = m_{0\lambda} - 2.5 \log \left[ \frac{L(\lambda)}{4\pi d_1^2} \right] \quad (2)$$

e:

$$m_2(\lambda) = m_{0\lambda} - 2.5 \log [F_1(\lambda)] = m_{0\lambda} - 2.5 \log \left[ \frac{L(\lambda)}{4\pi d_2^2} \right] \quad (3)$$

Sottraendo 3 da 2:

$$m_1(\lambda) - m_2(\lambda) = -2.5 \log \left[ \frac{L(\lambda)}{4\pi d_1^2} \right] + 2.5 \log \left[ \frac{L(\lambda)}{4\pi d_2^2} \right] = -2.5 \log \left( \frac{d_2^2}{d_1^2} \right) \quad (4)$$



Ora in (4) definiamo  $m_1=M$ , magnitudine a  $d_1=10$  pc e  $m_2=m$  magnitudine apparente alla distanza  $d$ :

$$M(\lambda) - m(\lambda) = -2.5 \log\left(\frac{d^2}{10^2}\right) = -5 \log(d) + 2.5 \log(100) = -5 \log(d) + 5$$

E alla fine segue che:

$$M(\lambda) = m(\lambda) - 5 \log(d) + 5$$

**Se conosco  $M$  conosco  $d$ , e viceversa**





$$DM_{\lambda} = m_{\lambda} - M_{\lambda} = 5 \log d - 5$$

si chiama ***modulo di distanza*** di quell'astro.

Si è tenuta esplicitamente la dipendenza da  $\lambda$  (che a prima vista non dovrebbe esserci) per avvertire che ***se lo spazio non è trasparente*** la magnitudine osservata dipende da  $\lambda$ , e così farà anche il ***modulo di distanza***.

Per cui i moduli di distanza ricavati con diversi sistemi fotometrici possono differire tra loro, causa l'imperfetta conoscenza dell'assorbimento interstellare.



La luminosità totale  $L$  di una sorgente è l'integrale della luminosità specifica  $L_\nu$  su tutte le frequenze (o  $L_\lambda$  su tutte le lunghezze d'onda). Di conseguenza, il flusso totale  $S$  di una sorgente è il flusso specifico  $S_\nu$  integrato su tutte le frequenze  $\nu$ . La magnitudine bolometrica apparente  $m_{bol}$  è definita come:

$$m_{bol} = const - 2.5 \log S$$

La magnitudine assoluta bolometrica  $M_{bol}$  sarà dunque:

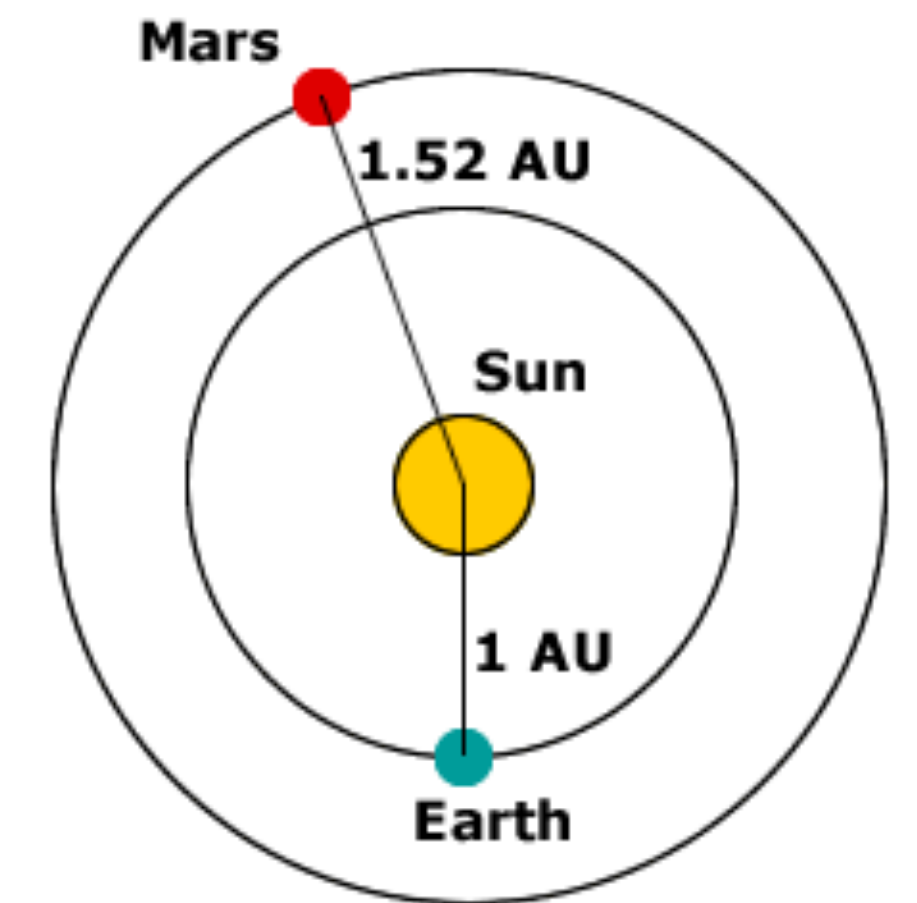
$$M_{bol} = const - 2.5 \log L \quad (5)$$



E la costante può essere fissata usando i parametri del sole:

$$m_{\odot bol} = -26.83 \quad DM(1AU) = -31.47$$

(1AU=distanza sole terra,  $1/206265$  pc or  $1.5 \times 10^8$  km)



Segue che la magnitudine assoluta bolometrica del sole è:

$$M_{\odot bol} = m_{\odot bol} - DM(1AU) = -26.3 + 31.47 = 4.74$$



Segue che:

$$M_{\odot bol} = -2.5 \log L_{\odot} + const = 4.74$$

$$const = 4.74 + 2.5 \log L_{\odot}$$

$L_{\odot}$  luminosità  
bolometrica del sole

E infine l'equazione (5) si può scrivere:

$$M_{bol} = 4.74 - 2.5 \log \frac{L}{L_{\odot}} \quad (6)$$

E la luminosità bolometrica del sole sarà:

$$L_{\odot} = 3.85 \times 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$$



Il Sole è ad una distanza di  $1/206265$  pc, quindi la sua magnitudine assoluta in banda V è +?? (*esercizio*); Vega è a circa 10 pc di distanza, quindi la sua  $M_V$  è vicina alla sua magnitudine apparente  $m_V$ , cioè circa 0.

Le stelle di più alta luminosità intrinseca hanno  $M$  intorno a -6, le più deboli hanno  $M$  intorno a +20



Il Sole è ad una distanza di 1/206265 pc, quindi la sua magnitudine assoluta in banda V è +?? (*esercizio*); Vega è a circa 10 pc di distanza, quindi la sua  $M_V$  è vicina alla sua magnitudine apparente  $m_V$ , cioè circa 0.

$$M_{\odot,V} = m_{\odot,V} - 5 \log d + 5 = -26.8 - 5 \log(1/206265) + 5 = 4.77$$

Le stelle di più alta luminosità intrinseca hanno  $M$  intorno a -6, le più deboli hanno  $M$  intorno a +20



La differenza di magnitudine assoluta bolometrica tra la stella generica e il Sole è (scrivendo (6) per una stella generica e per il sole, poi sottraendo):

$$M_{bol} = 4.74 - 2.5 \log \frac{L}{L_{\odot}} \qquad M_{\odot bol} = 4.74$$

$$M_{bol} - M_{\odot} = -2.5 \log \frac{L}{L_{\odot}} = -2.5 \log \frac{R^2 T^4}{R_{\odot}^2 T_{\odot}^4}$$

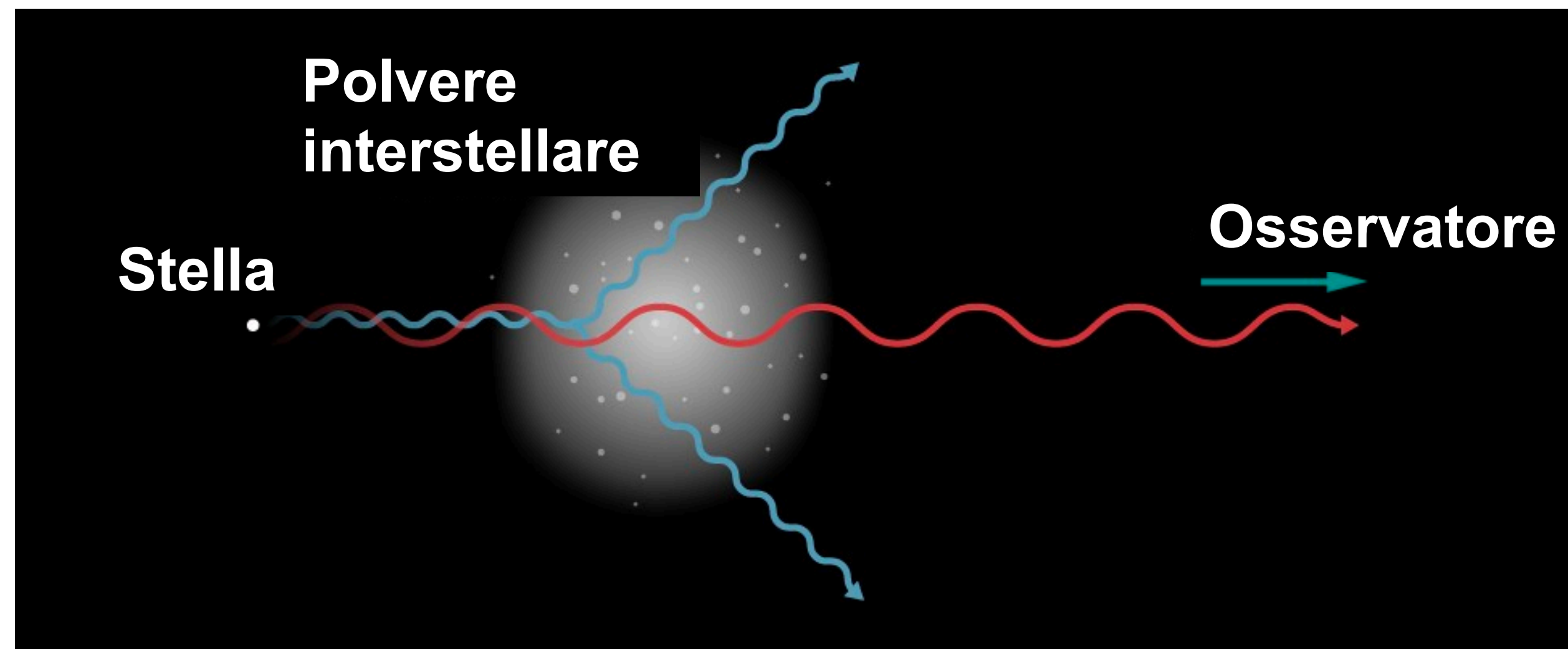
Esplicitando così la dipendenza dal raggio e dalla temperatura



Lo spazio tra le stelle non è vuoto, ma riempito di gas e **polvere**

La polvere è prodotta nelle atmosfere delle stelle giganti e super giganti (quindi nelle ultime fasi di vita delle stelle molto massicce)

Si tratta di conglomerati di silicati o carbonati, spesso ricoperti da acqua/ghiaccio, di pochi micron di diametro.

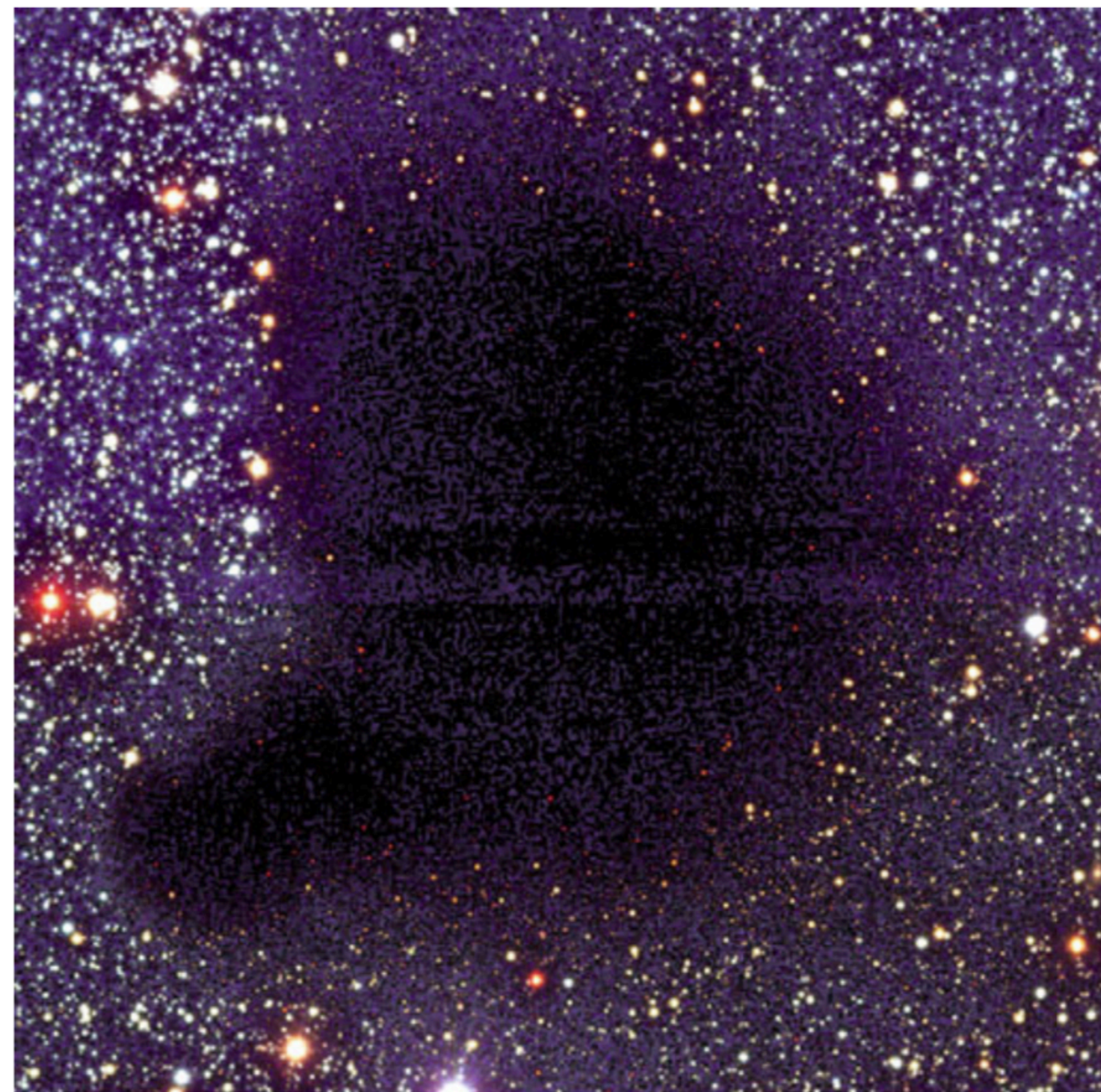


La polvere è molto efficiente nel assorbire/scatterare luce blu; la luce trasmessa è **attenuata e arrossata**



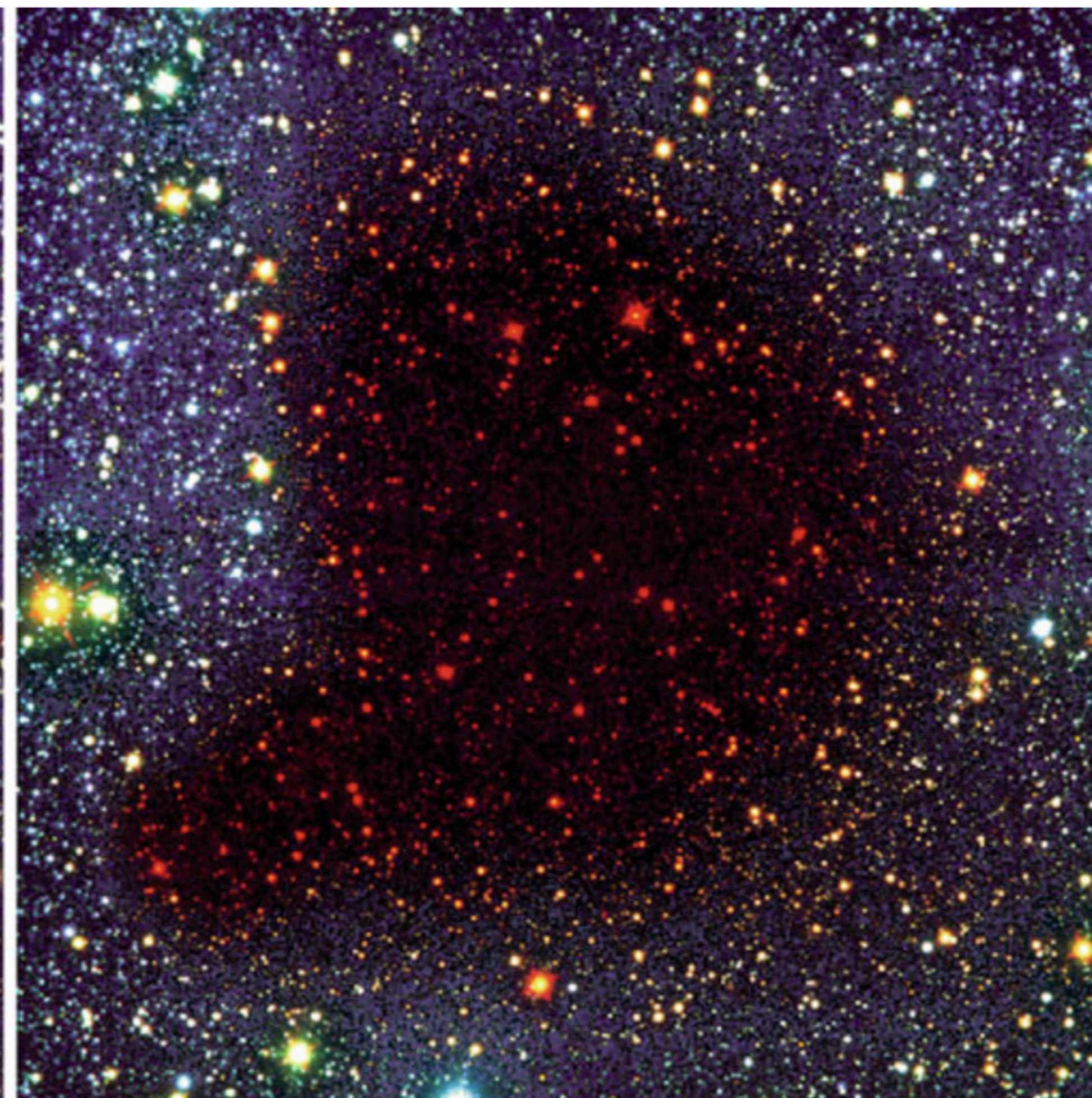


## Attenuazione



B, V, I

## Arrossamento



B, I, K

Nube Barnard 68

# Assorbimento interstellare

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu$$

Equazione del trasporto radiativo in presenza di solo assorbimento/scattering

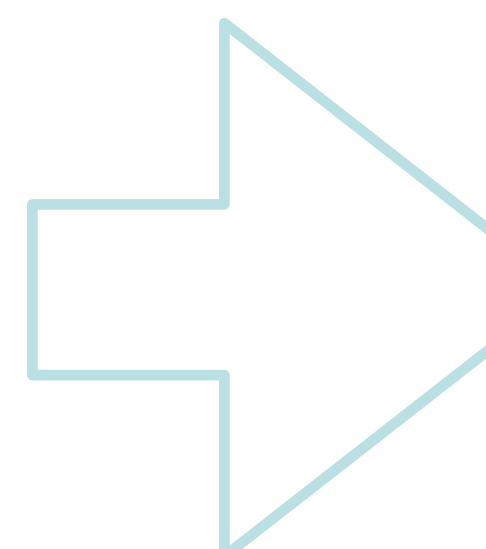
La posso riscrivere così:

$$d \ln I_\nu = dI_\nu / I_\nu = -\kappa_\nu ds$$

E integrarla:

$$\ln I_\nu(s) - \ln I_\nu(0) = - \int_0^s ds' \kappa_\nu(s') \equiv -\tau_\nu(s)$$

**Profondità ottica**



$$I_\nu(s) = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu(s)}$$

L'intensità specifica è ridotta di un fattore  $\tau_\nu(s)$



In maniera simile il flusso sarà ridotto, alla distanza  $s$ , alla stessa maniera:

$$S_\nu = S_\nu(0) e^{-\tau_\nu(s)}$$

dove  $S_\nu(0)$  è il flusso senza assorbimento. Passando alle magnitudini:

$$\frac{S_\nu}{S_{\nu,0}} = 10^{-0.4(m-m_0)} = e^{-\tau_\nu} = 10^{-\log(e)\tau_\nu}$$

$$\begin{aligned} A_\nu &:= m - m_0 = -2.5 \log(S_\nu/S_{\nu,0}) \\ &= 2.5 \log(e) \tau_\nu = 1.086 \tau_\nu . \end{aligned}$$

dove  $m$  è la magnitudine osservata, mentre  $m_0$  è quella che si avrebbe senza assorbimento.  $A_\nu$  si chiama **coefficiente di estinzione**, che non è altro che una misura della *profondità ottica a quella frequenza*



Siccome il coefficiente  $\kappa_\nu$  dipende dalla frequenza (o da  $\lambda$ ), ***l'assorbimento*** implica anche un cambio di ***colore***. ***L'eccesso di colore si definisce così:***

$$\begin{aligned} E(X - Y) &:= A_X - A_Y = (X - X_0) - (Y - Y_0) \\ &= (X - Y) - (X - Y)_0. \end{aligned}$$

L'eccesso di colore descrive il cambiamento dell'indice di colore (X-Y), misurato in due filtri X e Y. Si noti che:

$$E(X - Y) = A_X - A_Y = A_X \left( 1 - \frac{A_Y}{A_X} \right) \equiv A_X R_X^{-1}$$

L'eccesso di colore è proporzionale al coefficiente di estinzione.

Considerando le bande  $B$  e  $V$ :

$$A_V = R_V E(B - V)$$

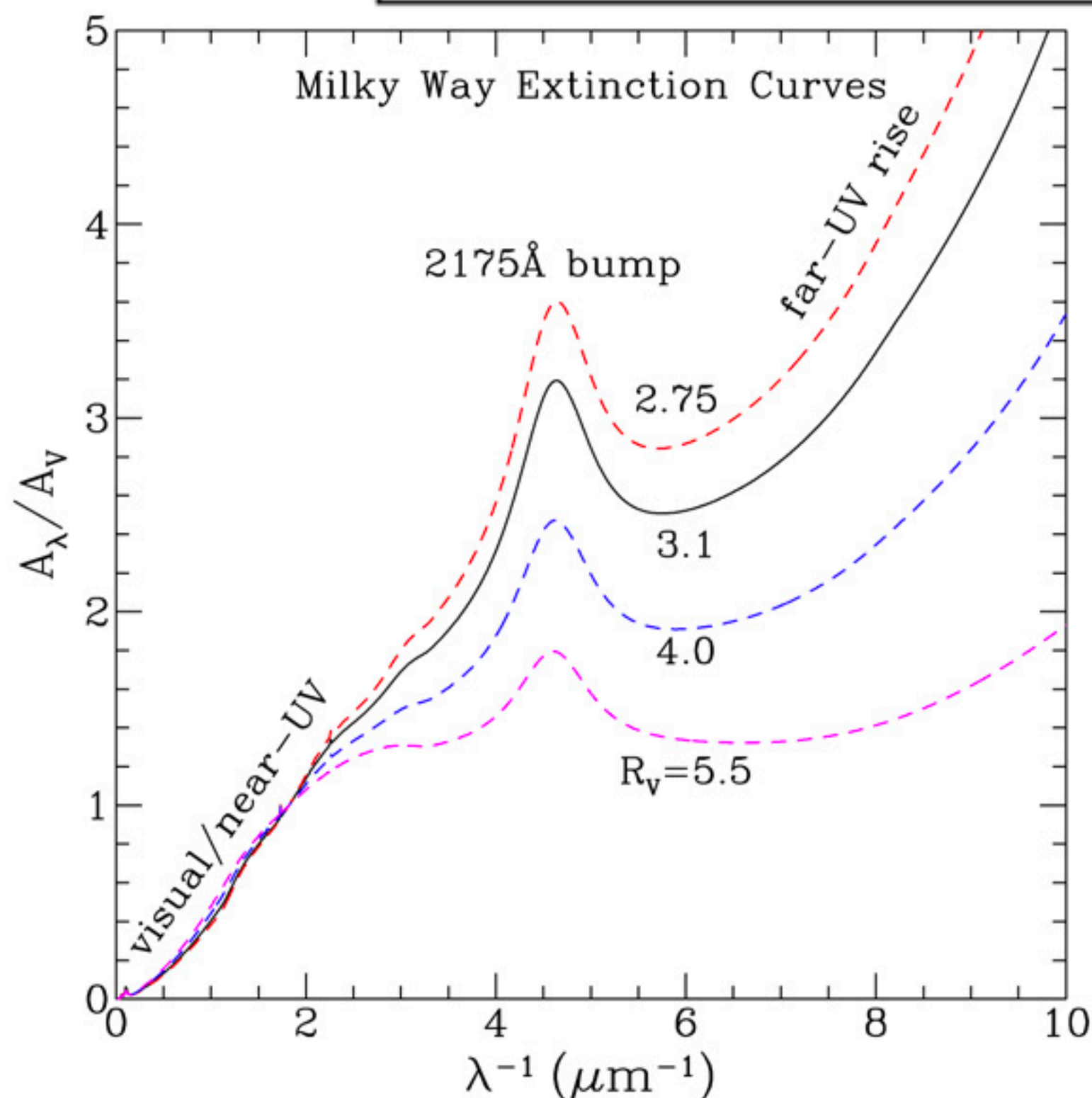
Ad esempio, nella nostra via lattea si ha la relazione tipica:

$$A_V = (3.1 \pm 0.1) E(B - V)$$

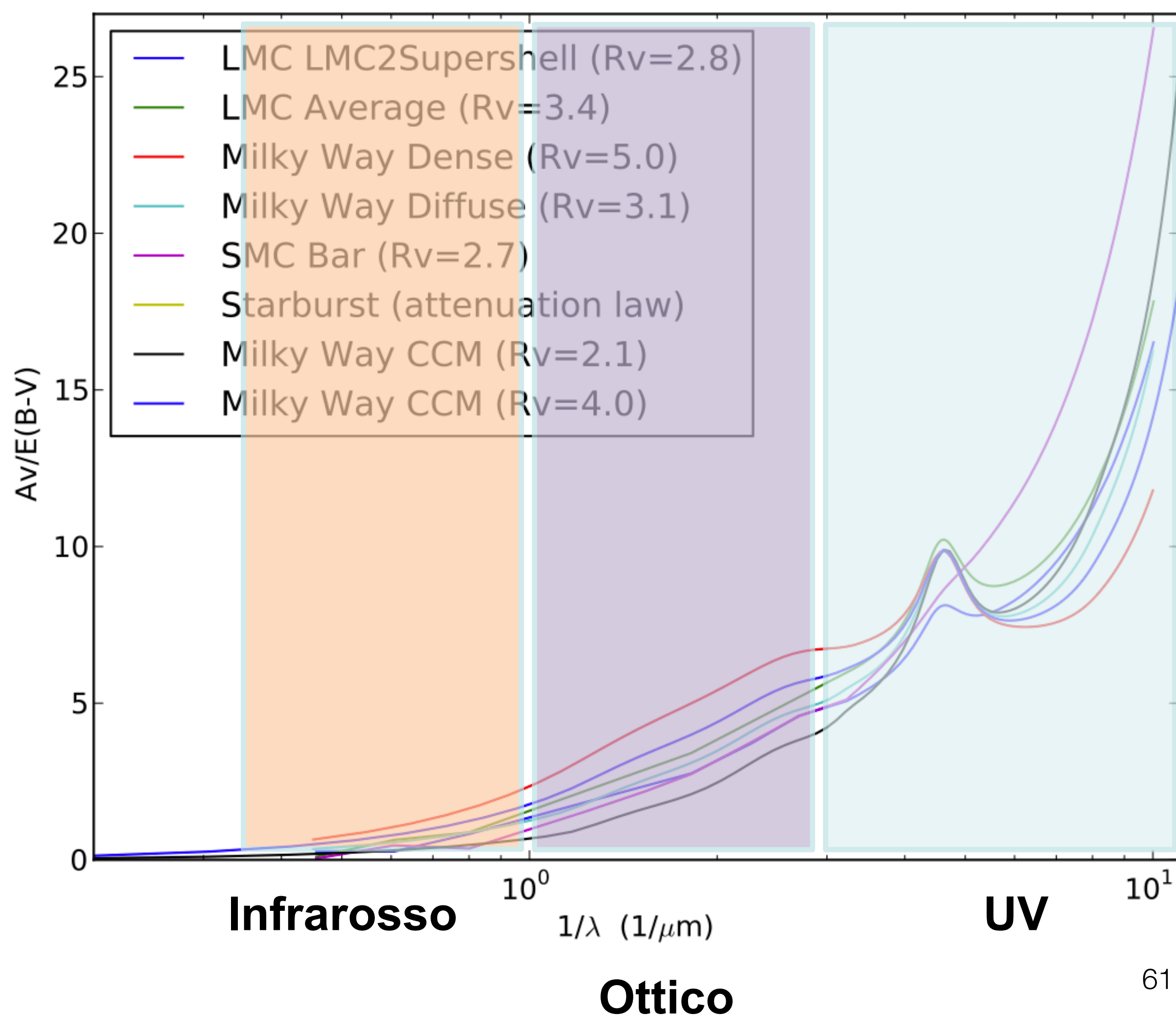
Che però non è universale:

Ma dipende dalle caratteristiche della polvere (composizione, geometria, distribuzione...)

$A_V$  e  $E(B-V)$  sono direttamente proporzionali alla quantità di polveri lungo la linea di vista



## Coefficiente di estinzione nella via lattea e nelle nubi di Magellano



$A_V$  decresce con  $\lambda$

$$A_Y/A_X < 1$$

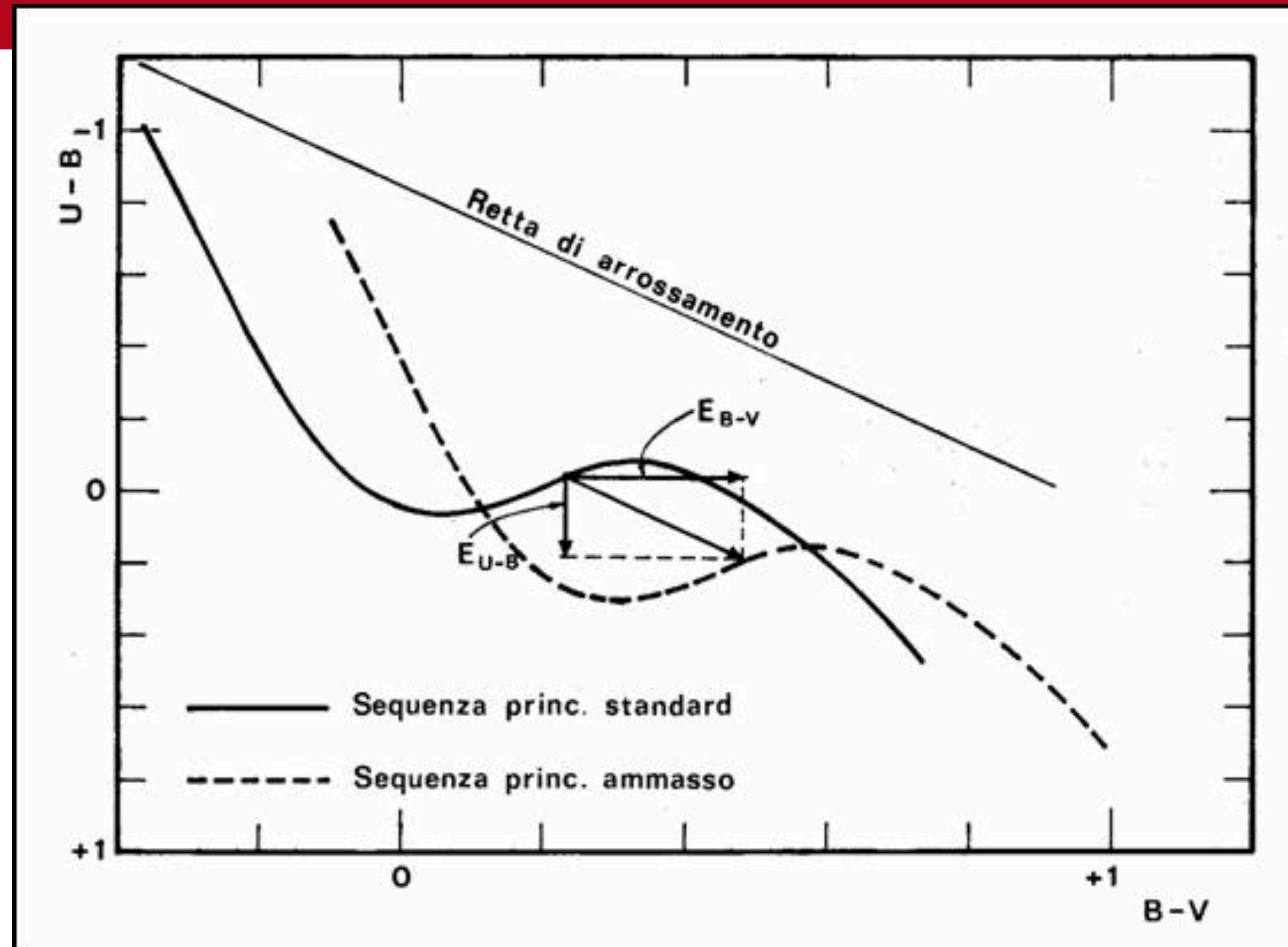
$$E(X - Y) = A_X \left( 1 - \frac{A_Y}{A_X} \right) > 0$$

$$(X - Y) = (X - Y)_0 + E(X - Y) > 0$$

Il colore osservato è sempre maggiore (più rosso) di quello in assenza di assorbimento



# Assorbimento interstellare



Retta di arrossamento sul diagramma colore-colore: tutti i colori diventano più rossi (più grandi), quindi l'arrossamento sposta rigidamente tutte le stelle lungo la retta di reddening