



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

# Esercizi meccanica celeste

Settimana 3



a) La cometa Austin (1982g) si muove lungo una orbita parabolica. Trova la sua velocità l'8 Ottobre 1982, quando la sua distanza dal Sole era 1.1 AU.

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{M}{r} = h = \text{cost}$$

Per parabola,  $h=0$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{\text{kg s}^2 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m} \cdot 1.1}} = \sqrt{0.16 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.4 \cdot 10^5 \text{ m/s} = 40 \text{ km/s}$$

$$h=0 \quad \frac{1}{2} v^2 - \frac{M}{r} = 0$$
$$v = \sqrt{\frac{2M}{r}} = \sqrt{\frac{2GM_{\odot}}{r}}$$
$$M = G(M_{\odot} + M_c) \approx GM_{\odot}$$



b) Il semiasse maggiore dell'orbita del planetino 1982RA è 1.568 AU e la sua distanza dal Sole l'8 ottobre 1982 era 1.17 AU. Trova la sua velocità

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{M}{r} = h = \text{cost}$$

Per ellisse:

$$a = \frac{-M}{2h} \quad h = \frac{-M}{2a}$$

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{M}{r} = -\frac{M}{2a} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} v^2 = M \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2a} \right)$$

$$v^2 = M \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad v = \sqrt{M \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} =$$

$$= \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}}{150 \cdot 10^9} \left( \frac{2}{1.17 \cdot 150 \cdot 10^9} - \frac{1}{1.56 \cdot 150 \cdot 10^9} \right)}$$

$$= \sqrt{0.09 \cdot 10^{10}} = 0.3 \cdot 10^5 \text{ m/s} = 30 \text{ km/s}$$

Il periodo della luna marziana Phobos è 0.3189 d e il raggio dell'orbita 9370 km. Qual'è la massa di Marte?

Terza legge di Keplero:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)} a^3$$

distanze  $\rightarrow$  AU

se tempo  $\rightarrow$  yr

massa  $\rightarrow M_\odot$

$$\Rightarrow G = 4\pi^2$$

$$\Rightarrow a^3 = (M_1 + M_2) \cdot P^2$$

$$P = 0.3189 \text{ d} = 0.3189 \frac{\text{d}}{365 \text{ d}} \cdot \frac{1 \text{ yr}}{1} = 0.0008731 \text{ yr}$$

$$a = 9370 \text{ km} = 9370 \text{ km} \cdot \frac{1 \text{ UA}}{150 \cdot 10^6 \text{ km}} = 62 \cdot 10^{-6} \text{ UA} = 62 \cdot 10^{-5} \text{ UA}$$

$$M_{\text{MARS}} = \frac{a^3}{P^2} = \frac{(6.2 \cdot 10^{-5})^3}{(8.7 \cdot 10^{-4})^2} = 3.24 \cdot 10^{-7} M_\odot$$



## Esercizio 6.3

Trova il raggio dell'orbita di un satellite geostazionario; tale satellite rimane sempre sopra lo stesso punto dell'equatore della Terra. Ci sono luoghi della terra in cui tale satellite non è visibile?

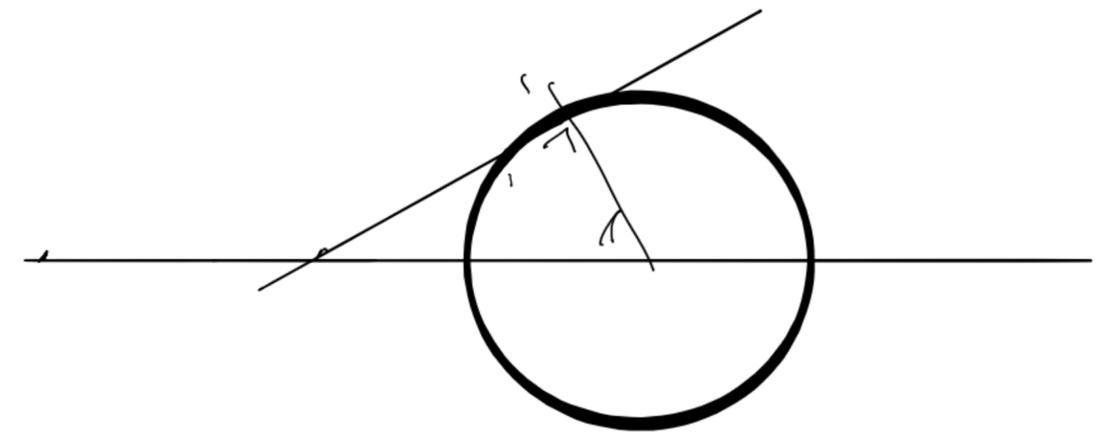
Terza legge di Keplero:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)} a^3$$

$$a^3 = \frac{P^2 G M_{\oplus}}{4\pi^2} = \frac{7.5 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}}{4\pi^2} =$$

$$= 7.6 \cdot 10^{22} = 76 \cdot 10^{21}$$

$$a = 4.2 \cdot 10^7 \text{ m} = 42 \cdot 10^3 \text{ km}$$



$$a \cdot \cos \lambda = R$$

$$\cos \lambda = \frac{R}{a} = \frac{6350}{42000} = P$$

$$\lambda = 81^\circ$$