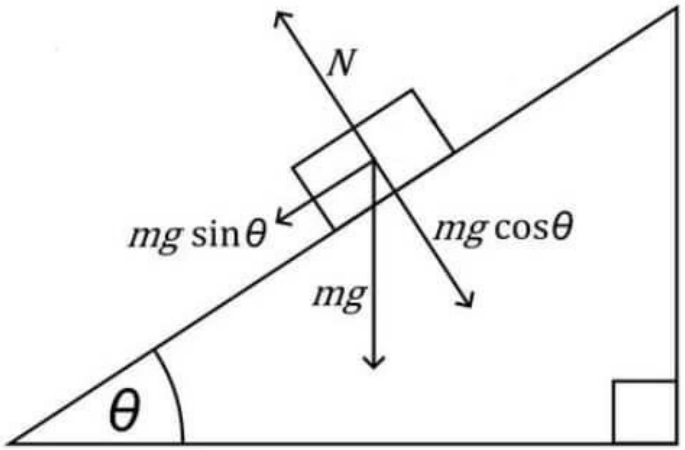
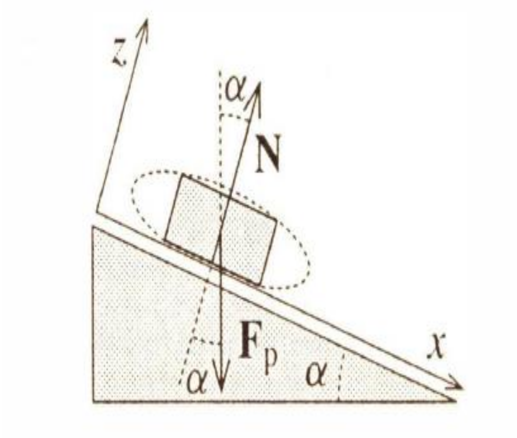
Applicazione delle leggi di Newton

BLOCCO SU DI UN PIANO INCLINATO LISCIO





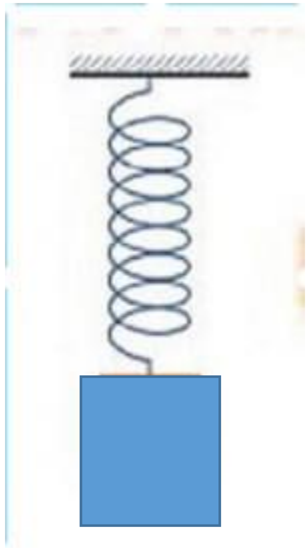
Si osserva che il corpo accelera lungo il piano verso il basso

$$a = g \sin\alpha$$

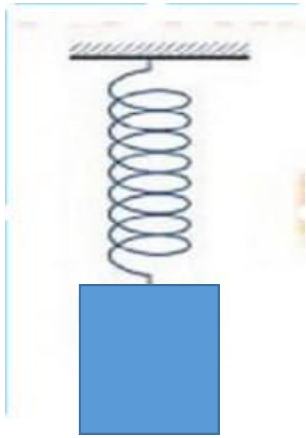
$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (g \sin\alpha) t^2$$

Applicazione delle leggi di Newton

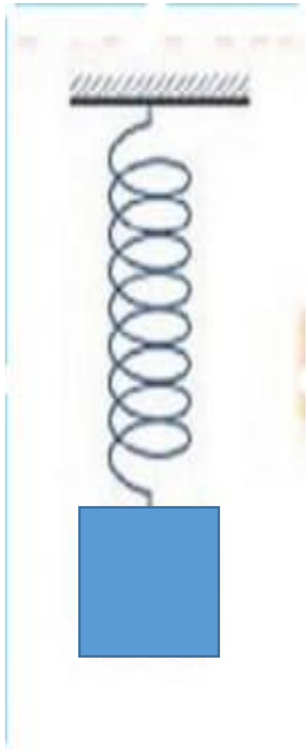
Peso di un oggetto in ascensore



Dinamometro solidale al soffitto di un ascensore fermo. Appeso al dinamometro un corpo di massa m.

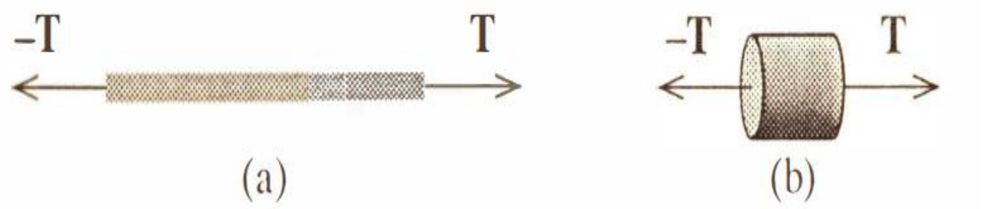


Dinamometro solidale al soffitto di un ascensore che scende con un' accelerazione a. Appeso al dinamometro un corpo di massa m.



Dinamometro solidale al soffitto di un ascensore che sale con un' accelerazione a. Appeso al dinamometro un corpo di massa m.

Applicazione delle leggi di Newton



TENSIONE DEI FILI

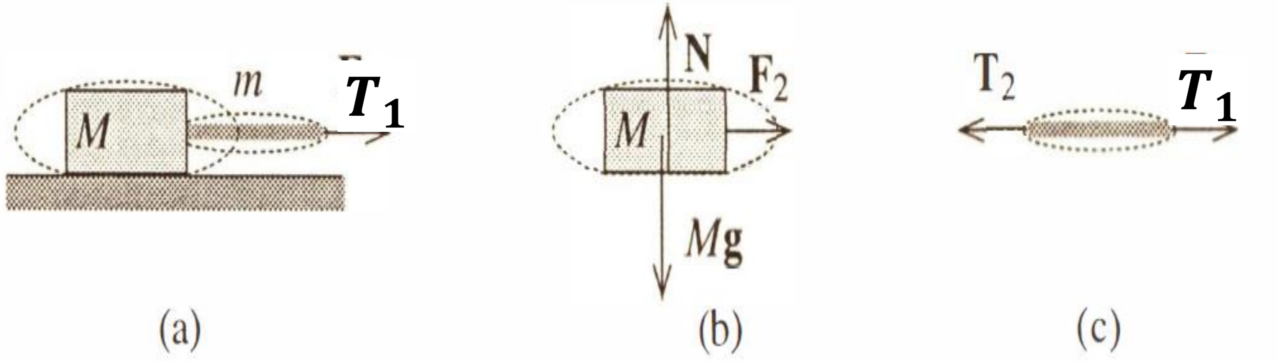
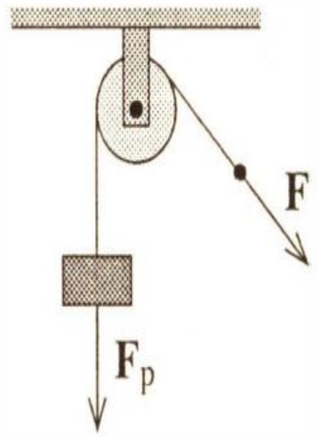


FIGURA 2.6.6. **N** reazione normale dovuta alla superficie d'appoggio; *M***g** peso dovuto alla Terra; $\mathbf{F}_2$ forza dovuta al filo; $\mathbf{T}_2$ forza dovuta al corpo; $\boldsymbol{T}_1$ forza applicata dall'esterno.

$$\mathbf{F}_2 = -\mathbf{T}_2 = M\mathbf{a}, \qquad \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 = m\mathbf{a}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{M+m}{M} = 1 + \frac{m}{M}$$



Con una carrucola le direzioni delle forze all'estremità di un filo possono essere diverse, perché alle estremità le tensioni possano considerarsi uguali è necessario che anche la massa della carrucola sia trascurabile.

Applicazione delle leggi di Newton

DUE BLOCCHI COLLEGATI CON UN FILO

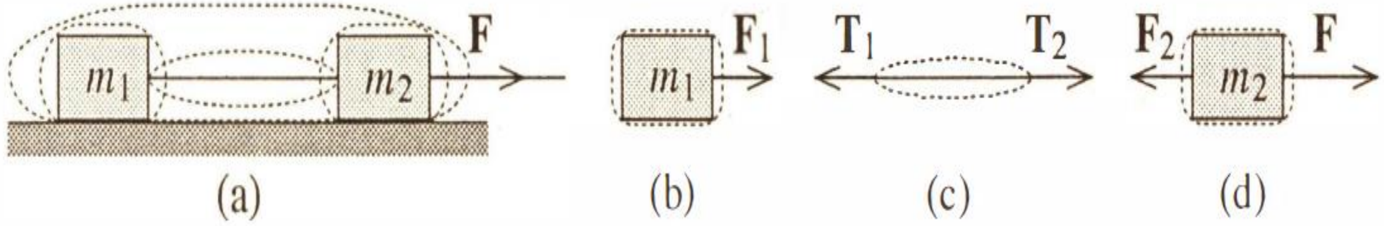


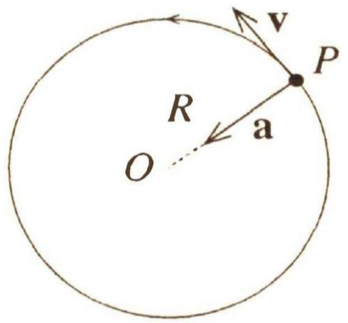
FIGURA 2.6.8. $\mathbf{F}_1$ forza dovuta al filo; $\mathbf{T}_1$ tensione dovuta al blocco 1; $\mathbf{T}_2$ tensione dovuta al blocco 2; $\mathbf{F}$ forza applicata dall'esterno; $\mathbf{F}_2$ forza dovuta al filo.

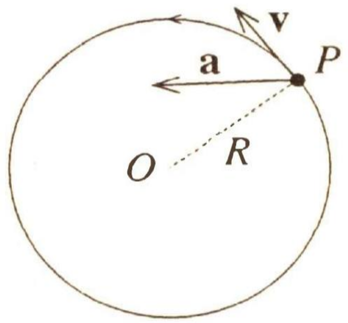
$$F = (m_1 + m_2)a$$

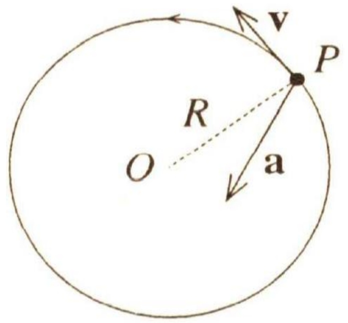
Accelerazione comune ai due corpi.
Il principio di azione e reazione fornisce la tensione del filo che è sempre minore della forza F

$$T = m_1 a, \qquad F - T = m_2 a$$

Moti curvilinei







Moto circolare uniforme

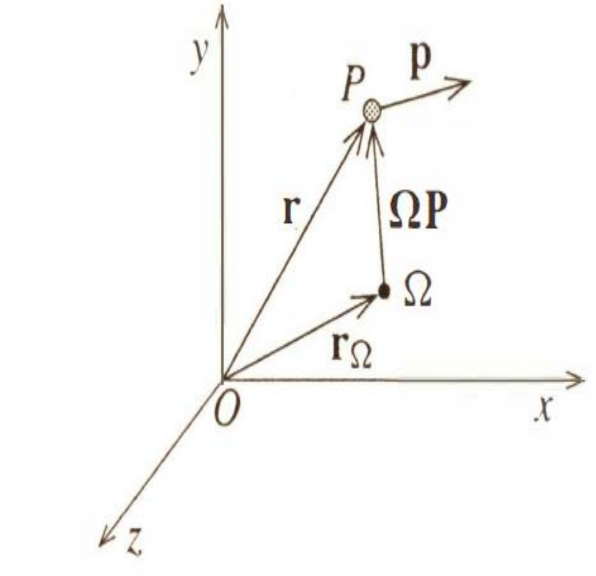
La forza è verso il centro

Moto circolare vario

La forza non è verso il centro

Un esempio di moto circolare vario. Il centro di rotazione è l’asse dell’uomo.

Momento della quantità di moto o momento angolare



Dato un punto materiale P che si muove con una certa quantità di moto $\vec{p}$ si definisce il momento angolare rispetto ad un polo Ω il prodotto vettoriale. (Vedremo che il momento angolare dei pianeti attorno al Sole, scegliendo il Sole come polo, è una costante del moto.)

$$\mathbf{l}_\Omega = \mathbf{\Omega P} \times \mathbf{p}$$

Se su P agisce una forza $\vec{F}$ avremo anche un momento della forza rispetto allo stesso polo

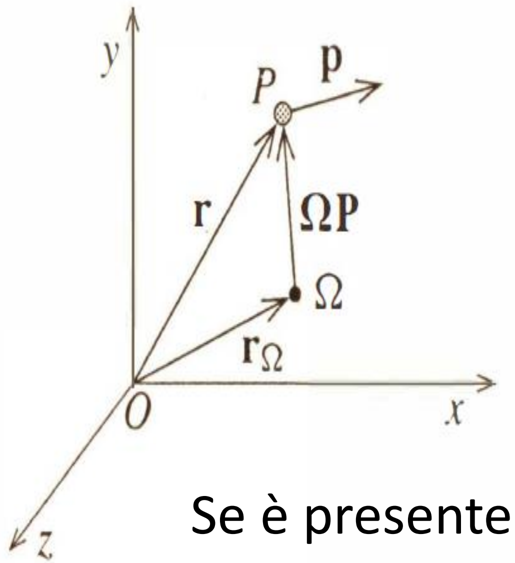
$$\tau_\Omega = \mathbf{\Omega P} \times \mathbf{F}$$

Se è presente una forza che agisce su P, la quantità di moto varia nel tempo ed è lecito chiedersi come vari nel tempo il momento angolare

Momento della quantità di moto o momento angolare

$$\mathbf{l}_\Omega = \Omega\mathbf{P} \times \mathbf{p}$$

E' una grandezza importante in moltissimi ambiti dal moto planetario al moto degli elettroni negli atomi



$$\frac{d\mathbf{l}_\Omega}{dt} = \frac{d\Omega\mathbf{P}}{dt} \times \mathbf{p} + \Omega\mathbf{P} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

Dalla regola di derivazione di un prodotto

$$\frac{d\Omega\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_\Omega$$

$$\frac{d\mathbf{l}_\Omega}{dt} = \underbrace{\mathbf{v} \times \mathbf{p}}_{=0} - \underbrace{\mathbf{v}_\Omega \times \mathbf{p}}_{=0} + \Omega\mathbf{P} \times \mathbf{F} \quad (\boldsymbol{\tau}_\Omega = \Omega\mathbf{P} \times \mathbf{F})$$

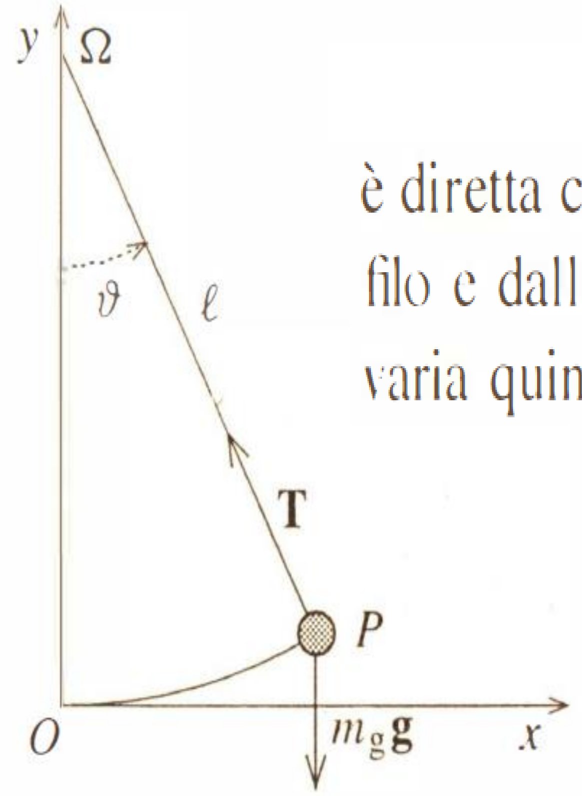
Se è presente una forza che agisce su P, la quantità di moto varia nel tempo ed è lecito chiedersi come vari nel tempo il momento angolare: se il polo Ω è fermo vale:

$$\boldsymbol{\tau}_\Omega = \frac{d\mathbf{l}_\Omega}{dt}$$

La derivata rispetto al tempo del momento angolare di un punto materiale, rispetto ad un polo fisso in un riferimento inerziale è uguale al momento (rispetto al medesimo polo) della risultante delle forze agenti sul punto.

Il Pendolo: le forze in gioco

Forze in gioco: Forza peso e Tensione del filo.



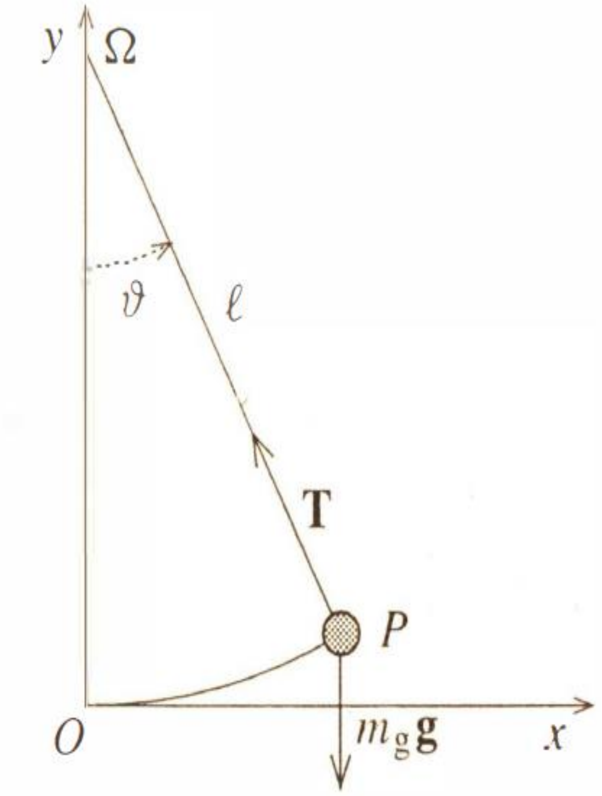
L'accelerazione è diretta come la risultante di queste due forze ed è quindi sempre nel piano definito dal filo e dalla verticale. La componente della velocità perpendicolare a questo piano non varia quindi durante il moto. Se la velocità iniziale è nulla, il moto avviene nel piano.

Il moto del pendolo è un moto piano

Si tratta di una porzione di moto circolare percorsa in avanti e indietro

Il senso positivo del moto è quello che da O porta il punto materiale verso coordinate con ascisse positive

Il Pendolo: le equazioni del moto



Momento della forza peso rispetto al polo Ω: $\vec{\tau}_\Omega = \overrightarrow{\Omega P} \times m\vec{g}$

Momento della tensione rispetto al polo Ω: $nulla$

Abbiamo quindi che: $\frac{d\vec{l}_\Omega}{dt} = \frac{d\left(\overrightarrow{\Omega P} \times m\vec{v}\right)}{dt} = \vec{\tau}_\Omega = \overrightarrow{\Omega P} \times m\vec{g}$

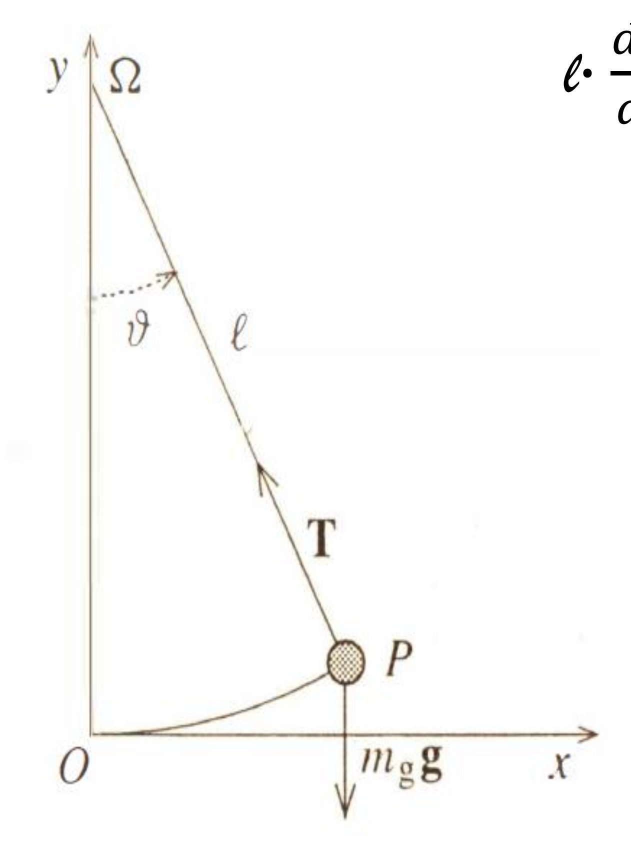
Poiché il moto del pendolo è un moto piano tutti i vettori presenti nelle equazioni qui sopra sono diretti lungo asse z (per definizione di prodotto vettore).

$$\overrightarrow{\Omega P} \times m\vec{g} = -\ell \cdot m \cdot g \cdot \sin\vartheta\ \hat{k}$$

$$\overrightarrow{\Omega P} \times m\vec{v} = \ell \cdot m \cdot v\ \hat{k}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dv}{dt} + g \cdot \sin\vartheta = 0 \quad \Rightarrow \quad \ell \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + g \cdot \sin\vartheta = 0$$

Il Pendolo: l'approssimazione a piccole oscillazioni



$$\ell \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + g \cdot \sin\vartheta = 0 \Longrightarrow \ell \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + g \cdot \vartheta = 0$$

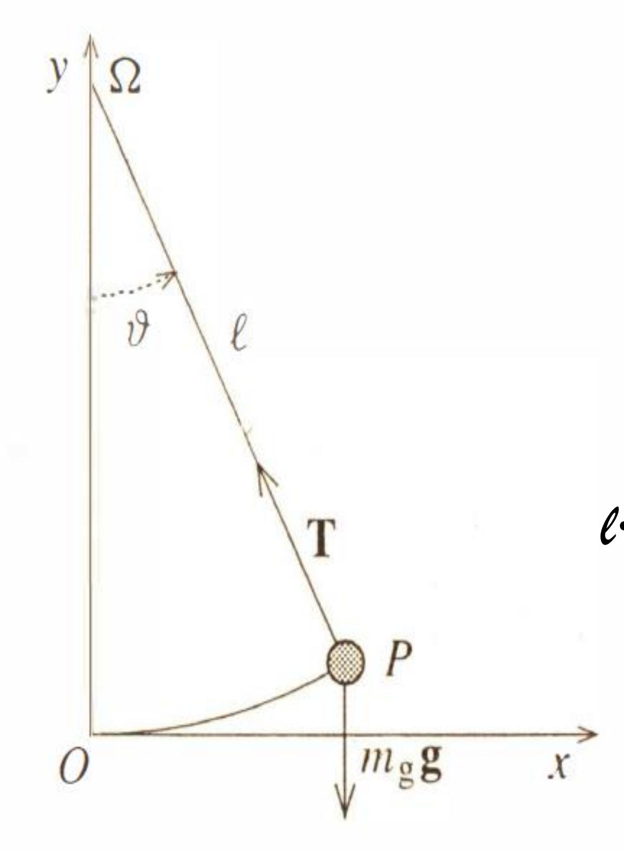
$$\vartheta(t) = \vartheta_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{g/\ell}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$$

La pulsazione ω_0 ed il periodo *T* sono indipendenti dall'ampiezza dell'oscillazione ϑ_0. Due pendoli della stessa lunghezza, posti nello stesso luogo sono isocroni.

$x = \ell \tan\vartheta$, In approssimazione di piccoli angoli $x = \ell\vartheta$ $\qquad x(t) = x_0 \cos\omega_0 t$

Il Pendolo: massa inerziale e massa gravitazionale



Momento della forza peso rispetto al polo Ω: $\vec{\tau}_\Omega = \overrightarrow{\Omega P} \times m_g \vec{g}$

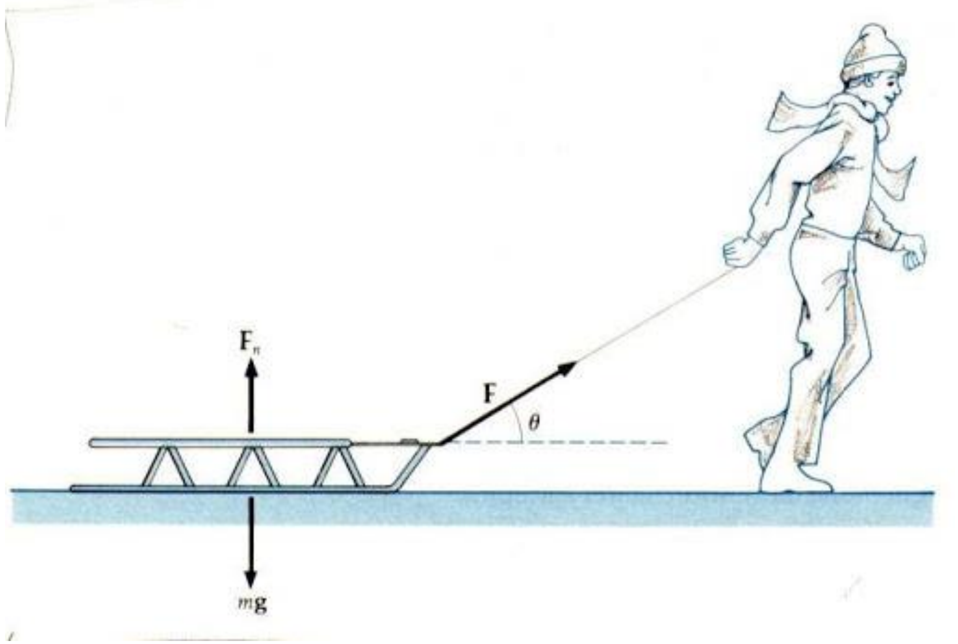
Abbiamo quindi che: $\frac{d\vec{l}_\Omega}{dt} = \frac{d\left(\overrightarrow{\Omega P} \times m_i \vec{v}\right)}{dt} = \vec{\tau}_\Omega = \overrightarrow{\Omega P} \times m_g \vec{g}$

$$\ell \cdot m_i \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + m_g \cdot g \cdot \sin\vartheta = 0 \quad \Longrightarrow \quad \ell \cdot m_i \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + g \cdot m_g \cdot \vartheta = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m_g g}{m_i \ell}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m_i \ell}{m_g g}}$$

Qualunque tipo di materiale voi usiate la pulsazione e il periodo di un pendolo di una lunghezza fissata non cambiano. Non si riesce a trovare il modo di distinguere massa inerziale e massa gravitazionale. Questo vuol dire che sono esattamente la stessa grandezza fisica.

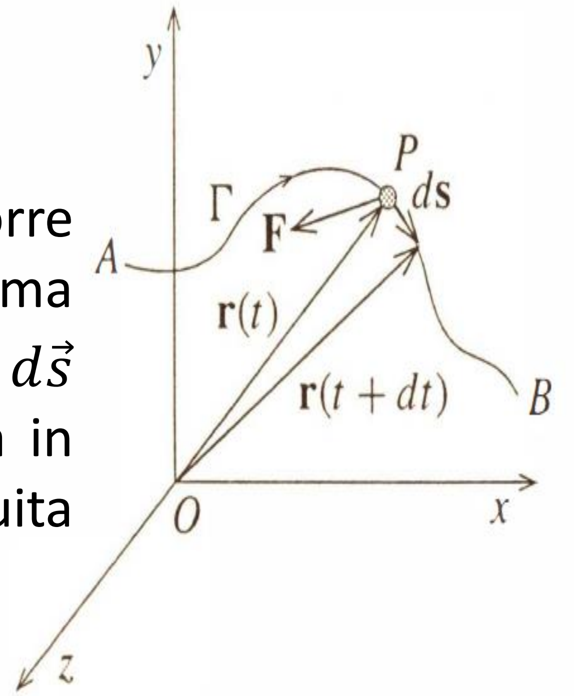
Lavoro di una forza: Teorema dell'energia cinetica



Lavoro elementare

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \quad [J] = [N][m]$$

Dato un punto materiale che percorre una certa traiettoria, il lavoro è la somma degli infiniti contributi elementari $\vec{F} \cdot d\vec{s}$ in cui potete scomporla. Tale somma in genere dipende dalla traiettoria seguita per andare da A a B.

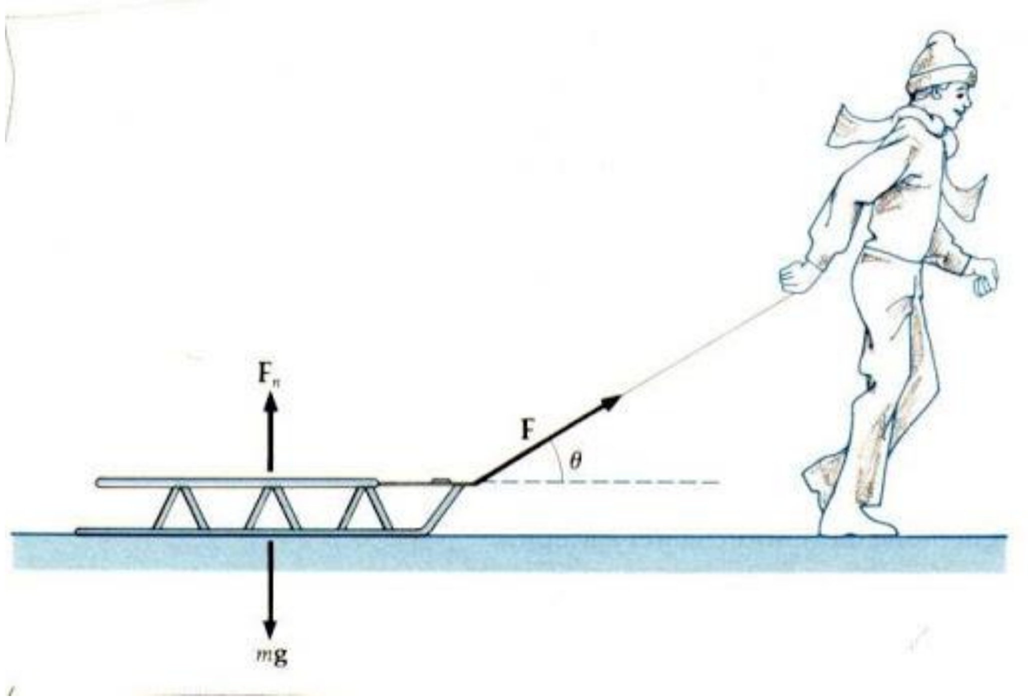


$$W_{AB:\Gamma} = \int_{A:\Gamma}^{B} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$$

Si chiama risultante $\vec{R}$ la somma di tutte le forze agenti sul punto materiale. Il lavoro totale fatto su un punto materiale è la somma dei lavori fatti dalle forze agenti su di esso.

$$W_{AB:\Gamma} = \int_{A:\Gamma}^{B} \sum_i \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s} = \int_{A:\Gamma}^{B} \left(\sum_i \mathbf{F}_i\right) \cdot d\mathbf{s} = \int_{A:\Gamma}^{B} \mathbf{R} \cdot d\mathbf{s}$$

Lavoro di una forza: Teorema dell'energia cinetica



$$\mathrm{R} = m\frac{d\mathrm{v}}{dt}$$

$$\mathrm{R}\cdot d\mathrm{s} = m\frac{d\mathrm{v}}{dt}\cdot \mathrm{v}\,dt = m\mathrm{v}\cdot d\mathrm{v}$$

$$d(v^2) = d(\mathrm{v}\cdot\mathrm{v}) = (d\mathrm{v})\cdot\mathrm{v} + \mathrm{v}\cdot d\mathrm{v} = 2\mathrm{v}\cdot d\mathrm{v}$$

$$\mathrm{R}\cdot d\mathrm{s} = \frac{1}{2}m\,d(v^2)$$

$$\int_{A;\Gamma}^{B}\mathrm{R}\cdot d\mathrm{s} = \frac{1}{2}m\int_{A;\Gamma}^{B} d(v^2) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \,.$$

$$W_{AB;\Gamma} = U_{\mathrm{k}}(B) - U_{\mathrm{k}}(A)$$

Quando un punto materiale si muove lungo una certa traiettoria da A a B, il lavoro della risultante agente su di esso è pari alla differenza tra l'energia cinetica che il punto ha in B e quella che aveva in A.