Dimostrare che un linguaggio non è regolare

Usate il Pumping Lemma per dimostrare che i seguenti linguaggi non sono regolari, riempiendo gli spazi nel testo sottostante.

Esercizio 1

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{il numero di } a \text{ è maggiore del numero di } b\}$$

Dimostrazione. Supponiamo per assurdo che L sia regolare:

- sia k la lunghezza data dal Pumping Lemma;
- consideriamo la parola $w =$ ________________________________, che appartiene ad L ed è di lunghezza maggiore di k;
- sia $w = xyz$ una suddivisione di w tale che $y \neq \varepsilon$ e $|xy| \leq k$;
- (dimostra che per qualsiasi suddivisione xyz puoi trovare un esponente i tale che $xy^iz \notin L$)

Abbiamo trovato un assurdo quindi L non può essere regolare. $\square$

Esercizio 2

$$L = \{a^l b^m a^n \mid l + m = n\}$$

Dimostrazione. Supponiamo per assurdo che L sia regolare:

- sia k la lunghezza data dal Pumping Lemma;
- consideriamo la parola $w =$ ______________________________, che appartiene ad L ed è di lunghezza maggiore di k;
- sia $w = xyz$ una suddivisione di w tale che $y \neq \varepsilon$ e $|xy| \leq k$;
- (dimostra che per qualsiasi suddivisione xyz puoi trovare un esponente i tale che $xy^iz \notin L$)

Abbiamo trovato un assurdo quindi L non può essere regolare. $\square$

Esercizio 3

$$L = \{a^l b^m a^n \mid l + m \equiv n \mod 3\}$$

Dimostrazione. Supponiamo per assurdo che L sia regolare:

- sia k la lunghezza data dal Pumping Lemma;
- consideriamo la parola $w =$ ________________________________, che appartiene ad L ed è di lunghezza maggiore di k;
- sia $w = xyz$ una suddivisione di w tale che $y \neq \varepsilon$ e $|xy| \leq k$;
- (dimostra che per qualsiasi suddivisione xyz puoi trovare un esponente i tale che $xy^i z \notin L$)

Abbiamo trovato un assurdo quindi L non può essere regolare. $\square$

Esercizio 4

$$L = \{0^{n^2} \mid n \geq 0\}$$

Dimostrazione. Supponiamo per assurdo che L sia regolare:

- sia k la lunghezza data dal Pumping Lemma;
- consideriamo la parola $w =$ ________________________________, che appartiene ad L ed è di lunghezza maggiore di k;
- sia $w = xyz$ una suddivisione di w tale che $y \neq \varepsilon$ e $|xy| \leq k$;
- (dimostra che per qualsiasi suddivisione xyz puoi trovare un esponente i tale che $xy^iz \notin L$)

Abbiamo trovato un assurdo quindi L non può essere regolare. $\square$