COMPITO DI MICROECONOMIA
Prof. Michele Moretto
Dr. Gregorio Morosinotto
24 Gennaio 2023

Ogni esercizio ha un valore di 8 punti.

A) Un individuo vive due periodi. Quando è giovane riceve una eredità che ammonta ad un reddito pari a E. Egli ha due possibilità: Consumare tutta la sua eredità quando è giovane, oppure risparmiarne una parte, investirla e ottenere un reddito da consumare quando sarà anziano. Il tasso di interesse che riceve se investe è pari ad r.

1. Indicando con c_1 il consumo da giovane e c_2 il consumo da anziano, quanto sarà il consumo da anziano se l'eredità è $E = 100$ e ne consuma 20 quando è giovane e il tasso d'interesse è $r = 0.5$?
2. Le preferenze dell'indivduo sul consumo nei due periodi sono rappresentate dalla funzione di utilità: $U(c_1, c_2) = \sqrt{c_1} + \frac{1}{1+\phi}\sqrt{c_2}$. Si calcoli il SMS tra consumare oggi e consumare domani.
3. Se l'individuo decide di consumare la stessa quantità da giovane e da anziano, $c_1 = c_2 = c$, quanto dovrebbe essere remunerato (cioè quale dovrebbe essere il tasso d'interesse), affinchè decida di risparmiare una unità aggiuntiva di reddito?
4. Ora, lasciando E e r generici e ponendo $\phi = 1$, si ricavino le funzioni di domanda di consumo c_1 e c_2, e la funzione di risparmio
5. Infine se $\phi = 1$ come varia il risparmio al variare di r e al variare di E

B) L'impresa A nel suo campo di attività ottiene un profitto pari 1. E sta considerando la possibilità di entrare in un mercato dominato da un'impresa B monopolista che a sua volta sta ottenendo un profitto pari a 3. Se l'impresa A decide di entrare, il monopolista B può rispondere in due modi: Tagliare il prezzo di vendità (t) in modo che entrambe le imprese conseguono un profitto pari a zero. Oppure accomodare (a) e accettare di operare entrambe come un duopolio con B che ottiene profitti pari a 1 e A profitti pari a 1.5.

1. Dare una rappresentazione in forma estesa del gioco sopra descritto.

2. Ricavare l'equilibrio di Nash perfetto

3. Supponete ora che se A decide di entrare sia lei a ricevere un profitto pari a 1 e l'impresa B profitti pari a 2. Come cambia l'equilibrio di Nash perfetto? Commentate.

4. Infine considerate il caso in cui l'impresa B lasci decidere se giocare (t) o (a) ad un notaio che deciderà lanciando una monetina. La decisione del notaio è vincolante per B e l'impresa A lo sa e, quindi, non sapendo se sarà (t) o (a) deciderà se entrare o no valutando il valore atteso dei profitti che si apetta di ricevere.

C) Si consideri un'industria che produce un bene omogeneo in concorrenza prefetta, nella quale ogni impresa ha la stessa curva di costo totale $C(q) = 4 + q + q^2$.

1. Si determini la funzione di offerta di ogni singola impresa.

2. Si calcoli il prezzo di equilibrio del bene e la quantità prodotta da ciascuna impresa in condizioni di completa libertà di entrata e di uscita.

3. Infine se la domanda di mercato per il bene è $Q = 95 - p$ quante sono le imprese che formano l'industria?

4. E il surplus del consumatore?

D) Si consideri il seguente gioco. Il giocatore A ha due strategie $s_A = (1, 3)$, mentre il giocatore B ha $s_B = (2, 4)$. I payoff dei due giocatori sono dati dalle seguenti funzioni di utilità

$$U_A = s_A + s_B \qquad U_B = s_A - s_B$$

1. Calcolate i payoff dei giocatori a seconda delle strategie che giocano e scrivete il gioco in forma strategica

2. Calcolate se vi sono delle strategie dominanti e gli eventuali equilibri

3. Calcolate gli equilibri di Nash

4. Suppune ora che per una donazione ricevuta da entrambi i giocatori l'utilità di A è $U_A(1, 4) = 8$ e l'utilità di B è $U_B(1, 4) = 1$. Come cambia il gioco e quale sarà l'equilibrio di Nash in questo caso?. Commentate

Soluzioni

ES A

1) Poichè l'individuo riceve come reddito solo l'eredità quando è giovane, alla prima domanda si risponde costruendo il vincolo di bilancio intertemporale del tipo:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = E$$

Se $E = 100$ e $c_1 = 20$, e $r = \frac{1}{2}$ abbiamo $c_2 = 120$

2) Il saggio marginale di sostituzione intertemporale è:

$$SMS = \frac{U_{c_1}}{U_{c_2}} = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{c_1}}}{-\frac{1}{1+\phi}\frac{1}{2\sqrt{c_2}}} = (1+\phi)\sqrt{\frac{c_2}{c_1}}$$

dove si nota che ϕ indica il peso che l'individuo da al consumo oggi rispetto al consumo domani. Se per esempio ponete $c_1 = c_2$, da cui risulta che $SMS = (1+\phi)$, si nota che una unità consumata oggi vale $1+\phi$ in più di una unità consumata domani.

3) La condizione di ottimo è:

$$SMS = (1+r)$$

Così, il SMS può essere letto come il compenso (maggiore utilià) che l'individuo ha se risparimia una unità in più (o non consumare una unità in meno), mentre $(1+r)$ è il compenso che riceve dal mercato se risparmia una unità in più di reddito. Quindi affinchè decida di risparmiare una unità in più il compenso del mercato deve essere maggiore del suo compenso $(1+r) > SMS$. Nel nostro caso se $c_1 = c_2 = c$ abbiamo

$$1+r > 1+\phi \rightarrow r > \phi$$

4) Dalla condizione di ottimo e dal vincolo di bilancio abbiamo il sistema

$$2\sqrt{\frac{c_2}{c_1}} = 1+r$$

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)E$$

La soluzione mi da le funzioni di consumo:

$$
\begin{aligned}
c_1 &= \frac{4}{5+r}E \\
c_2 &= \frac{(1+r)^2}{5+r}E
\end{aligned}
$$

Il risparmio sarà:

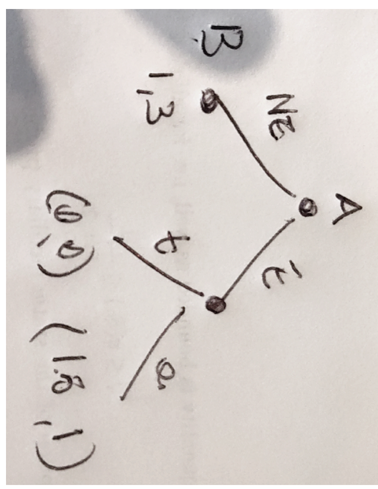
$$S = E - c_1 = \frac{1+r}{5+r}E$$

5) E' facile mostrare che

$$\frac{\partial S}{\partial E} > 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial S}{\partial r} = \frac{4}{(5+r)^2}E > 0$$

ES B

1) la rappresentazione estesa del gioco :



2) L'equilibrio di Nash perfetto è (E,a)

3) In questo caso l'impresa A è indifferente fra entrare e non entrare. Si potrebbe pensare che non entri per consentire a B di avere maggiori profitti. L'equilibrio (NE) è Pareto superiore in senso debole di (E,a).

4) In questo caso se l'impresa A decide di non entrare il profitto atteso sarebbe $\frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(1.5) = \frac{3}{4}$. Quindi essendo $\frac{3}{4} < 1$ deciderà di non entrare.

ES C

1) La funzione di offerta dell'impresa è la curva dei costi marginali a partire dal punto di minimo della curva dei costi medi.

$$\begin{aligned} AC &= \frac{C}{q} = \frac{4}{q} + 1 + q \\ MC &= 1 + 2q \end{aligned}$$

Il punto di minimo si trova ponendo $AC = MC$

$$\begin{aligned} \frac{4}{q} + 1 + q &= 1 + 2q \\ \frac{4}{q} &= q \\ q^m &= 2 \end{aligned}$$

A cui corrisponde

$$AC^m = 5$$

Quindi la funzione di offerta sarà:

$$q^s = \begin{cases} 0 & p < 5 \\ \frac{p-1}{2} & p \geq 5 \end{cases}$$

2) Il prezzo di equilibrio di lungo periodo sarà $p = AC^m = 5$, e ogni impresa produrrà $q^m = 2$

3) Il numero di imprese di lungo periodo è:

$$\begin{aligned} Q &= nq = 95 - p \\ n2 &= 95 - 5 \\ n &= 45 \end{aligned}$$

4) La quantità totale prodotta dall'industria è $Q = 90$ per cui il surplus del consumatore sarà:

$$S = \frac{(95-5)90}{2} = 4050$$

ES D

1) I payoff sono

$$\begin{aligned} U_A(1,2) &= 3, U_A(1,4) = 5, U_A(3,2) = 5, U_A(3,4) = 7 \\ U_B(1,2) &= -1, U_B(1,4) = -3, U_B(3,2) = 1, U_B(3,4) = -1 \end{aligned}$$

In forma strategica:

		B	
		2	4
A	1	3, -1	5, -3
	3	5, 1	7, -1

2) Per il giocatore A la strategia 3 è dominante, Per il giocatore B la strategia 2 è dominante. L'equilibrio in strategie dominanti è (3,2) con payoff (5,1).

3) L'equilibrio in strategie dominanti è anche l'unico equilibrio di Nash.

4) Il gioco diventa:

		B	
		2	4
A	1	3, -1	8, 1
	3	5, 1	7, -1

E gli equilibri di Nash ora sono (3,2) e (1,4). Per il criterio Paretiano debole l'equilibrio più probabile è (1,4)