Eserictazioni di MATERIALI METALLICI

Solidificazione

Solidificazione: Esercizio 1

1) Calcolare il raggio critico (in cm) di un **nucleo omogeneo** che si forma quando il Cu (CFC) puro solidifica. Assumere $\Delta T = 0{,}2 \times T_E$.

2) Calcolare il numero di atomi nel nucleo di dimensione critica nella stessa condizione di sottoraffreddamento ($\Delta T = 0{,}2 \times T_E$).

3) Calcolare l'energia libera critica.

Si assumano:	
$\sigma_{SL} = 177 \times 10^{-7}$ J/cm^2	energia libera superficiale per unità di area
$L_f = 1826$ J/cm^3	calore latente di fusione
$T_E = 1083$ °C	temperatura di equilibrio termodinamico
$a_0 = 0.361$ nm	parametro di cella del Cu

Soluzione

1) $$r_{c_{omog}} = 2 \cdot \frac{\sigma_{SL} \cdot T_E}{L_f \cdot \Delta T}$$

$$\Delta T = 0{,}2 \cdot T_E = 0{,}2 \cdot (1083 + 273) = 271\ \mathrm{K}$$

$$r_{c_{omog}} = 2 \cdot \frac{177 \cdot 10^{-7} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{cm}^2}\right] \cdot (1083 + 273)\ [\mathrm{K}]}{1826 \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{cm}^3}\right] \cdot 271\ [\mathrm{K}]} = 9{,}70 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{cm}$$

Solidificazione: Esercizio 1

2) $$\text{numero di atomi nel nucleo critico} = \frac{\text{volume nucleo critico}}{\dfrac{\text{volume cella CFC}}{\text{atomi cella CFC}}}$$

$$\text{volume nucleo di dimensione critica} = \frac{4}{3}\pi \cdot r_c^3 = 3{,}82 \cdot 10^{-21}\ \text{cm}^3$$

$$\text{volume cella unitaria Cu} = a_0^3 = (3{,}61 \cdot 10^{-8}\ [\text{cm}])^3 = 4{,}70 \cdot 10^{-23}\ \text{cm}^3$$

$$\frac{\text{volume cella CFC}}{\text{atomi cella CFC}} = \frac{4{,}70 \cdot 10^{-23}\ [\text{cm}^3]}{4} = 1{,}175 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{cm}^3}{\text{atomo}}$$

$$\text{numero di atomi nel nucleo critico} = \frac{3{,}82 \cdot 10^{-21}\ [\text{cm}^3]}{1{,}175 \cdot 10^{-23}\ \left[\dfrac{\text{cm}^3}{\text{atomo}}\right]} = 325\ \text{atomi}$$

Solidificazione: Esercizio 1

3)

$$\Delta G_C = \frac{16}{3}\pi \cdot \frac{\sigma_{SL}^3 \cdot {T_E}^2}{{L_f}^2 \cdot \Delta T^2} = \frac{16}{3}\pi \cdot \frac{\left(177 \cdot 10^{-7}\ \left[\frac{J}{cm^2}\right]\right)^3 \cdot (1083 + 273\ [K])^2}{\left(1826\ \left[\frac{J}{cm^3}\right]\right)^2 \cdot (271\ [K])^2} = 6{,}98 \cdot 10^{-19}\ J$$

Solidificazione: Esercizio 2

1) Calcolare il raggio critico e l'energia libera critica di un **nucleo eterogeneo** che si forma quando il Ferro puro liquido solidifica. Assumere un valore di sottoraffreddamento pari a 120 K e un angolo di bagnabilità tra l'embrione e il substrato di 40°.
2) Si determini il numero di atomi nel nucleo eterogeneo di dimensione critica (si ricordi che il Fe presenta comportamento allotropico).

Si assumano:

- la temperatura di fusione (o di equilibrio) del Fe pari a 1536 °C
- il calore latente di fusione pari a $1{,}93 \times 10^9$ J/m^3
- l'energia libera di superficie di 0,204 J/m^2
- il parametro di cella del Ferro pari a 0,2932 nm

Soluzione

1)

$$r_{comog} = \frac{2 \cdot \sigma_{SL} \cdot T_E}{L_f \cdot \Delta T} = \frac{2 \cdot 0{,}204 \left[\frac{J}{m^2}\right] \cdot (1536 + 273)\ [K]}{1{,}93 \cdot 10^9 \left[\frac{J}{m^3}\right] \cdot 120\ [K]} = 3{,}19 \cdot 10^{-9}\ m$$

$$r_{ceter} = r_{comog} \cdot sen(\theta) = 3{,}19 \cdot 10^{-9}\ [m] \cdot sen(40°) = 2{,}05 \cdot 10^{-9} m$$

$$\Delta G_{Comog} = \frac{16}{3}\pi \cdot \frac{\sigma_{SL}^3 \cdot {T_E}^2}{{L_f}^2 \cdot \Delta T^2} = \frac{16}{3}\pi \cdot \frac{\left(0{,}204 \left[\frac{J}{m^2}\right]\right)^3 \cdot (1536 + 273\ [K])^2}{\left(1{,}93 \cdot 10^9 \left[\frac{J}{m^3}\right]\right)^2 \cdot (120\ [K])^2} = 8{,}68 \cdot 10^{-18}\ J$$

$$\Delta G_{Ceter} = \Delta G_{Comog} \cdot f(\theta) = 8{,}68 \cdot 10^{-18} \cdot \frac{(2+\cos(40°))\cdot(1-\cos(40°))^2}{4} = 3{,}29 \cdot 10^{-19}\ J$$

Solidificazione: Esercizio 2

2) Comportamento allotropico del Fe → 1536 °C → Fe-δ → Struttura CCC (2 atomi per cella)

$$\text{numero di atomi nel nucleo critico} = \frac{\text{volume nucleo critico}}{\dfrac{\text{volume cella CCC}}{\text{atomi cella CCC}}}$$

$$\text{V nucleo critico} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3_{c_{eter}} = 3{,}61 \cdot 10^{-26}\ \text{m}^3 = 36{,}09\ \text{nm}^3$$

$$\text{V cella unitaria Fe} = a_0^3 = (0{,}2932\ [\text{nm}])^3 = 0{,}02521\ \text{nm}^3$$

$$\frac{\text{volume cella CCC}}{\text{atomi cella CCC}} = \frac{0{,}02521[\text{nm}^3]}{2} = 0{,}012605\ \frac{\text{nm}^3}{\text{atomo}}$$

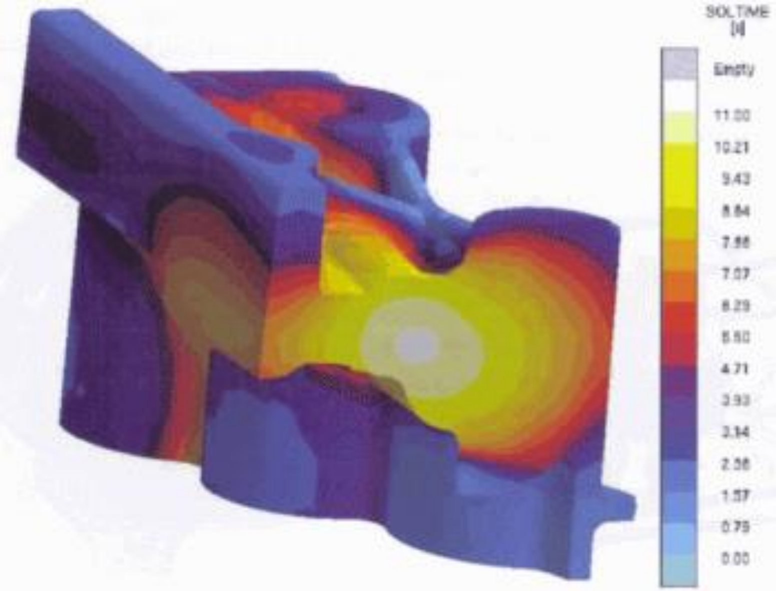
$$\text{numero di atomi nel nucleo critico} = \frac{36{,}09\ [\text{nm}^3]}{0{,}012605\ \left[\dfrac{\text{nm}^3}{\text{atomo}}\right]} = 2863\ \text{atomi}$$

Materozza

MACROSCALA

$$t_s = B \cdot \left(\frac{V}{A}\right)^2$$

- $\mathbf{t_s}$ = tempo richiesto per la solidificazione del getto [s]
- **V** = volume del getto [m^3]
- **A** = superficie del getto <u>a contatto con lo stampo</u> [m^2]
- **B** = cost. di forma che dipende dalla temperatura iniziale del metallo e dello stampo [s/m^2]



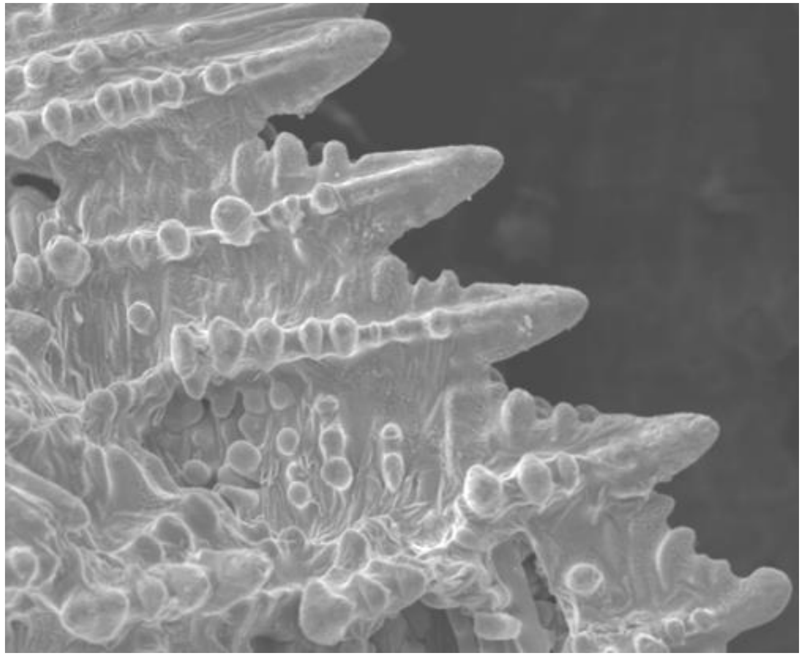
$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{A}} = \text{modulo di solidificazione di una cavità con una specifica geometria}$$

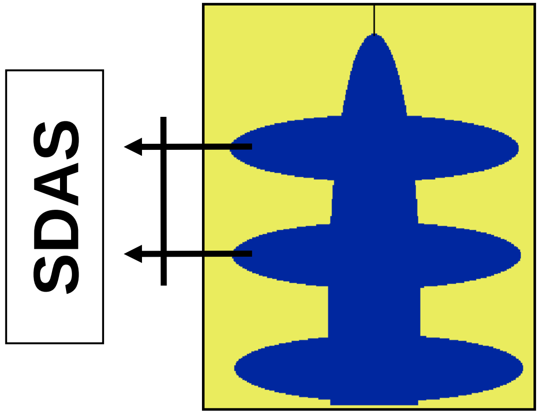
Materozza: Ripasso teoria

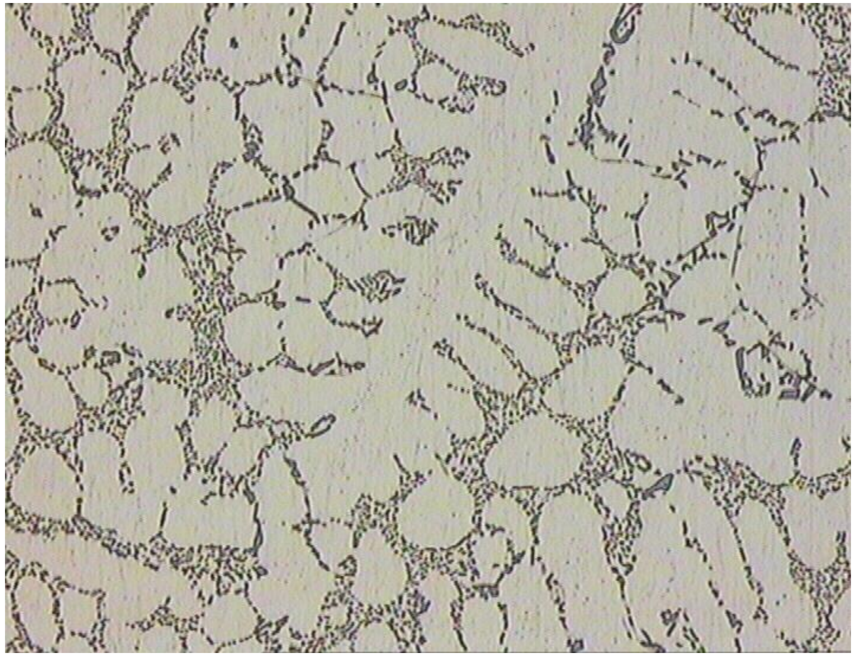
MICROSCALA

$$\boxed{\mathrm{SDAS} = \mathrm{k} \cdot \mathrm{t}_s^n}$$

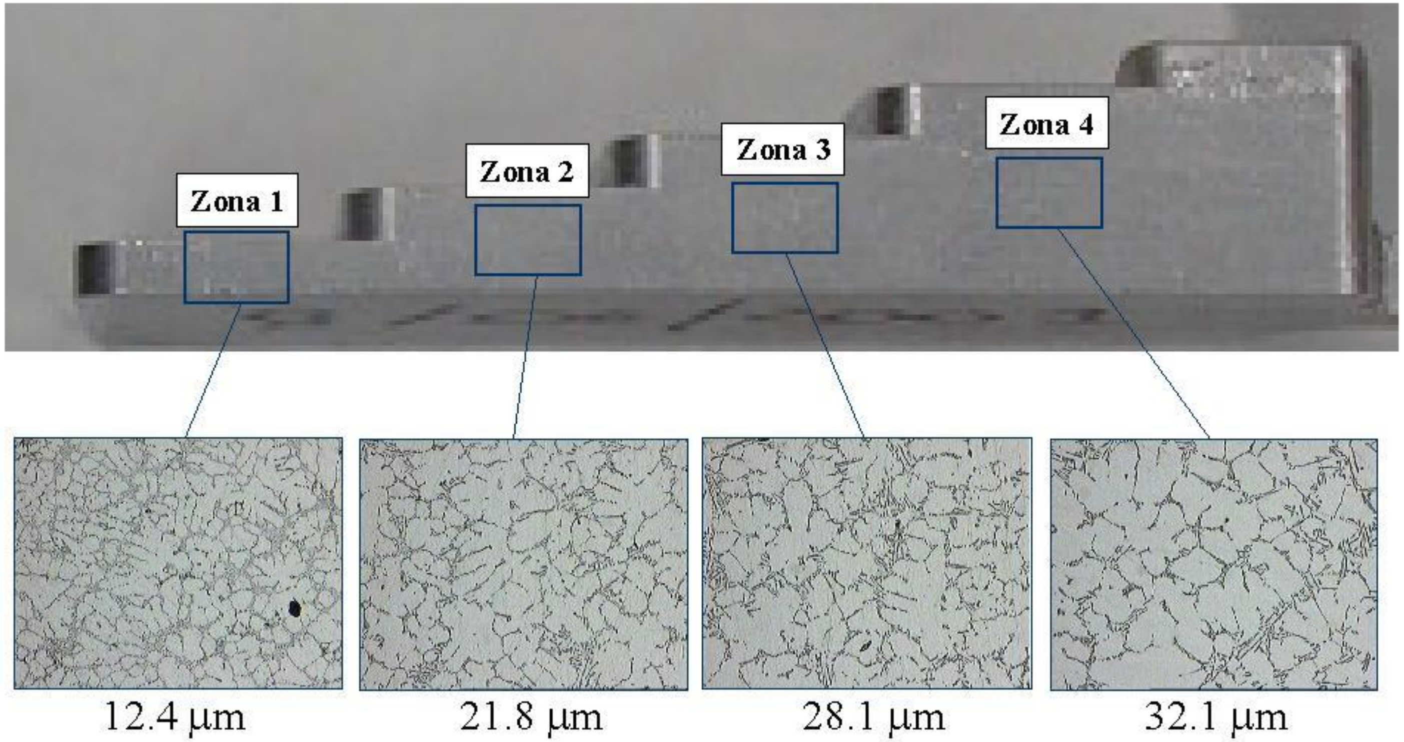
- **n** e **k** dipendono dal materiale
- **SDAS** = distanza tra i bracci secondari delle dendriti







Materozza: Ripasso teoria



Andamento dello SDAS in un getto in lega Al-Si con spessore variabile (e, quindi, velocità di raffreddamento variabile)

Materozza: Esercizio 1

Cognome e Nome | Matricola | Canale

ESERCIZIO

Calcolare la dimensione minima di una materozza cilindrica per compensare il ritiro volumetrico del getto in figura (*si trascuri l'effetto del canale di alimentazione e si tralascino eventuali coefficienti di sicurezza*). Dal calcolo dei tempi di solidificazione del getto, ipotizzando che il materiale in questione sia una lega d'alluminio, si effettui una stima della spaziatura dendritica secondaria del getto stesso.

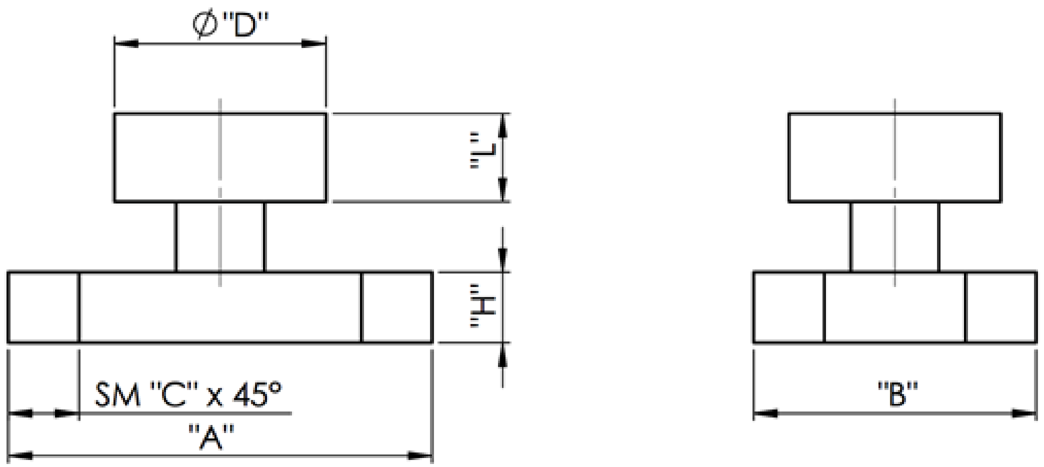
Si assumano le seguenti costanti per il calcolo:

- $B_{getto} = 0.072$ min/mm^2
- $B_{materozza} = 0.234$ min/mm^2
- $k = 7.1$ µm / s^n
- $n = 1/3$

Determinare infine la condizione limite di pressione parziale dell'Idrogeno (H_2) al fine di ottenere una quantità di gas intrappolato nel metallo liquido inferiore a 0.25 ppm (costante per il calcolo $k_p = 1.26 \cdot 10^{-3}$ ppm/Pa$^{0.5}$).

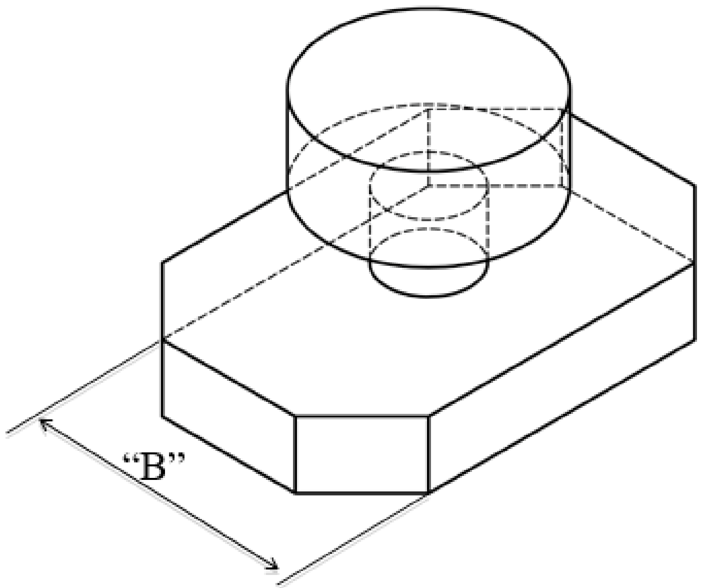
Materozza: Esercizio 1

A (mm) =	650
B (mm) =	360
H (mm) =	70
C (mm) =	120
L =	D/2



<u>RIPORTARE I RISULTATI ANCHE IN TABELLA</u>

$D =$	[mm]
$SDAS =$	[µm]
$P_{gas} =$	[atm]



Materozza: Esercizio 1

Soluzione

$$t_{s,materozza} > t_{s,getto} \quad \rightarrow \quad B_m \cdot \left(\frac{V_m}{A_m}\right)^2 > B_g \cdot \left(\frac{V_g}{A_g}\right)^2$$

$$V_m = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\pi \cdot D^3}{8}$$

$$A_m = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right) + \left(2\pi \cdot \frac{D}{2}\right) \cdot L = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right) + \left(2\pi \cdot \frac{D}{2}\right) \cdot \frac{D}{2} = \pi \cdot D^2$$

$$V_g = A \cdot B \cdot H - 2 \cdot (C^2 \cdot H) = 650 \cdot 360 \cdot 70 - 2 \cdot (120^2 \cdot 70) = 14364000 \text{ mm}^3$$

$$\begin{aligned} A_g &= 2 \cdot [(A \cdot B) - 2 \cdot C^2] + 2 \cdot [(A - 2 \cdot C) \cdot H] + 4 \cdot \left(C \cdot \sqrt{2} \cdot H\right) + 2 \cdot [(B - 2 \cdot C) \cdot H] \\ &= 2 \cdot [(650 \cdot 360) - 2 \cdot 120^2] + 2 \cdot [(650 - 2 \cdot 120) \cdot 70] + 4 \cdot \left(120 \cdot \sqrt{2} \cdot 70\right) + \\ &\quad +2 \cdot [(360 - 2 \cdot 120) \cdot 70] \\ &= 532118 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Materozza: Esercizio 1

$$B_m \cdot \left(\frac{V_m}{A_m}\right)^2 > B_g \cdot \left(\frac{V_g}{A_g}\right)^2$$

$$0{,}234\ \left[\frac{\min}{mm^2}\right] \cdot \left(\frac{\frac{\pi \cdot D^3}{8}}{\pi \cdot D^2}\right)^2 > 0{,}072\ \left[\frac{\min}{mm^2}\right] \cdot \left(\frac{14364000\ [mm^3]}{532118\ [mm^2]}\right)^2$$

$$\left(\frac{D}{8}\right)^2 > 0{,}072\ \left[\frac{\min}{mm^2}\right] \cdot \frac{1}{0{,}234}\ \left[\frac{mm^2}{\min}\right] \cdot \left(\frac{14364000\ [mm^3]}{532118\ [mm^2]}\right)^2$$

$$D^2 > 14349\ mm^2 \quad \rightarrow \quad D > 120\ mm$$

$$L = \frac{D}{2} > 60\ mm$$

$$V_m = \frac{\pi \cdot D^3}{8} > 678584\ mm^3$$

$$A_m = \pi \cdot D^2 > 45239\ mm^2$$

Materozza: Esercizio 1

$$SDAS = k \cdot t_s^n$$

$$n = 1/3$$

$$k = 7{,}1\ \frac{\mu m}{s^{\frac{1}{3}}}$$

$$t_s = B_g \cdot \left(\frac{V_g}{A_g}\right)^2 = 0{,}072 \cdot 60 \left[\frac{s}{mm^2}\right] \cdot \left(\frac{14364000\ [mm^3]}{532118\ [mm^2]}\right)^2 = 3148\ s$$

$$= 7{,}1 \left[\frac{\mu m}{s^{\frac{1}{3}}}\right] \cdot (3148\ [s])^{\frac{1}{3}} = 104{,}1\ \mu m$$

Materozza: Esercizio 1

$$\%gas = k \cdot \sqrt{p_{gas}}$$

$$p_{gas} = \left(\frac{\%gas}{k}\right)^2 = \left(\frac{0{,}25\ [ppm]}{1{,}26 \cdot 10^{-3}\ \left[\frac{ppm}{Pa^{0{,}5}}\right]}\right)^2 = 39368\ Pa = 0{,}39\ atm$$

$$1\ atm = 101325\ Pa$$

Materozza: Esercizio 2

1) Calcolare le dimensioni minime di una materozza cilindrica per compensare il ritiro di un getto di dimensioni 20 × 80 × 160 mm.

Si trascuri l'effetto dell'attacco di colata della materozza e si assuma che l'altezza della materozza sia pari a 2 volte il diametro.

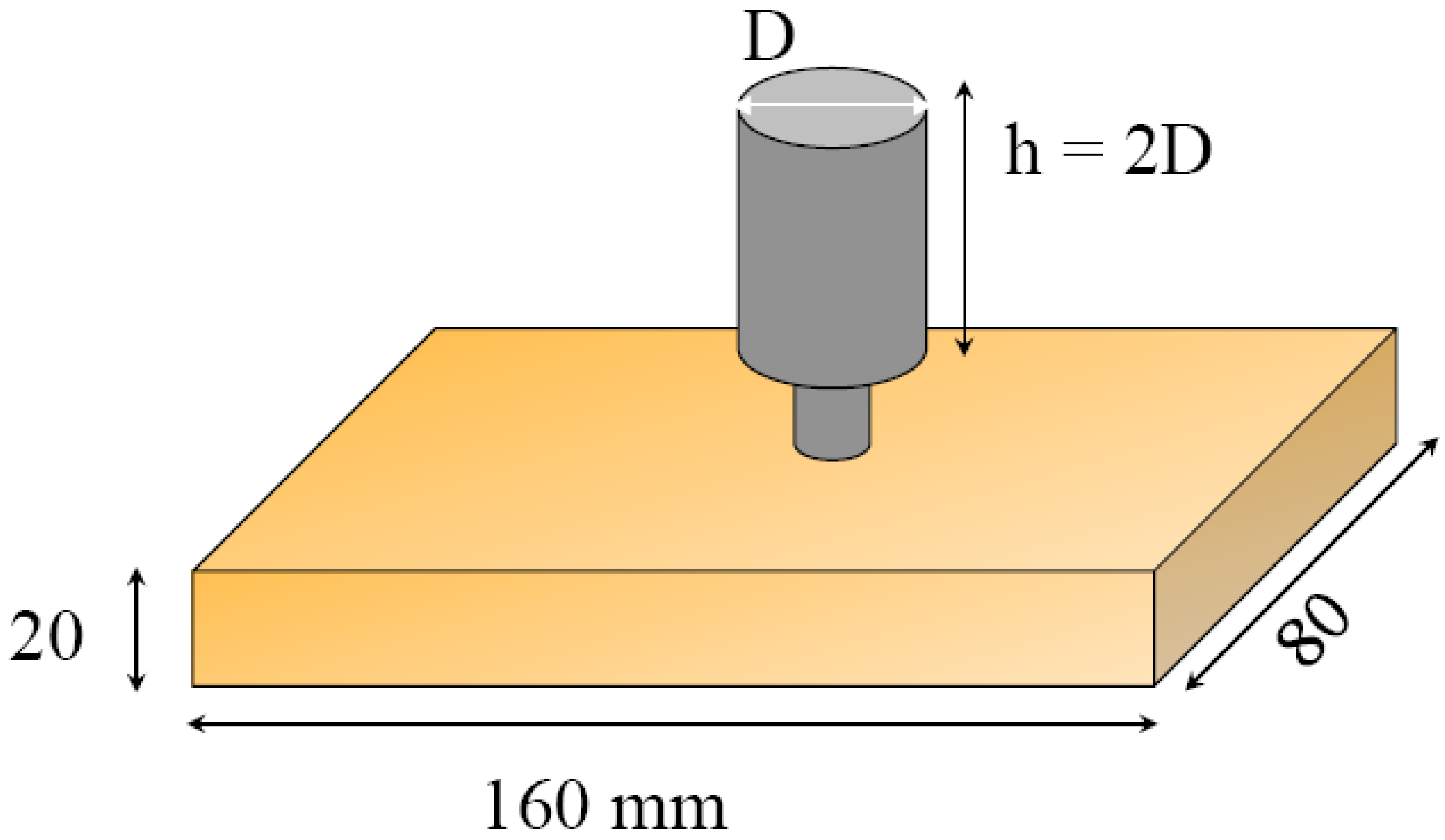
2) Dal calcolo del tempo di solidificazione del getto, ipotizzando che il materiale sia una lega Al-9Si, si faccia una stima del parametro microstrutturale SDAS.

Si assumano $k = 6.4\ \mu m/s^n$, $n = 1/3$ e $B = 0.072\ min/mm^2$.

3) Sapendo che la pressione parziale del gas a contatto con il metallo è pari a 1 atm (equivalente alla pressione atmosferica sopra il metallo liquido), si determini la percentuale in peso (ppm = parti per milione) di gas intrappolato.

Si assuma la costante di Sievert (k) pari a $1.26 \times 10^{-3}\ ppm/Pa^{0.5}$.

Materozza: Esercizio 2



Soluzione

1) $$t_{s,materozza} > t_{s,getto} \rightarrow B \cdot \left(\frac{V_m}{A_m}\right)^2 > B \cdot \left(\frac{V_g}{A_g}\right)^2 \rightarrow \frac{V_m}{A_m} > \frac{V_g}{A_g}$$

$$V_m = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot 2D = \frac{\pi \cdot D^3}{2}$$

$$A_m = 2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} + \left(2\pi \cdot \frac{D}{2} \cdot h\right) = 2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} + \left(2\pi \cdot \frac{D}{2} \cdot 2D\right) = \frac{\pi \cdot D^2}{2} + 2\pi D^2 = \frac{5}{2} \cdot \pi \cdot D^2$$

$$V_g = (20 \cdot 80 \cdot 160)\ [mm^3] = 256000\ \mathrm{mm}^3$$

$$A_g = 2 \cdot (160 \cdot 80) + 2 \cdot (160 \cdot 20) + 2 \cdot (80 \cdot 20)\ [\mathrm{mm}^2] = 35200\ \mathrm{mm}^2$$

Materozza: Esercizio 2

$$\frac{V_m}{A_m} > \frac{V_g}{A_g} \longrightarrow \frac{\frac{\pi \cdot D^3}{2}}{\frac{5}{2} \cdot \pi \cdot D^2} > \frac{256000\ [mm^3]}{35200\ [mm^2]} \longrightarrow \frac{D}{5} > 7{,}27\ [mm]$$

$$\begin{cases} D > 36{,}4\ [mm] \\ V_m = \dfrac{\pi \cdot D^3}{2} > 75757\ mm^3 \\ A_m = \dfrac{5}{2} \cdot \pi \cdot D^2 > 10406\ mm^2 \end{cases}$$

Materozza: Esercizio 2

2) $\mathrm{SDAS} = \mathrm{k} \cdot \mathrm{t_s^n}$

$$\mathrm{n} = 1/3$$

$$\mathrm{k} = 6{,}4\ \frac{\mu\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{\frac{1}{3}}}$$

$$\mathrm{t_s} = \mathrm{B} \cdot \left(\frac{\mathrm{V_g}}{\mathrm{A_g}}\right)^2 = 0{,}072 \cdot 60\left[\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{mm}^2}\right] \cdot \left(\frac{256000[\mathrm{mm}^3]}{35200[\mathrm{mm}^2]}\right)^2 = 228\ \mathrm{s}$$

$$= 6{,}4\ \left[\frac{\mu\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{\frac{1}{3}}}\right] \cdot (228\ [\mathrm{s}])^{\frac{1}{3}} = 39{,}1\ \mu\mathrm{m}$$

Materozza: Esercizio 2

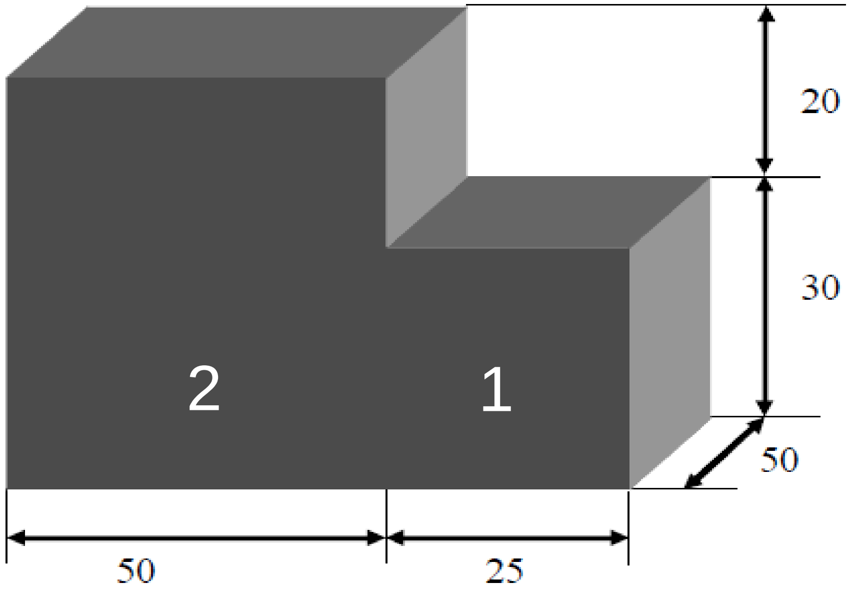
3) $\%\text{gas} = \text{k} \cdot \sqrt{\text{p}_{\text{gas}}}$

$$1\ \text{atm} = 101325\ \text{Pa}$$

$$= 1{,}26 \cdot 10^{-3}\ \left[\frac{\text{ppm}}{\text{Pa}^{0{,}5}}\right] \cdot \sqrt{1\ [\text{atm}]}$$

$$= 1{,}26 \cdot 10^{-3}\ \left[\frac{\text{ppm}}{\text{Pa}^{0{,}5}}\right] \cdot \sqrt{101325\ [\text{Pa}]} = 0{,}40\ \text{ppm}$$

Un getto ha la forma rappresentata in figura (dimensioni in mm).

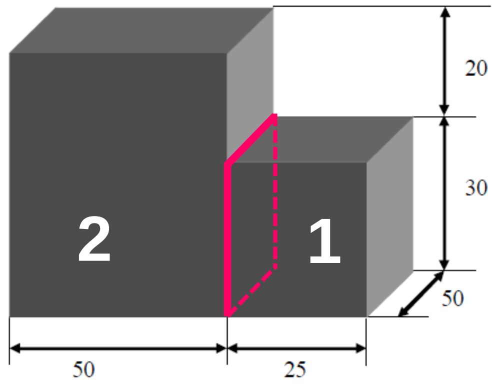


1) **Dimensionare** e **posizionare** la materozza scegliendo tra una materozza a cilindro retto o a semisfera. Si trascuri l'effetto dell'attacco della materozza.

2) Si calcolino i parametri microstrutturali SDAS conoscendo le seguenti caratteristiche del materiale: $k = 5.9\ \mu m/s^n$, $n = 1/3$ e $B = 0.054\ min/mm^2$.

Materozza: Esercizio 3

Soluzione



1) La materozza va collocata in corrispondenza della parte del getto con modulo maggiore e deve solidificare dopo di essa (si considera un coefficiente di sicurezza). Nel calcolo dei moduli di solidificazione delle due parti del getto, non si considera la superficie di contatto tra le due parti.

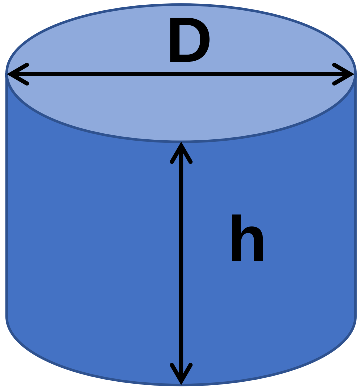
$$M_1 = \frac{V_1}{A_1} = \frac{[25 \cdot 50 \cdot 30]\ [\mathrm{mm}^3]}{[2 \cdot (25 \cdot 30) + 50 \cdot 30 + 2 \cdot (25 \cdot 50)]\ [\mathrm{mm}^2]} = \frac{37500}{5500} = 6{,}82\ \mathrm{mm}$$

$$M_2 = \frac{V_2}{A_2} = \frac{[50^3]\ [\mathrm{mm}^3]}{[6 \cdot 50^2 - 50 \cdot 30]\ [\mathrm{mm}^2]} = \frac{125000\ [\mathrm{mm}^3]}{13500\ [\mathrm{mm}^2]} = 9{,}26\ \mathrm{mm}$$

$$\Rightarrow \quad M_{materozza} > \mathbf{1,2} \cdot M_2 > \mathbf{1,2} \cdot 9{,}26 = 11{,}11\ \mathrm{mm}$$

Materozza: Esercizio 3

MATEROZZA CILINDRICA
(con D = h)



$$M_{materozza} = \frac{V}{A} = \frac{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot h}{2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right) + 2\pi \cdot \frac{D}{2} \cdot h} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot D^3}{\frac{3}{2}\pi \cdot D^2} = \frac{D}{6} > \mathbf{11,11\ mm}$$

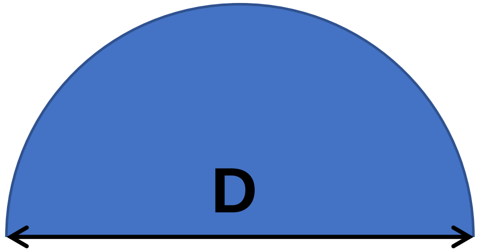
$\Rightarrow$ $D > 66{,}7\ \mathrm{mm}$

MATEROZZA CILINDRICA
(con D = 2h)

$\Rightarrow$ $D > 88{,}9\ \mathrm{mm}$

Materozza: Esercizio 3

MATEROZZA A SEMI-SFERA
(con D = h)



$$A_{SFERA} = 4\pi r^2$$
$$V_{SFERA} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$A_{SEMI-SFERA} = \frac{4\pi r^2}{2} + \pi r^2 = 3\pi r^2$$
$$V_{SEMI-SFERA} = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{1}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\mathrm{M_{materozza}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{4}{3}\pi\cdot\left(\frac{D}{2}\right)^3\right]}{\frac{1}{2}\cdot\left[4\pi\cdot\left(\frac{D}{2}\right)^2\right] + \pi\cdot\left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{\frac{\pi}{12}\cdot D^3}{\frac{3}{4}\pi\cdot D^2} = \frac{D}{9} > \mathbf{11,11\ mm}$$

$\Rightarrow$ $\mathrm{D} > 100{,}0\ \mathrm{mm}$

Materozza: Esercizio 3

2) $SDAS_1 = k \cdot t_{s,1}^n \qquad n = \frac{1}{3} \quad ; \quad k = 5{,}9\ \frac{\mu m}{s^{\frac{1}{3}}}$

$$t_{s,1} = B \cdot \left(\frac{V_{g,1}}{A_{g,1}}\right)^2 = 0{,}054 \cdot 60 \left[\frac{s}{mm^2}\right] \cdot (6{,}82\ [mm])^2 = 151\ s$$

$$= 5{,}9 \left[\frac{\mu m}{s^{\frac{1}{3}}}\right] \cdot (151\ [s])^{\frac{1}{3}} = 31{,}4\ \mu m$$

$SDAS_2 = k \cdot t_{s,2}^n$

$$t_{s,2} = B \cdot \left(\frac{V_{g,2}}{A_{g,2}}\right)^2 = 0{,}054 \cdot 60 \left[\frac{s}{mm^2}\right] \cdot (9{,}26\ [mm])^2 = 278\ s$$

$$= 5{,}9 \left[\frac{\mu m}{s^{\frac{1}{3}}}\right] \cdot (278\ [s])^{\frac{1}{3}} = 38{,}5\ \mu m$$