COMPITO DI MICROECONOMIA
Prof. Michele Moretto
Dr. Gregorio Morosinotto
22 Novembre 2022
Partizione H-P

La prova si considera superata se il punteggio è 17/30
Ci si può ritirare i primi 10 minuti senza valutazione

A) Le vostre preferenze sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità $U(x_1.x_2) = \min[x_1, 2x_2]$. Il prezzo del bene 1 è $p_1 = 5$, quello del bene 2 è $p_2 = 2$ e il reddito è $I = 120$.

1. Descrivere che tipo di beni sono x_1 e x_2 e tracciare le curve di indifferenza per un livello di utilià pari a 15.
2. Determinare il paniere ottimale per il consumatore.
3. Determinare il paniere ottimale se a causa di uno shock sui costi di produzione i prezzi dei beni si invertono, $p_1 = 2$, e $p_2 = 5$
4. Infine sapendo che il nostro consumatore non è mai sazio (cioè preferisce sempre di più a meno), la sua funzione di utilità soddisfa questa assunzione (spiegate la vostra risposta).

B) Supponete che un'impresa abbia la seguente funzione di produzione $Q = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$, dove K è il capitale e L il lavoro. Se il costo del capitale è $r = 100$ e il costo del lavoro $w = 200$, determinate:

1. I rendimenti di scala della tecnologia posseduta dall'impresa
2. La domanda di fattori dell'impresa per produrre un quantità Q
3. Qual è il costo totale di lungo periodo per produrre Q unità di prodotto?
4. Calcolate il costo medio e marginale di lungo periodo e disegnateli
5. Calcolate l'elasticità della funzione di costo rispetto la quantità
6. Infine ritenete che l'impresa abbia delle economie di scala?

Soluzione

1) I beni sono complementari....

2) Il paniere è dato dal sistema:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2x_2 \\ 5x_1 + 2x_2 &= 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 10 \\ x_1 &= 20 \end{aligned}$$

3) In questo caso

$$\begin{aligned} x_1 &= 2x_2 \\ 2x_1 + 5x_2 &= 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 13.33 \\ x_1 &= 26.66 \end{aligned}$$

4) Non soddisfa la condizione di non sazietà perchè un paniere con $x_1 = 20$, $x_2 = 20$ dovrebbe essere preferito a $x_1 = 20$ e $x_2 = 10$. Ma non lo è in quanto da lo stesso livello di utilità.

B)

1) Rendimenti di scala

$$Q' = (\alpha K)^{\frac{1}{3}}(\alpha L)^{\frac{1}{3}} = (\alpha)^{\frac{1}{3}}(K)^{\frac{1}{3}}(\alpha)^{\frac{1}{3}}(L)^{\frac{1}{3}} = \alpha^{\frac{2}{3}}Q \quad \text{con } \alpha > 1$$

quindi rendimenti di scala decrescenti.

2) Usando la condizione di ottimo abbiamo:

$$\begin{aligned} SMST &= \frac{K^{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}L^{\frac{1}{3}-1}}{\frac{1}{3}K^{\frac{1}{3}-1}L^{\frac{1}{3}}} = \frac{w}{r} = \frac{200}{100} = 2 \\ \frac{K}{L} &= 2 \end{aligned}$$

quindi la funzione di produzione può essere scritta come

$$Q = (2)^{\frac{1}{3}} L^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2} L^{\frac{2}{3}}$$

2)
e gli input ottimi

$$L = \frac{Q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}, \qquad K = 2\frac{Q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}$$

3)

da cui la funzione di costo totale

$$\begin{aligned} C &= rK + wL = 200\frac{Q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} + 200\frac{Q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{200}{\sqrt{2}} Q^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

4) Costo medio e Marginale

$$\begin{aligned} AC &= \frac{200}{\sqrt{2}} Q^{-\frac{1}{2}} \\ MC &= \frac{300}{\sqrt{2}} Q^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Il costo marginale è sempre superiore al costo medio.
5) L'elasticità

$$\varepsilon = \frac{dC}{dQ}\frac{Q}{C} = \frac{3}{2}\frac{200}{\sqrt{2}} Q^{\frac{1}{2}} \frac{Q}{\frac{200}{\sqrt{2}} Q^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{2}$$

4) Coerentemente con la funzione di produzione l'impresa ha diseconomie di scala.