i. Relatione lineare non banale tra vs, v4.  N.B. Sappiamo già che i vettori sono dipendenti, poiché sono 4 in IR?  Vs. = (1/2), Vz. = (1/1), Vs. = (1/1), Vs. = (1/2), Vx.
N.B. Sappiamo già che i vettori sono dipendenti, poiché sono 4 in IR³.  v <sub>12</sub> ( <sup>4</sup> <sub>0</sub> ), v <sub>2</sub> ( <sup>2</sup> <sub>1</sub> ), v <sub>3</sub> ( <sup>2</sup> <sub>1</sub> ), v <sub>4</sub> ( <sup>2</sup> <sub>1</sub> ) : imponiamo che av <sub>2</sub> +bv <sub>2</sub> +cv <sub>3</sub> +dv <sub>4</sub> = 0.  a +2c+2d=0 ⇒ a=-2c-2d
v <sub>1</sub> = (0/3), v <sub>2</sub> = (1/4), v <sub>3</sub> = (2/4), v <sub>4</sub> = (0/4): imponiamo che av <sub>1</sub> + bv <sub>2</sub> + Cv <sub>3</sub> + dv <sub>4</sub> = 0.  ∫ a+2c+2d=0 ⇒ a=-2c-2d ⇒ b=7  -b+c=0 ⇒ b=c  -3a+b+c+d=0 ⇒ -3a+2c+d=0
v <sub>1</sub> = (0/3), v <sub>2</sub> = (0/4), v <sub>3</sub> = (2/4), v <sub>4</sub> = (0/4): imponiamo che av <sub>1</sub> +bv <sub>2</sub> +cv <sub>3</sub> +dv <sub>4</sub> = 0.  ∫ a+2c+2d=0 ⇒ a=-2c-2d
C + 2c + 2d = 0   ⇒ a = -2c - 2d   ⇒
Dunque la relazione é 2v1+7v2+7v3-8v4=0.  ii. U= (v2, V2>,W= (v3, V4>: dimensione e base di U+W e UnW. É vero che U+W=U@W?  Chiaramente v1 e v2 sono indipendenti (non sono propor zionali), e lo stesso vale per v3 ev4 ⇒ dim U= 2 = dim W.  Per trovare un vettore in UnW, sfruttiamo la relazione 2v1+7v2+7v3-8v4=0: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque  questo vettore appartiene a UnW ⇒ UnW = (2v1+7v2) e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avremmo UnW = U = W\$).  Formula di Grassmann: dim U+W= dim U+ dim W-dim UnW = 2+2-1=3 ⇒ U+W=1R³.  v1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen poiché compajono tutti nella relazione lineare ⇒ U+W=(v1, v2, v3>).  La somma di Ue W non è diretta, poichè UnW ≠ (0>).  Equazione cartesiana di U:
Dunque la relazione é 2v1+7v2+7v3-8v4=0.  ii. U= (v2, V2>,W= (v3, V4>: dimensione e base di U+W e UnW. É vero che U+W=U@W?  Chiaramente v1 e v2 sono indipendenti (non sono propor zionali), e lo stesso vale per v3 ev4 ⇒ dim U = 2 = dim W.  Per trovare un vettore in UnW, sfruttiamo la relazione 2v1+7v2+7v3-8v4=0: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque  questo vettore appartiene a UnW ⇒ UnW = (2v1+7v2) e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avvemmo UnW = U = W\$).  Formula di Grassmann: dim U+W = dim U+ dim W - dim UnW = 2+2-1 = 3 ⇒ U+W = IR³.  v1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen poiché compajono tutti nella relazione lineare ⇒ U+W = (v1, v2, v3>).  La somma di Ue W non è diretta, poichè UnW ≠ (0>).  iii. v= 2e1-3e2+e3 ∈ U, UnW, U+W?  Equazione cartesiana di U:
Dunque la relazione é 2v1+7v2+7v3-8v4=0.  ii. U= (v2, V2>,W= (v3, V4>: dimensione e base di U+W e UnW. É vero che U+W=U@W?  Chiaramente v1 e v2 sono indipendenti (non sono propor zionali), e lo stesso vale per v3 ev4 ⇒ dim U= 2 = dim W.  Per trovare un vettore in UnW, sfruttiamo la relazione 2v1+7v2+7v3-8v4=0: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque  questo vettore appartiene a UnW ⇒ UnW = (2v1+7v2) e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avremmo UnW = U = W\$).  Formula di Grassmann: dim U+W= dim U+ dim W-dim UnW = 2+2-1=3 ⇒ U+W=1R³.  v1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen poiché compajono tutti nella relazione lineare ⇒ U+W=(v1, v2, v3>).  La somma di Ue W non è diretta, poichè UnW ≠ (0>).  Equazione cartesiana di U:
ii. U= < v1, v2 >, W = < v3, v4 >: dimensione ebase di U+W e UnW. È vero che U+W = U@W?  Chiaramente v1 e v2 sono indipendenti (non sono propor zionali), e lo stesso vale per v3 ev4 ⇒ dim U = 2 = dim W.  Per trovare un vettore in UnW, sfruttiamo la relazione 2v1+ 7v2+7v3-8v4=D: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque  questo vettore appartiene a UnW ⇒ UnW = < 2v1+7v2 > e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avvemmo UnW = U = W½).  Formula di Grassmann: dim U+W = dim U + dim W - dim UnW = 2+2-1 = 3 ⇒ U+W = IR³.  v1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen poichè compaiono tutti nella relazione lineare ⇒ U+W = < v1, v2, v3>.  La somma di U e W non è diretta, poichè UnW ≠ < 0>.
Chiaramente vs e vs sono indipendenti (non sono propor zionali), e lo stesso vale per vs evs dim U = 2 = dim W.  Per trovare un vettore in UnW, struttiamo la relazione 2v1+7v2+7v3-8v4=0: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque  questo vettore appartiene a UnW = UnW = (2v1+7v2) e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avremmo UnW = U = W ½).  Formula di Grassmann: dim U+W = dim U+dim W-dim UnW = 2+2-1=3 = U+W=1R3.  V1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una basepoiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen  poiché compaiono tutti nella relazione lineare = U+W = (v1, v2, v3).  La somma di U e W non è diretta, poichè UnW ≠ <0>.
Chiaramente vs e vs sono indipendenti (non sono propor zionali), e lo stesso vale per vs evs dim U = 2 = dim W.  Per trovare un vettore in UnW, struttiamo la relazione 2v1+7v2+7v3-8v4=0: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque  questo vettore appartiene a UnW = UnW = (2v1+7v2) e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avremmo UnW = U = W ½).  Formula di Grassmann: dim U+W = dim U+dim W-dim UnW = 2+2-1=3 = U+W=1R3.  V1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una basepoiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen  poiché compaiono tutti nella relazione lineare = U+W = (v1, v2, v3).  La somma di U e W non è diretta, poichè UnW ≠ <0>.
Per trovare un vettore in UnW, sfruttiamo la relazione 2v1+ 7v2+7v3-8v4=0: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque questo vettore appartiene a UnW = UnW = < 2v4+7v2 > e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avremmo UnW = U = W 1).  Formula di Grassmann: dim U+W = dim U+ dim W-dim UnW = 2+2-1=3 => U+W=1R3.  V1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen poiché compajono tutti nella relazione lineare => U+W=(v1, v2, v3>.)  La somma di Ue W non è diretta, poichè UnW + <0>.
Per trovare un vettore in UnW, struttiamo la relazione 2v1+ 7v2+7v3-8v4=0: abbiamo 2v1+7v2 = 7v3+8v4, dunque questo vettore appartiene a UnW \Rightarrow UnW = < 2v1+7v2 > e dim UnW = 1 (<2, altrimenti avremmo UnW = U = W 1).  Formula di Grassmann: dim U+W = dim U+ dim W-dim UnW = 2+2-1=3 \Rightarrow U+W = IR3.  v1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen poiche compajono tutti nella relazione lineare \Rightarrow U+W = < v1, v2, v3>.  La somma di U e W non è diretta, poiche UnW + <0>.
Formula di Grassmann: dim U+W= dim U+ dim W-dim UN W=2+2-1=3 ⇒ U+W=1R³.  v1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piaciment poiché compajono tutti nella relazione lineare ⇒ U+W=(v1,v2,v3).  La somma di Ue W non è diretta, poichè UN W≠(0).  iii. V=2e1-3e2+e3 ∈ U, UNW, U+W?  Equazione cartesiana di U:
Formula di Grassmann: dim U+W= dim U+ dim W-dim UN W=2+2-1=3 ⇒ U+W=1R³.  v1,, v4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piaciment poiché compajono tutti nella relazione lineare ⇒ U+W=(v1,v2,v3).  La somma di Ue W non è diretta, poichè UN W≠(0).  iii. V=2e1-3e2+e3 ∈ U, UNW, U+W?  Equazione cartesiana di U:
V1,, V4 sono generatori di U+W, ma non sono una base poiché sono dipendenti: possiamo toglierne uno a piacimen  poiche compajono tulti nella relazione lineare => U+W= < V4, V2, V3>.  La somma di Ue W non è diretta, poiche Un W + <0>.  iii. V= 2e1-3e2+e3 & U, Un W, U+W?  Equazione cartesiana di U:
poiche compaionotulti nella relazione lineare ⇒ U+W= <v4, v2,="" v3="">.  La somma di Ue W non è diretta, poiche U∩W≠ &lt;0&gt;.  iii. V= 2e4-3e2+e3 ∈ U, UnW, U+W?  Equazione cartesiana di U:</v4,>
poiche compai ono tulti nella rela zione lineare ⇒ U+W=(v1, v2, v3>.  La somma di Ue W non è diretta, poiche U∩W≠(0>.  iii. V=2e1-3e2+e3 ∈ U, UnW, U+W?  Equazione cartesiana di U:
La somma di Ue W non è diretta, poiche Un W + <0>.  iii. V= 2e1-3e2+e3 e U, Un W, U+W?  Equazione cartesiana di U:
iii. V= 2e1-3e2+e3 & U, UNW, U+W?  Equazione cartesiana di U:
Equazione cartesiana di U:
(Cas) vera
$U = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \middle  \begin{array}{c} x_1 = a \\ x_2 = -b \\ x_3 = -3a + b \end{array} \right\} \text{ combinationi lineari di } \forall 1 \in \mathbb{V}_2 \implies \left\{ \begin{array}{c} x_1 = a \\ x_2 = -b \\ x_3 = -3x_1 - x_2 \end{array} \right.$
Poiche v∉ U, allora v∉ Un W. Oppure, ciò si può vedere dal fattoche 2v1+7v2 = 2e1-7e2+e3, etale vettore ha due coordinate
uguali a V, ma la terza no.
Poiche U+W=IR3, certamente veU+W.
Policie O+ W=IK*, certamente Ve O+W.
iv. Esiste un sottospazio L di IR3 t.c. U+L=W+L=IR3?
Te W sono due piani passanti per l'origine di IR3 che si intersecano in una retta (dim UnW)=1.
Per Grassmann, imponendo la somma diretta (i.e. dim UnL = D = dim WnL), offeniamo dim L=1 ⇒ ci chiediamo allora
esiste una retta per l'origine non contenuta nell'unione dei due piani.
Prendiamo un vettore che non appartiene né a $U$ né a $W$ , ades. $\begin{pmatrix} 1\\0\\0 \end{pmatrix}$ : $L = \begin{pmatrix} 1\\0\\0 \end{pmatrix}$ .
From and any abuse one than appartient the a one a windaes. (0)