DIPARTIMENTO
DI TECNICA E GESTIONE
DEI SISTEMI INDUSTRIALI

Esercitazioni di MATERIALI METALLICI

Diffusione e rafforzamento dei materiali metallici

Diffusione: Esercizio 1

Cognome e Nome **Matricola** **Canale**

ESERCIZIO

Un componente in acciaio (contenuto iniziale di carbonio: 0.15%) viene sottoposto ad un trattamento di carbo-cementazione ad una temperatura in grado di assicurare un coefficiente di diffusione pari a 2.00 x 10^{-11} m^2/s.

Calcolare:

a. La temperatura (in °C) in grado di assicurare tale coefficiente di diffusione
b. Il tempo necessario (in minuti) per ottenere nel componente un contenuto di carbonio pari allo 0.5% a 0.3 mm di distanza dalla superficie
c. La temperatura necessaria per ottenere lo stesso risultato in metà tempo
d. La profondità alla quale si ottiene un contenuto di carbonio pari allo 0.5% dopo un trattamento di 3 ore alla temperatura originaria (risposta a.).

Diffusione: Esercizio 1

Si assuma:

Sistema	Q (J/mole)	D_0 (m^2/s)
N in Fe_γ	144 970	0.0034×10^{-4}
N in Fe_α	76 680	0.0047×10^{-4}
C in Fe_γ	137 850	0.23×10^{-4}
C in Fe_α	87 570	0.011×10^{-4}

R = 8.315 [J/(K• mole)]

Cs = 0.8%

NOTA: alcuni dei dati forniti potrebbero essere superflui

RISULTATI		Unità di Misura
Temperatura di carbo-cementazione		°C
Tempo di Cementazione per ottenere 0.5% di C a 0.3mm dalla superficie		minuti
Temperatura necessaria per ottenere lo stesso risultato in metà tempo		°C
Profondità alla quale si ottiene 0.5% di C dopo un trattamento di 3 ore		mm

U	Erf (U)
0	0
0,1	0,112463
0,2	0,222703
0,3	0,328627
0,4	0,428392
0,5	0,5205
0,6	0,603858
0,7	0,677801
0,8	0,742101
0,9	0,796908
1	0,842701
1,1	0,880205
1,2	0,910314
1,3	0,934008
1,4	0,952285
1,5	0,966105
1,6	0,976348
1,7	0,98379
1,8	0,989091
1,9	0,99279
2	0,995322

Soluzione

a) Carbo-cementazione → C in Fe-γ → Q = 137850 J/mole ; D_0 = 0,23 x 10^{-4} m^2/s

Calcolo T t.c. D = 2,00 x 10^{-11} m^2/s

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \quad \rightarrow \quad T = -\frac{Q}{R \cdot \ln\left(\frac{D}{D_0}\right)}$$

$$= -\frac{137850 \left[\frac{J}{mole}\right]}{8{,}314 \left[\frac{J}{mole \cdot K}\right] \cdot \ln \frac{2{,}00 \cdot 10^{-11} \left[\frac{m^2}{s}\right]}{0{,}23 \cdot 10^{-4} \left[\frac{m^2}{s}\right]}} = 1188\ K = 915\ °C$$

Diffusione: Esercizio 1

b) t [min] t.c. C = 0,5% a x = 0,3 mm dalla superficie

2ª Legge di Fick → $\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$

$$\frac{C_s - C_{0,3\ mm}}{C_s - C_0} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0,3 \cdot 10^{-3}\ [m]}{2 \cdot \sqrt{D \cdot \mathbf{t\ [min]}}}\right|$$

$$\frac{0,8 - 0,5}{0,8 - 0,15} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0,3 \cdot 10^{-3}\ [m]}{2 \cdot \sqrt{2,00 \cdot 10^{-11} \cdot 60 \left[\frac{m^2}{min}\right] \cdot \mathbf{t\ [min]}}}\right|$$

$$0,462 = \mathrm{Erf}\left|\frac{4,33}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}\right| \longrightarrow \mathrm{Erf}|U| = 0,462$$

$$U = \frac{4,33}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}$$

U	Erf (U)
0	0
0,1	0,112463
0,2	0,222703
0,3	0,328627
0,4	0,428392
0,5	0,5205
0,6	0,603858
0,7	0,677801
0,8	0,742101
0,9	0,796908
1	0,842701
1,1	0,880205
1,2	0,910314
1,3	0,934008
1,4	0,952285
1,5	0,966105
1,6	0,976348
1,7	0,98379
1,8	0,989091
1,9	0,99279
2	0,995322

Diffusione: Esercizio 1

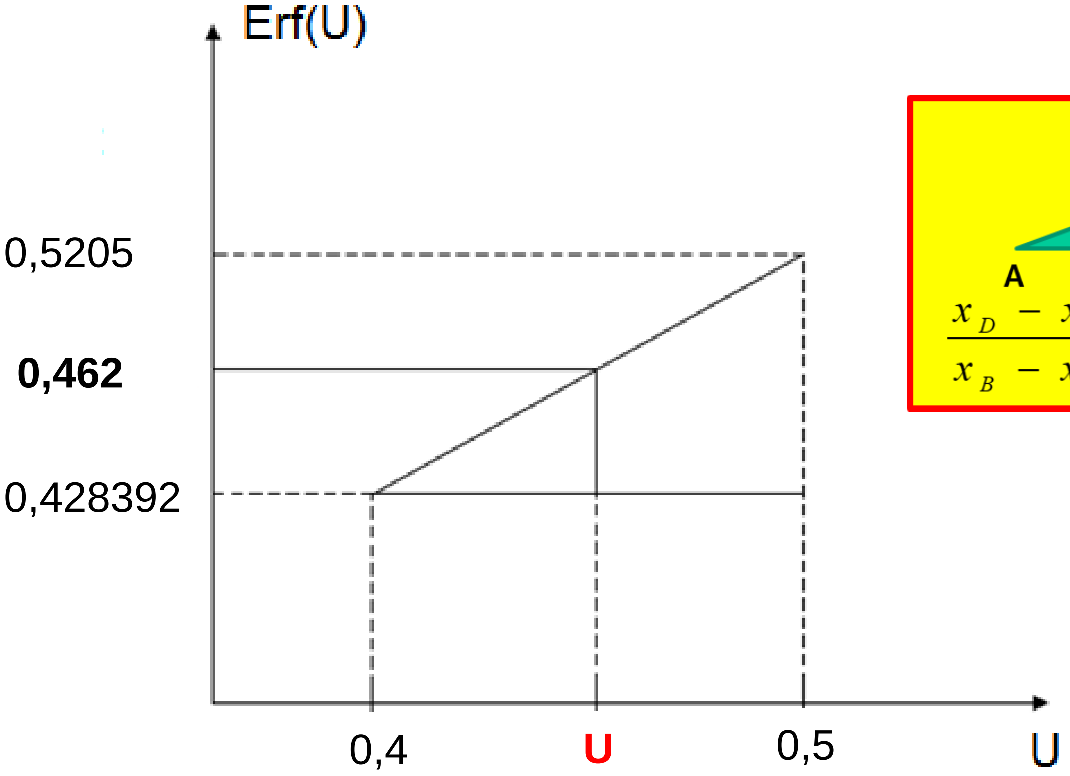
$$\frac{0{,}462 - 0{,}428392}{0{,}5205 - 0{,}428392} = \frac{U - 0{,}4}{0{,}5 - 0{,}4}$$

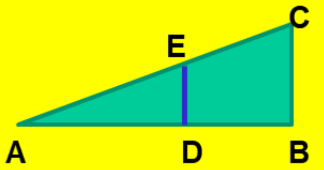
$$U = 0{,}436$$

$$U = 0{,}436 = \frac{4{,}33}{\sqrt{t\,[\min]}}$$

$$t = \left(\frac{4{,}33}{0{,}436}\right)^2 = 99 \min$$

Interpolazione lineare





$$\frac{x_D - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y_E - y_D}{y_C - y_B}$$

c) T t.c. C = 0,5% a x = 0,3 mm dalla superficie in 99/2 min

$$\frac{0,8-0,5}{0,8-0,15} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0,3\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m}]}{2\cdot\sqrt{\mathbf{D}\left[\frac{\mathbf{m^2}}{\mathbf{s}}\right]\cdot\frac{99}{2}\cdot 60[\mathrm{s}]}}\right| \qquad 0,462 = \mathrm{Erf}\left|\frac{2,752\cdot 10^{-6}}{\sqrt{\mathbf{D}\left[\frac{\mathbf{m^2}}{\mathbf{s}}\right]}}\right|$$

$$U = 0,436 = \frac{2,752\cdot 10^{-6}}{\sqrt{\mathbf{D}\left[\frac{\mathbf{m^2}}{\mathbf{s}}\right]}} \Rightarrow \mathbf{D} = \left(\frac{2,752\cdot 10^{-6}}{0,436}\right)^2 = 3,98\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}$$

$$\Rightarrow T = -\frac{Q}{R\cdot\ln\left(\frac{D}{D_0}\right)} = -\frac{137850\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mole}}\right]}{8,314\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mole}\cdot\mathrm{K}}\right]\cdot\ln\frac{3,98\cdot 10^{-11}\left[\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}\right]}{0,23\cdot 10^{-4}\left[\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}\right]}} = 1250\ \mathrm{K} = 977\ ^\circ\mathrm{C}$$

d) x t.c. C = 0,5% dopo t = 3 h a T = 915 °C

2ª Legge di Fick → $\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$

$$\frac{C_s - 0,5}{C_s - C_0} = \mathrm{Erf}\left|\frac{\mathbf{x\ [m]}}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right|$$

$$\frac{0,8 - 0,5}{0,8 - 0,15} = \mathrm{Erf}\left|\frac{\mathbf{x\ [m]}}{2 \cdot \sqrt{2,00 \cdot 10^{-11} \left[\frac{m^2}{s}\right] \cdot 3 \cdot 3600\ [s]}}\right|$$

$$0,462 = \mathrm{Erf}\left|\frac{\mathbf{x\ [m]}}{9,30 \cdot 10^{-4}\ [m]}\right|$$

$$\mathrm{Erf}|U| = 0,462 \quad \rightarrow \quad U = 0,436 = \frac{\mathbf{x\ [m]}}{9,30 \cdot 10^{-4}\ [m]} \quad \rightarrow \quad \mathbf{x} = 4,1 \cdot 10^{-4}\ m = 0,41\ mm$$

Diffusione: Esercizio 2

Un recipiente in ferro (CCC) dello spessore di 0,2 mm mantiene in pressione dell'azoto. La concentrazione di quest'ultimo è di 3 x 10^{26} atomi/m^3 all'interno del recipiente e di 5 x 10^{16} atomi/m^3 all'esterno.

Calcolare:

1) Il flusso di azoto attraverso il recipiente alla temperatura di 750 °C

2) La concentrazione di azoto ad una distanza dalla superficie interna del recipiente di 0,1 mm dopo 1 minuto alla temperatura di 750 °C (C_0 = 0).

Si assumano:
Q = 76680 J/mole
D_0 = 0,0047 x 10^{-4} m^2/s

Diffusione: Esercizio 2

Soluzione

C_e	C_i
$5 \cdot 10^{16}$ atomi/m^3	$3 \cdot 10^{26}$ atomi/m^3

$\longrightarrow \dfrac{\partial C}{\partial x}$

1) 1ª Legge di Fick → $J = -D \cdot \dfrac{\partial C}{\partial x}$

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} = 0{,}0047 \cdot 10^{-4} \left[\frac{m^2}{s}\right] \cdot e^{-\frac{76680 \left[\frac{J}{mole}\right]}{8{,}314 \left[\frac{J}{mole \cdot K}\right] \cdot (750+273)[K]}} = 5{,}71 \cdot 10^{-11} \ \frac{m^2}{s}$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} \cong \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{C_{int} - C_{est}}{s} = \frac{3 \cdot 10^{26} \left[\frac{atomi}{m^3}\right] - 5 \cdot 10^{16} \left[\frac{atomi}{m^3}\right]}{0{,}2 \cdot 10^{-3} [m]} = 1{,}5 \cdot 10^{30} \ \frac{atomi}{m^4}$$

$$J = -D \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = -5{,}71 \cdot 10^{-11} \left[\frac{m^2}{s}\right] \cdot 1{,}5 \cdot 10^{30} \ \left[\frac{atomi}{m^4}\right] = -8{,}6 \cdot 10^{19} \frac{atomi}{m^2 \cdot s}$$

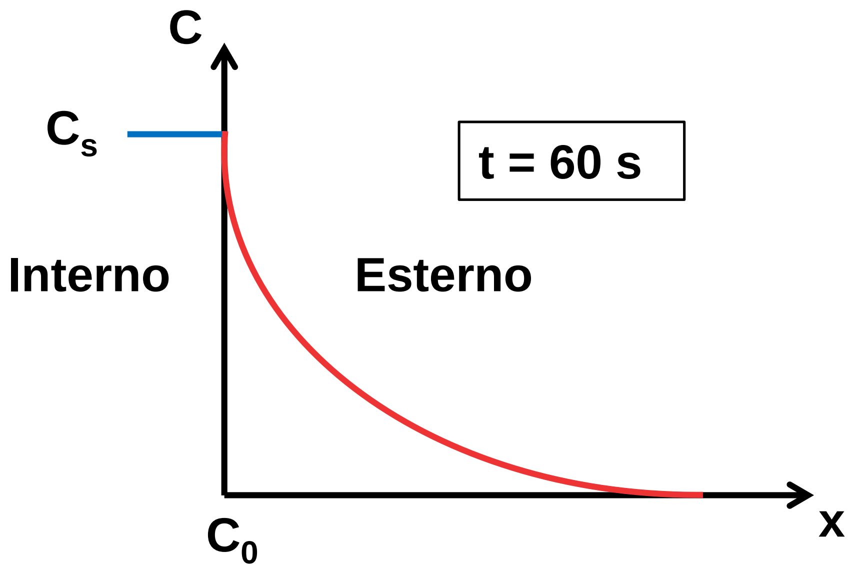
Da cui: $|J| = 8{,}6 \cdot 10^{19} \dfrac{atomi}{m^2 \cdot s}$; direzione opposta all'asse delle concentrazioni, ovvero al gradiente di concentrazione $\dfrac{\partial C}{\partial x}$

Diffusione: Esercizio 2

2) 2ª Legge di Fick → $\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$

$$\frac{C_s - \mathbf{C_x}}{C_s - C_0} = \mathrm{Erf}\left|\frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right|$$

$$\begin{cases} C_s = C_{int} = 3 \cdot 10^{26}\ \frac{\text{atomi}}{m^3} \\ \mathbf{C_x} = ? \\ C_0 = 0 \\ x = 0{,}1 \cdot 10^{-3}\ m \\ t = 60\ s \\ D(750°C) = 5{,}71 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^2}{s} \end{cases}$$



Diffusione: Esercizio 2

$$\frac{3\cdot 10^{26} - C_x}{3\cdot 10^{26} - 0} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0{,}1\cdot 10^{-3}}{2\cdot\sqrt{5{,}71\cdot 10^{-11}\cdot 60}}\right|$$

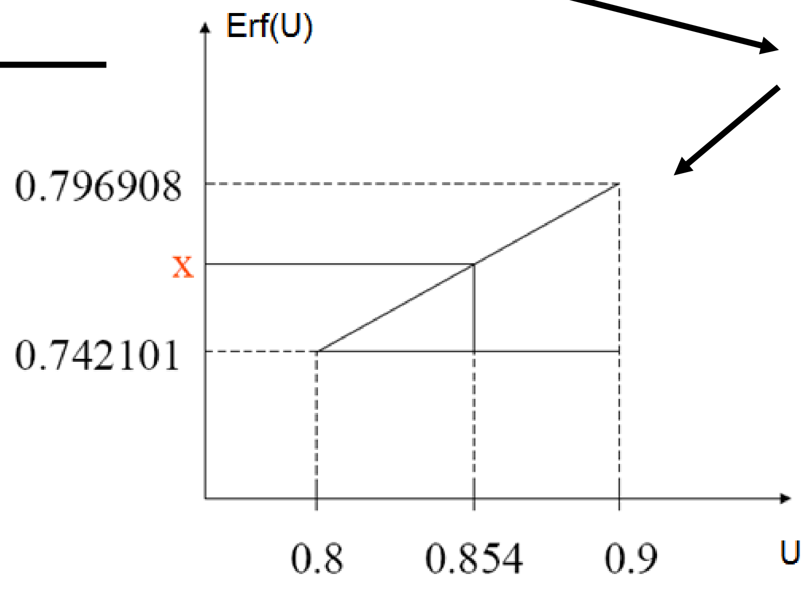
$$\frac{3\cdot 10^{26} - C_x}{3\cdot 10^{26} - 0} = \mathrm{Erf}|0{,}8542| \longrightarrow U = 0{,}8542$$

Interpolazione lineare

$$\frac{x - 0{,}742101}{0{,}796908 - 0{,}742101} = \frac{0{,}854 - 0{,}8}{0{,}9 - 0{,}8}$$

$$x = 0{,}771806 = \mathrm{Erf}|0{,}8542|$$

$$C_{0{,}1\ mm} = 3\cdot 10^{26} - 0{,}771806\cdot 3\cdot 10^{26} = 6{,}85\cdot 10^{25}\ \frac{\text{atomi}}{m^3}$$



U	Erf (U)
0	0
0,1	0,112463
0,2	0,222703
0,3	0,328627
0,4	0,428392
0,5	0,5205
0,6	0,603858
0,7	0,677801
0,8	0,742101
0,9	0,796908
1	0,842701
1,1	0,880205
1,2	0,910314
1,3	0,934008
1,4	0,952285
1,5	0,966105
1,6	0,976348
1,7	0,98379
1,8	0,989091
1,9	0,99279
2	0,995322

Diffusione: Esercizio 3

La diffusività D degli atomi di argento nell'argento metallico solido è pari a 1 x 10^{-17} m^2/s a 500 °C e a 7 x 10^{-13} m^2/s a 1000 °C.

Calcolare l'**energia di attivazione** (J/mole) per la diffusività dell'argento nell'argento nell'intervallo di temperatura tra 500 e 1000 °C.

Soluzione

$$\frac{D_{1000\,°C}}{D_{500\,°C}} = \frac{D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T_2}}}{D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T_1}}} = e^{-\frac{Q}{R \cdot T_2} - \left(-\frac{Q}{R \cdot T_1}\right)} = e^{-\frac{Q}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}$$

$$\ln\left(\frac{D_{1000\,°C}}{D_{500\,°C}}\right) = -\frac{Q}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{7 \cdot 10^{-13}\left[\frac{m^2}{s}\right]}{1 \cdot 10^{-17}\left[\frac{m^2}{s}\right]}\right) = -\frac{Q}{8{,}314\left[\frac{J}{mole \cdot K}\right]} \cdot \left(\frac{1}{1000 + 273\,[K]} - \frac{1}{500 + 273\,[K]}\right)$$

$$11{,}16 = Q \cdot \left(6{,}11 \cdot 10^{-5}\left[\frac{mole}{J}\right]\right) \longrightarrow Q = 183000\,\frac{J}{mole} = 183\,\frac{kJ}{mole}$$

Diffusione: Esercizio 4

Si consideri la cementazione gassosa di un ingranaggio in AISI 1022 alla temperatura di 927 °C.

Calcolare il **tempo in minuti** necessario per aumentare il contenuto di carbonio allo 0,3% a 0,8 mm di distanza dalla superficie.

Si assuma che il contenuto di carbonio sulla superficie sia pari a 1,2% e che l'acciaio abbia un contenuto nominale di carbonio a cuore dello 0,22%.

$D_{927°C(ferro\gamma)} = 1{,}28 \times 10^{-11}\ m^2/s$

Diffusione: Esercizio 4

Soluzione

2ª Legge di Fick → $\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$

$$\frac{C_s - C_{0,8\,mm}}{C_s - C_0} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0{,}8 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m}]}{2 \cdot \sqrt{D \cdot \mathbf{t\ [min]}}}\right|$$

$$\frac{1{,}2 - 0{,}3}{1{,}2 - 0{,}22} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0{,}8 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m}]}{2 \cdot \sqrt{1{,}28 \cdot 10^{-11} \cdot 60 \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{min}}\right] \cdot \mathbf{t\ [min]}}}\right|$$

$$0{,}918367 = \mathrm{Erf}\left|\frac{14{,}43}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}\right| \longrightarrow \mathrm{Erf}|U| = 0{,}918367$$

$$U = \frac{14{,}43}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}$$

U	Erf (U)
0	0
0,1	0,112463
0,2	0,222703
0,3	0,328627
0,4	0,428392
0,5	0,5205
0,6	0,603858
0,7	0,677801
0,8	0,742101
0,9	0,796908
1	0,842701
1,1	0,880205
1,2	0,910314
1,3	0,934008
1,4	0,952285
1,5	0,966105
1,6	0,976348
1,7	0,98379
1,8	0,989091
1,9	0,99279
2	0,995322

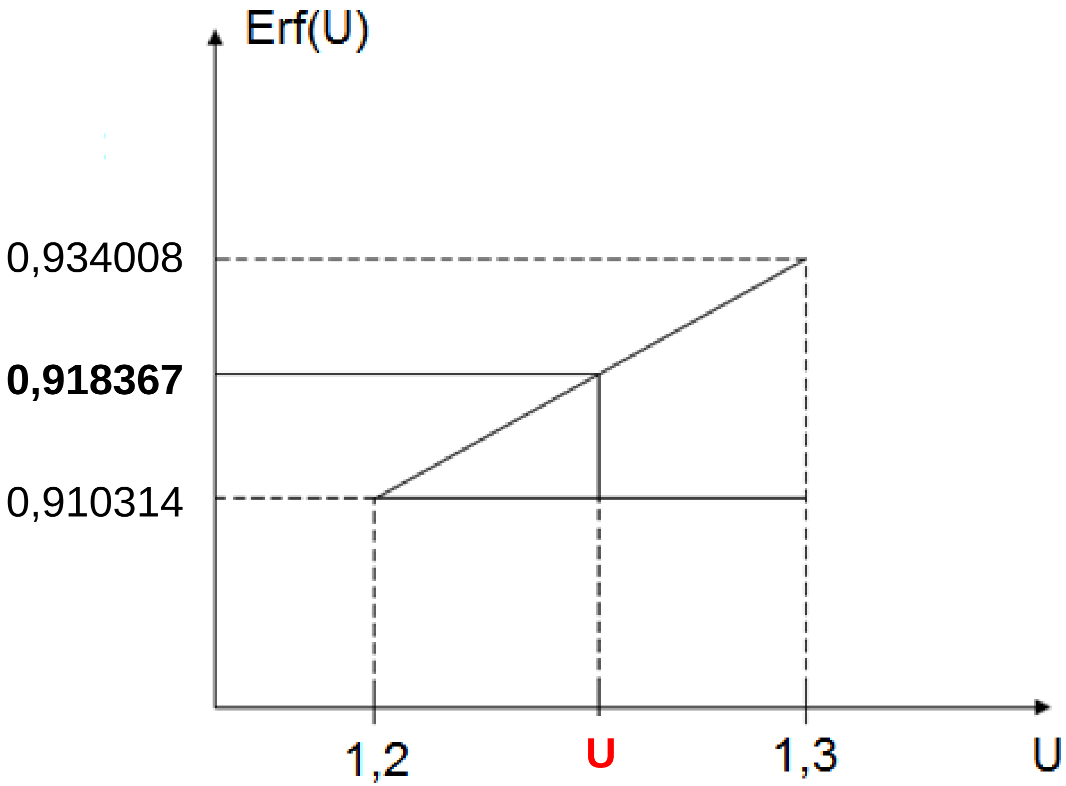
Diffusione: Esercizio 4

$$\frac{0{,}918367 - 0{,}910314}{0{,}934008 - 0{,}910314} = \frac{U - 1{,}2}{1{,}3 - 1{,}2}$$

$$U = 1{,}234$$

$$U = 1{,}234 = \frac{14{,}43}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{t} = \left(\frac{14{,}43}{1{,}234}\right)^2 = 137 \text{ min}$$



Diffusione: Esercizio 5

Un componente in acciaio (contenuto iniziale di carbonio 0,1%) viene sottoposto ad un trattamento di carbo-cementazione ad una temperatura in grado di assicurare un coefficiente diffusivo pari a 1,31 x 10^{-11} m^2/s.

Calcolare:

1) La temperatura in grado di assicurare tale coefficiente di diffusione
2) Il tempo necessario per ottenere un contenuto di carbonio pari allo 0,4% a 0,3 mm di distanza dalla superficie (C_s = 0,9%)
3) La profondità alla quale si ottiene un contenuto di carbonio pari allo 0,4% dopo un trattamento di 3 ore.

Diffusione: Esercizio 5

Sistema	Q [J/mole]	D_0 [m^2/s]
C in Feγ	137850	$0{,}23 \cdot 10^{-4}$
C in Feα	87570	$0{,}011 \cdot 10^{-4}$
N in Feγ	144970	$0{,}0034 \cdot 10^{-4}$
N in Feα	76680	$0{,}0047 \cdot 10^{-4}$

U	Erf (U)
0	0
0,1	0,112463
0,2	0,222703
0,3	0,328627
0,4	0,428392
0,5	0,5205
0,6	0,603858
0,7	0,677801
0,8	0,742101
0,9	0,796908
1	0,842701
1,1	0,880205
1,2	0,910314
1,3	0,934008
1,4	0,952285
1,5	0,966105
1,6	0,976348
1,7	0,98379
1,8	0,989091
1,9	0,99279
2	0,995322

Soluzione

1) Carbo-cementazione → C in Fe-γ → Q = 137850 J/mole ; D_0 = 0,23 x 10^{-4} m^2/s

Calcolo T t.c. D = 1,31 x 10^{-11} m^2/s

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \quad \rightarrow \quad T = -\frac{Q}{R \cdot \ln\left(\frac{D}{D_0}\right)}$$

$$= -\frac{137850\ \left[\frac{J}{mole}\right]}{8{,}314\ \left[\frac{J}{mole \cdot K}\right] \cdot \ln \frac{1{,}31 \cdot 10^{-11}\ \left[\frac{m^2}{s}\right]}{0{,}23 \cdot 10^{-4}\ \left[\frac{m^2}{s}\right]}} = 1153\ K = 880\ °C$$

2) t t.c. C = 0,4% a x = 0,3 mm dalla superficie

2ª Legge di Fick → $\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$

$$\frac{C_s - C_{0,3\ mm}}{C_s - C_0} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0,3 \cdot 10^{-3}\ [m]}{2 \cdot \sqrt{D \cdot \mathbf{t\ [min]}}}\right|$$

$$\frac{0,9 - 0,4}{0,9 - 0,1} = \mathrm{Erf}\left|\frac{0,3 \cdot 10^{-3}\ [m]}{2 \cdot \sqrt{1,31 \cdot 10^{-11} \cdot 60 \left[\frac{m^2}{min}\right] \cdot \mathbf{t\ [min]}}}\right|$$

$$0,625 = \mathrm{Erf}\left|\frac{5,35}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}\right| \longrightarrow \mathrm{Erf}|U| = 0,625$$

$$U = \frac{5,35}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}$$

U	Erf (U)
0	0
0,1	0,112463
0,2	0,222703
0,3	0,328627
0,4	0,428392
0,5	0,5205
0,6	0,603858
0,7	0,677801
0,8	0,742101
0,9	0,796908
1	0,842701
1,1	0,880205
1,2	0,910314
1,3	0,934008
1,4	0,952285
1,5	0,966105
1,6	0,976348
1,7	0,98379
1,8	0,989091
1,9	0,99279
2	0,995322

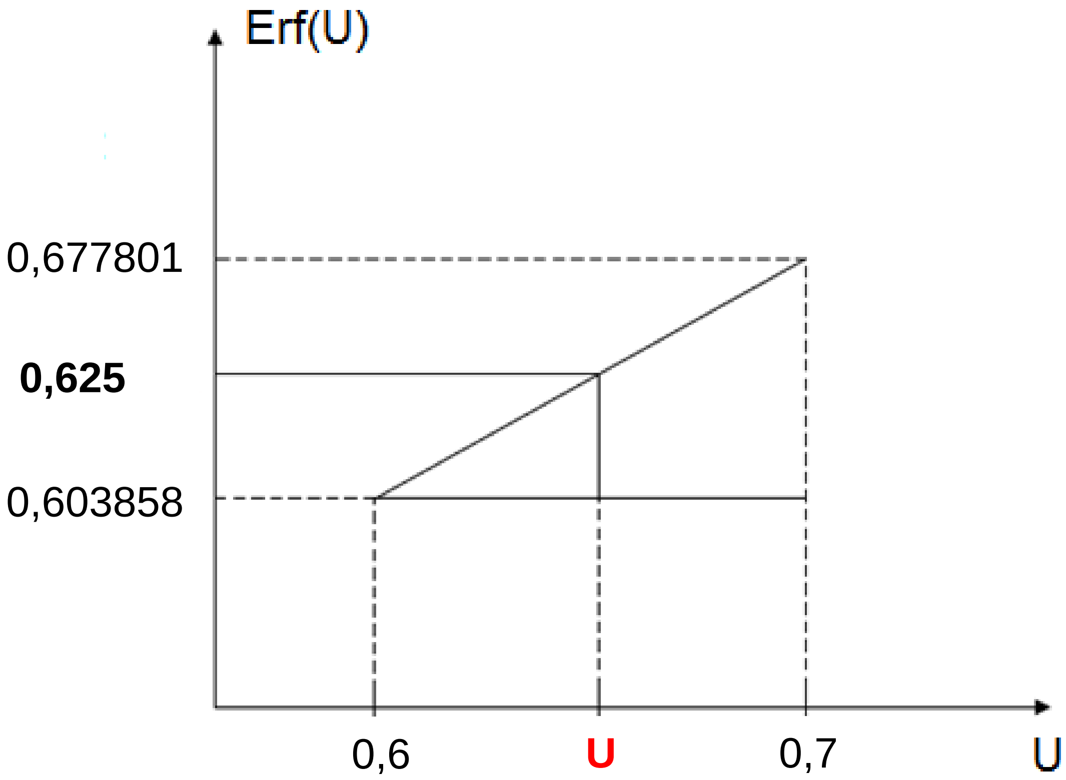
Diffusione: Esercizio 5

$$\frac{0{,}625 - 0{,}603858}{0{,}677801 - 0{,}603858} = \frac{U - 0{,}6}{0{,}7 - 0{,}6}$$

$$U = 0{,}629$$

$$U = 0{,}629 = \frac{5{,}35}{\sqrt{\mathbf{t\ [min]}}}$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{t} = \left(\frac{5{,}35}{0{,}629}\right)^2 = 72\ \text{min}$$



3) x t.c. C = 0,4% dopo t = 3 h

2ª Legge di Fick → $\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$

$$\frac{C_s - 0{,}4}{C_s - C_0} = \mathrm{Erf}\left|\frac{\mathbf{x\ [m]}}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right|$$

$$\frac{0{,}9 - 0{,}4}{0{,}9 - 0{,}1} = \mathrm{Erf}\left|\frac{\mathbf{x\ [m]}}{2 \cdot \sqrt{1{,}31 \cdot 10^{-11}\left[\frac{m^2}{s}\right] \cdot 3 \cdot 3600\ [s]}}\right|$$

$$0{,}625 = \mathrm{Erf}\left|\frac{\mathbf{x\ [m]}}{7{,}52 \cdot 10^{-4}\ [m]}\right|$$

$$\mathrm{Erf}|U| = 0{,}625 \quad \rightarrow \quad U = 0{,}629 = \frac{\mathbf{x\ [m]}}{7{,}52 \cdot 10^{-4}\ [m]} \Rightarrow \mathbf{x} = 4{,}7 \cdot 10^{-4}\ m = 0{,}47\ mm$$

Diffusione: Esercizio 6

Il flusso di diffusione degli atomi di soluto di rame nel solvente alluminio tra due punti A e B, distanti 10 μm, a 500°C, è pari a 4×10^{17} atomi/(m^2s).
Si assuma $D_{rame\text{-}alluminio} = 4 \times 10^{-14}\ m^2/s$.

Determinare:

1) Il gradiente di concentrazione
2) La differenza nei livelli di concentrazione di rame tra i due punti A e B.

Diffusione: Esercizio 6

Soluzione

1) Gradiente di concentrazione $\frac{\partial C}{\partial x}$

1ª Legge di Fick → $J = -D \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \rightarrow \quad 4 \cdot 10^{17} \left[\frac{\text{atomi}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right] = -4 \cdot 10^{-14} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right] \cdot \frac{\partial C}{\partial x}$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -\frac{4 \cdot 10^{17} \left[\frac{\text{atomi}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right]}{4 \cdot 10^{-14} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]} = -1 \cdot 10^{31} \left[\frac{\text{atomi}}{\text{m}^4}\right]$$

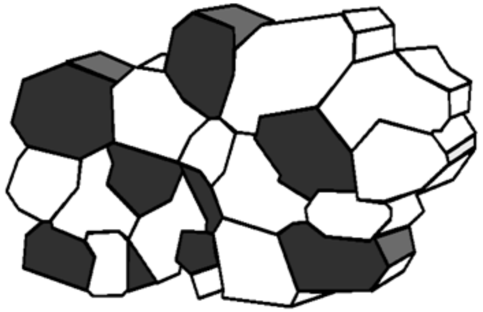
2) $\frac{\partial C}{\partial x} \cong \frac{\Delta C}{\Delta x} = 1 \cdot 10^{31} \frac{\text{atomi}}{\text{m}^4} \rightarrow \Delta C = 1 \cdot 10^{31} \left[\frac{\text{atomi}}{\text{m}^4}\right] \cdot \Delta x = 1 \cdot 10^{31} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\text{atomi}}{\text{m}^3}\right]$

$$= 1 \cdot 10^{26} \frac{\text{atomi}}{\text{m}^3}$$

Meccanismi di rafforzamento

Equazione di Hall-Petch

$$\boxed{\sigma_s = \sigma_i + \frac{K}{\sqrt{d}} + \sum_{1}^{n} [C_i \cdot (\%X_i)]}$$



dove:

$\sigma_s =$ tensione di snervamento $[kg/mm^2]$

$\sigma_i =$ sollecitazione per muovere una dislocazione in un monocristallo $[kg/mm^2]$

$K =$ costante di proporzionalità $[kg/mm^{3/2}]$

$d =$ dimensione media del grano del materiale $[mm]$

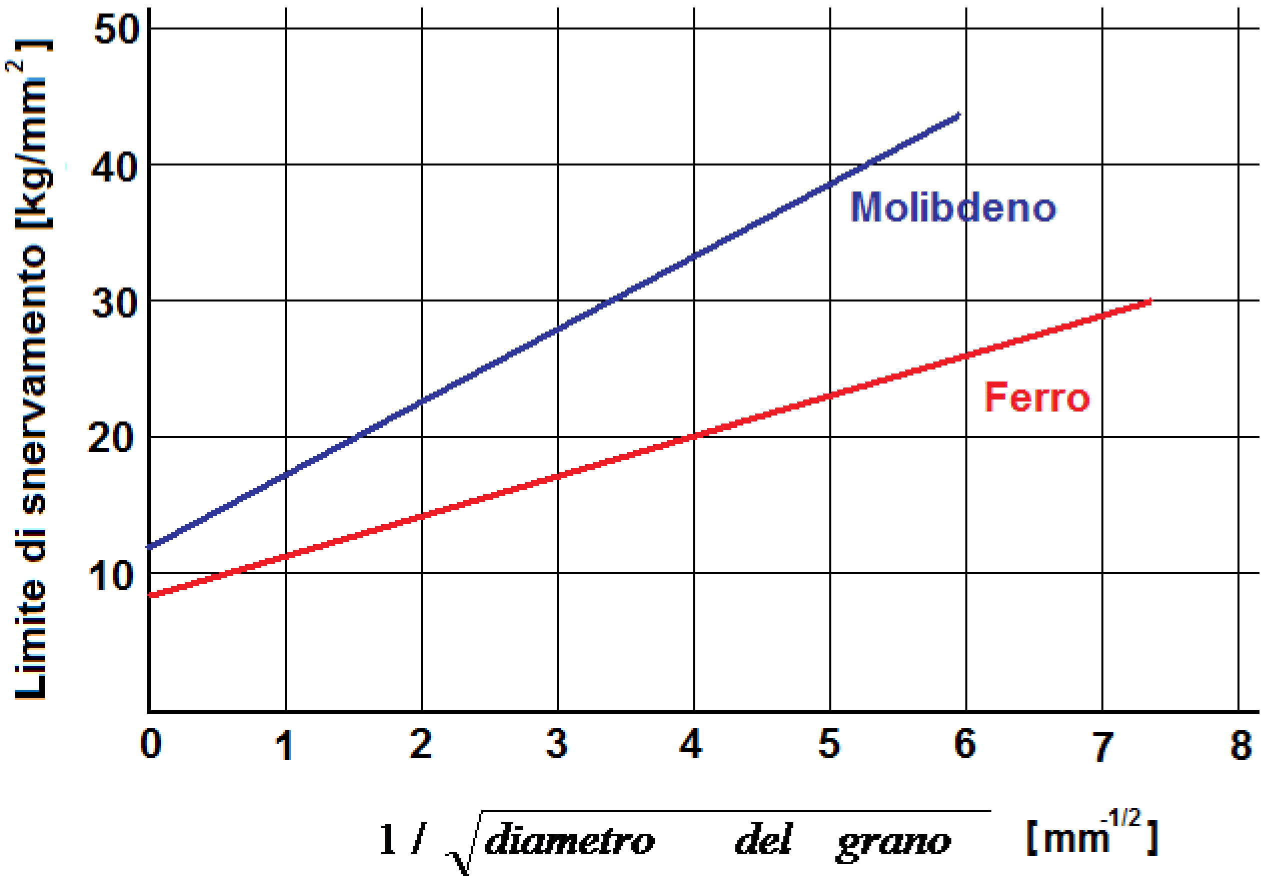
$C_i =$ coefficiente di indurimento del materiale $i-$esimo $[kg/mm^2]$

$\%X_i =$ percentuale ponderale del materiale $i-$esimo

Per metalli puri

$$\boxed{\sigma_s = K \cdot \frac{1}{\sqrt{d}} + \sigma_i}$$

y = m x + q



Meccanismi di rafforzamento: Esercizio 1

Calcolare il valore della **tensione di snervamento** per il molibdeno utilizzando l'equazione di Hall-Petch. Si consideri una dimensione del grano pari a 35 μm. Siano noti i seguenti punti del diagramma σ_s [Kg/mm^2] *versus* d$^{-1/2}$ [mm$^{-1/2}$]:

σ_s (Kg/mm^2)	d$^{-1/2}$ (mm$^{-1/2}$)
20	1,5
30	3,4

Si consideri che nel composto sono presenti i seguenti elementi rafforzanti:

Elemento	% ponderale	Coefficiente di incrudimento
Ferro	12	0,5
Nichel	8	0,3
Cromo	7	0,1

Soluzione

Equazione di Hall-Petch $\sigma_s = \sigma_i + \frac{K}{\sqrt{d}} + \sum_{1}^{n}[C_i \cdot (\%X_i)]$

Considerando il metallo puro si ha che: $\boldsymbol{\sigma_s} = \sigma_i + \frac{K}{\sqrt{\mathbf{d}}}$

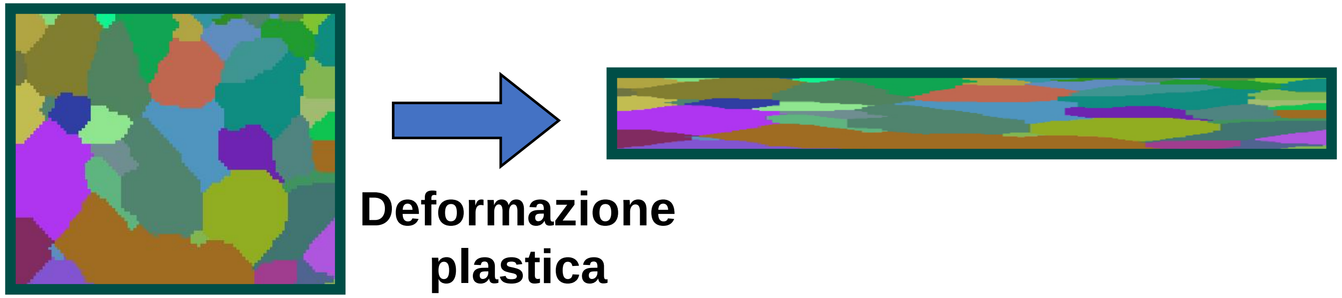
Eq. retta per due punti: $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{y - 20}{30 - 20} = \frac{x - 1,5}{3,4 - 1,5}$

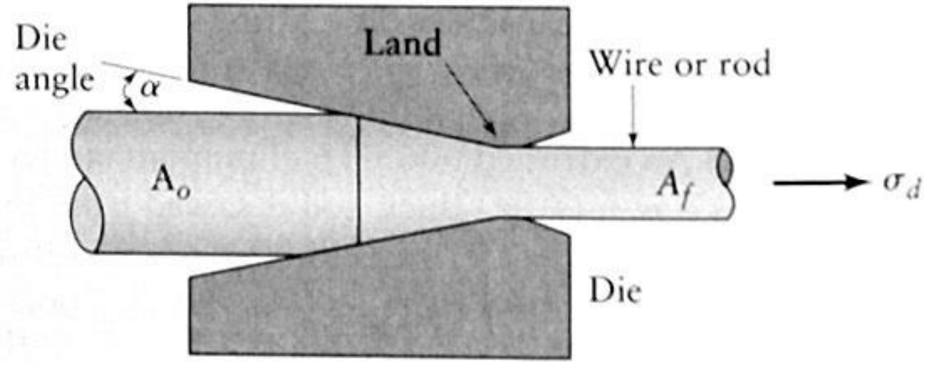
$$y = 5,3x + 12,1 \rightarrow \mathbf{K = 5,3}\ ; \boldsymbol{\sigma_i} = \mathbf{12,1} \rightarrow \sigma_s = \frac{5,3}{\sqrt{d}} + 12,1$$

Considerando il contributo degli elementi rafforzanti:

$$\sigma_s = 12,1 \left[\frac{kg}{mm^2}\right] + \frac{5,3\left[\frac{kg}{mm^{3/2}}\right]}{\sqrt{35 \cdot 10^{-3}\ [mm]}} + 12 \cdot 0,5 \left[\frac{kg}{mm^2}\right] + 8 \cdot 0,3 \left[\frac{kg}{mm^2}\right] + 7 \cdot 0,1 \left[\frac{kg}{mm^2}\right] = 49,5 \left[\frac{kg}{mm^2}\right]$$

Deformazione a freddo





$$\%\text{riduzione a freddo} = \frac{S_{\text{iniziale}} - S_{\text{finale}}}{S_{\text{iniziale}}} \cdot 100\ [\%]$$

Deformazione a freddo: Esercizio 1

Calcolare la **percentuale di deformazione a freddo** nella laminazione a freddo di una lega di alluminio da 3 mm a 1 mm.

Soluzione

$$\%\text{riduzione a freddo} = \frac{S_{\text{iniziale}} - S_{\text{finale}}}{S_{\text{iniziale}}} \cdot 100\ [\%]$$

$$= \frac{3\ [\text{mm}] - 1\ [\text{mm}]}{3\ [\text{mm}]} \cdot 100\ [\%] = 67\%$$

Deformazione a freddo: Esercizio 2

Una lamiera di Cu-Zn subisce una riduzione del 20% tramite lavorazione a freddo fino ad uno spessore di 3 mm.
La lamiera è poi ulteriormente ridotta fino a 2 mm.
Calcolare la **percentuale di deformazione a freddo totale** introdotta dalla lavorazione.

Soluzione

$$\%\text{riduzione a freddo} = \frac{S_{\text{iniziale}} - S_{\text{finale}}}{S_{\text{iniziale}}} \cdot 100\ [\%] = \frac{x\ [mm] - 3\ [mm]}{x\ [mm]} \cdot 100\ [\%] = 20\%$$

$$\frac{x - 3}{x} = 0{,}2 \quad \rightarrow \quad x = 3{,}75\ mm$$

$$\%\text{riduzione a freddo} = \frac{S_{\text{iniziale}} - S_{\text{finale}}}{S_{\text{iniziale}}} \cdot 100\ [\%] = \frac{3{,}75\ [mm] - 2\ [mm]}{3{,}75\ [mm]} \cdot 100\ [\%] = 47\%$$

Numero di vacanze

$$\boxed{n_v = N \cdot e^{-\frac{E_v}{k \cdot T}}}$$

dove:

n_v = numero di vacanze per m^3

N = numero di siti atomici per m^3

E_v = energia di attivazione per formare una vacanza [eV]

k = costante di Boltzmann

T = temperatura [K]

Numero di vacanze: Ripasso teoria

$$k = \text{costante di Boltzmann} = \frac{\text{R (costante dei gas)}}{N_A \text{ (numero di Avogadro)}} = \frac{8{,}314 \left[\frac{\text{J}}{\text{mole} \cdot \text{K}}\right]}{6{,}02 \cdot 10^{23} \left[\frac{1}{\text{mole}}\right]}$$

$$1 \text{ eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$= 8{,}62 \cdot 10^{-5} \ \frac{\text{eV}}{\text{K}}$$

$$N = \text{numero siti atomici per m}^3 = \frac{N_A \cdot \rho \text{ (densità)}}{\text{peso atomico}} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \left[\frac{1}{\text{mole}}\right] \cdot \rho \left[\frac{\text{g}}{\text{m}^3}\right]}{\text{peso atomico } \left[\frac{\text{g}}{\text{mole}}\right]}$$

$$= \frac{\text{numero atomi}}{V_{\text{atomi}}}$$

Numero di vacanze: Esercizio 1

Calcolare il **numero di vacanze all'equilibrio** per metro cubo per il rame a 1000 °C.
L'energia di formazione di una vacanza è 0,9 eV.
Il peso atomico del rame in queste condizioni è 63,5 g/mole e la densità è 8,4 Mg/m^3.

Numero di vacanze: Esercizio 1

Soluzione

$$n_v = N \cdot e^{-\frac{E_v}{k \cdot T}}$$

$$N = \frac{N_A \cdot \rho}{\text{peso atomico}} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \left[\frac{1}{\text{mole}}\right] \cdot 8{,}4 \cdot 10^{6} \left[\frac{\text{g}}{\text{m}^3}\right]}{63{,}5 \left[\frac{\text{g}}{\text{mole}}\right]} = 7{,}96 \cdot 10^{28} \ \frac{\text{atomi}}{\text{m}^3}$$

$$= 7{,}96 \cdot 10^{28} \left[\frac{\text{atomi}}{\text{m}^3}\right] \cdot e^{-\frac{0{,}9\ [\text{eV}]}{8{,}62 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\text{eV}}{\text{K}}\right] \cdot 1273\ [\text{K}]}} = 2{,}2 \cdot 10^{25} \ \frac{\text{vacanze}}{\text{m}^3}$$