DIPARTIMENTO
DI TECNICA E GESTIONE
DEI SISTEMI INDUSTRIALI

Esercitazioni di MATERIALI METALLICI

Prove meccaniche

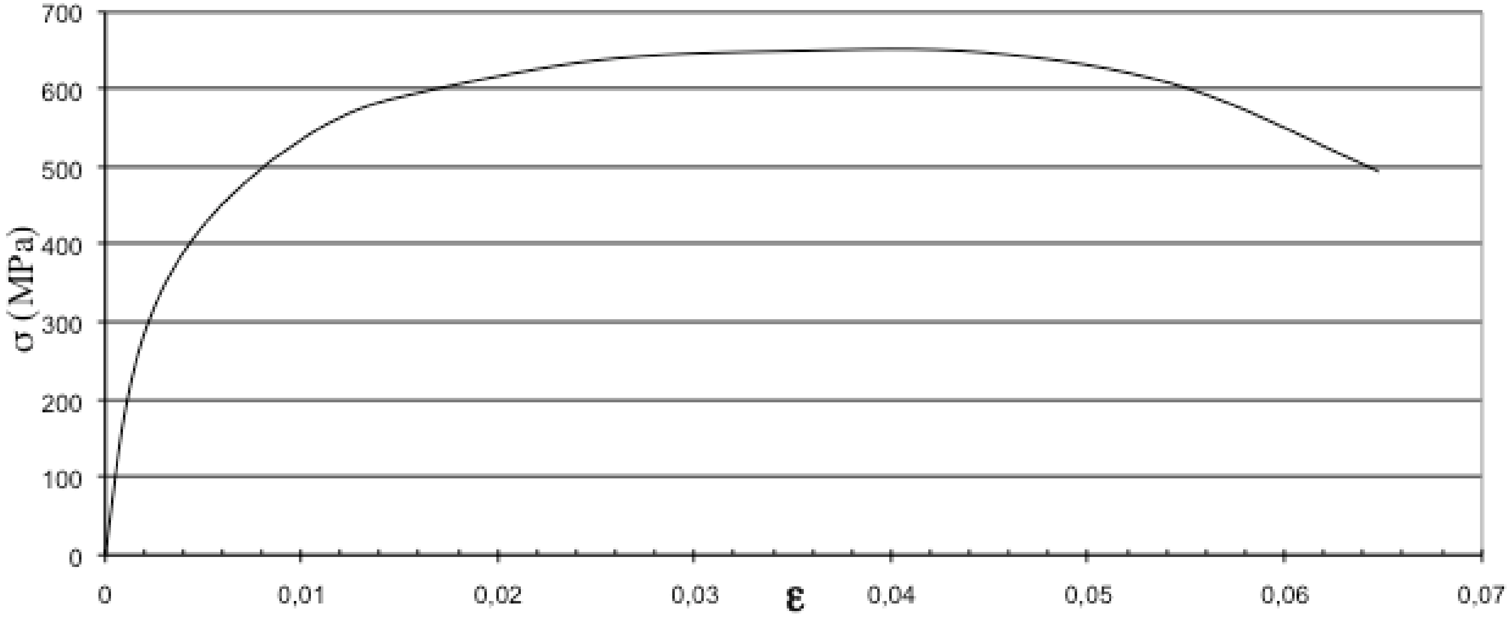
Cognome e Nome Matricola Canale

ESERCIZIO 1

Un provino cilindrico, di diametro pari a 8 mm, con tratto utile di 50 mm, è sottoposto a carico di trazione. Utilizzando i dati di tensione/deformazione nominali e il corrispondente diagramma sotto riportati si svolgano i seguenti punti:

1) Si calcoli il modulo elastico
2) Si determini la tensione di snervamento
3) Si determini la tensione di rottura della lega
4) Si calcoli l'entità del carico necessario a produrre un allungamento di 0,04 mm
5) Si valuti approssimativamente la duttilità come allungamento percentuale
6) Si valuti il numero di durezza Brinell atteso
7) Si valuti l'indice di tenacità
8) Si valuti l'indice elastico

Prova di trazione – Esercizio 1



ε	σ (MPa)
0	0
0.0000966	20
0.00029101	60
0.00049204	100
0.0007107	140
0.00096348	180
0.00127237	220
0.00166486	260
0.00217391	300
0.00283802	340
0.00370114	380
0.00481275	420
0.00622782	460
0.0080068	500
0.00905315	520
0.0115034	559
0.0147	589
0.0247	637
0.0347	650
0.0447	648
0.0547	604
0.0647	495

1)	E =		*MPa*
2)	σ_y =		*MPa*
3)	R =		*MPa*
4)	F =		*KN*
5)	$A\%$ =		
6)	*Durezza* =		*HB* (Kg_f/mm^2)
7)	I_T =		mJ/mm^3
8)	L_e =		mJ/mm^3

Soluzione

1) Legge di Hooke nel tratto elastico: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} = \frac{(20 - 0)\ \mathrm{MPa}}{0{,}0000966 - 0} = 207039\ \mathrm{MPa}$

2) Per via grafica, considerando l'intercetta a ε = 0,002 con pendenza uguale al modulo elastico E: $\sigma_s = 400\ \mathrm{MPa}$.

3) Per via grafica, considerando il punto massimo di tensione della curva σ-ε (corrispondente al valore massimo di tensione indicato in tabella): $\sigma_r = 650\ \mathrm{MPa}$.

4) Calcolo forza F tale che ΔL = 0,04 mm:

$$\varepsilon_{nom} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0{,}04\ \mathrm{mm}}{50\ \mathrm{mm}} = 0{,}0008 < 0{,}002\ \rightarrow \text{campo elastico}$$

Legge di Hooke: $\sigma_{nom} = E \cdot \varepsilon_{nom} = 207039\ \mathrm{MPa} \cdot 0{,}0008 = 166\ \mathrm{MPa}$

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{S_0} \rightarrow F = \sigma_{nom} \cdot S_0 = 166\ \mathrm{MPa} \cdot \frac{\pi \cdot d_0^2}{4}\ \mathrm{mm}^2 = 166 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2}{4}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\mathrm{mm}^2 = 8344\ \mathrm{N} = 8{,}3\ \mathrm{kN}$$

Soluzione

5) Per via grafica, considerando l'intercetta al punto di rottura con pendenza uguale al modulo elastico, si calcola $\varepsilon_n = 0{,}062$. Da cui: $A\% = \varepsilon_n \cdot 100 = 0{,}062 \cdot 100 = 6{,}2\ \%$.

6) Numero di durezza Brinell atteso:

$$HB = \frac{3 \cdot \sigma_r\ (MPa)}{g} = \frac{3 \cdot 650}{9{,}81} MPa = 199 \frac{kg_f}{mm^2}$$

7) $$I_t = \sigma_r \cdot \varepsilon_n = 650 \cdot 0{,}062 = 40{,}3\ MPa = 40{,}3 \frac{mJ}{mm^3}$$

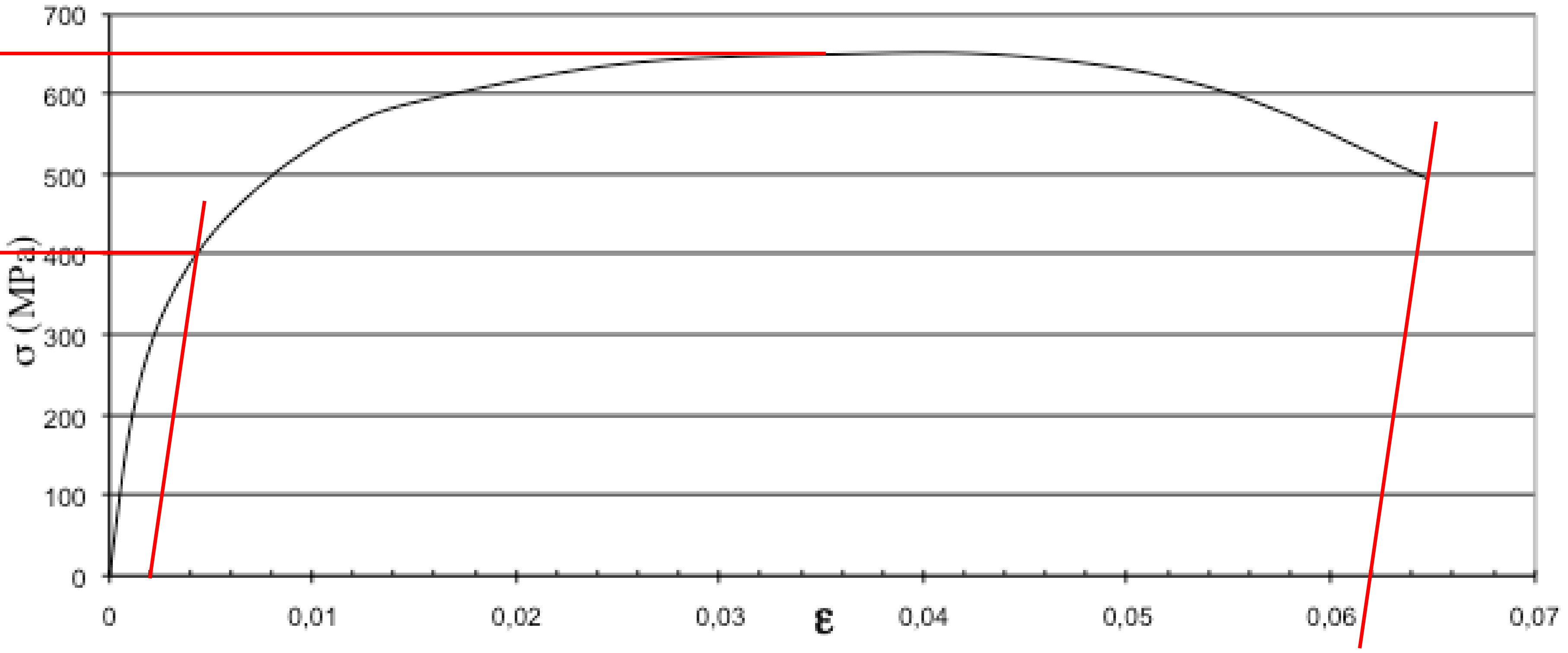
8) $$L_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_s^2}{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(400\ MPa)^2}{207039} = 0{,}3864\ MPa = 0{,}39 \frac{mJ}{mm^3}$$

Prova di trazione – Esercizio 1

Soluzione

$\sigma_r = 650 \text{ MPa}$

$\sigma_s = 400 \text{ MPa}$



$\varepsilon_n = 0,062$

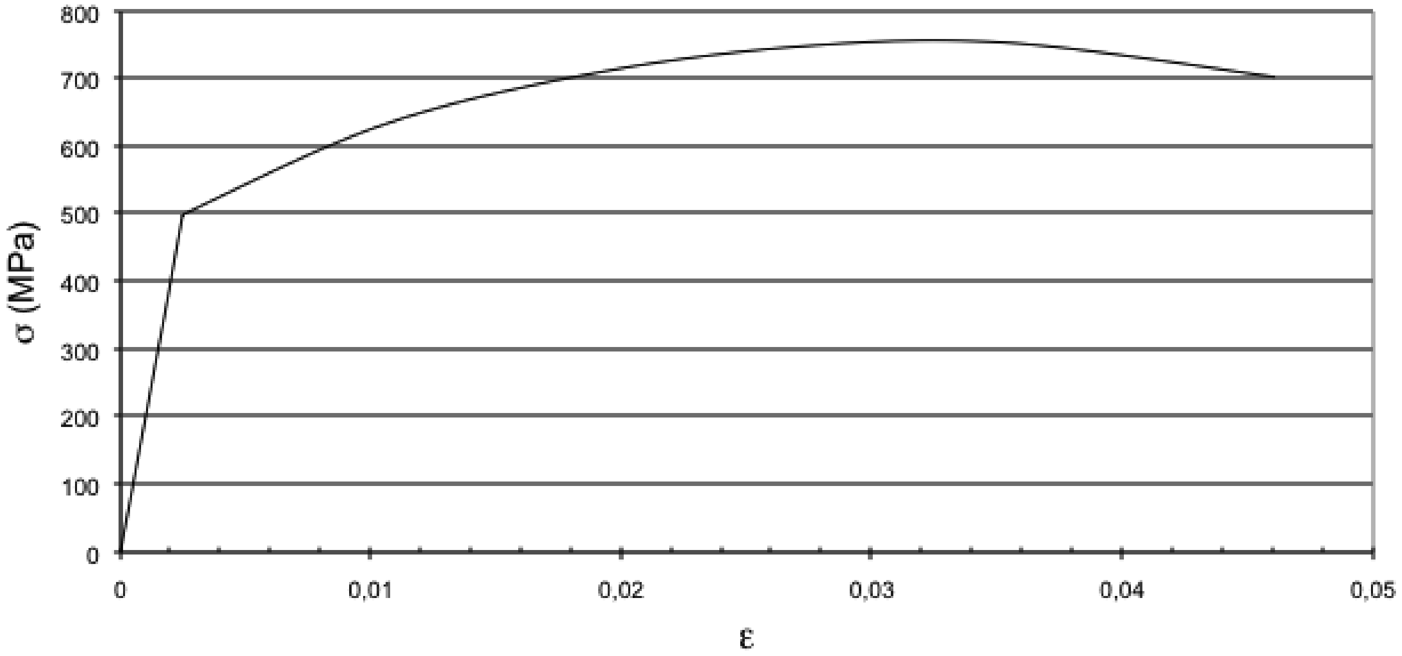
Cognome e Nome **Matricola** **Canale**

ESERCIZIO 1

Un provino cilindrico, di diametro pari a 5 mm, con tratto utile di 55 mm, è sottoposto a carico di trazione. Utilizzando i dati di tensione/deformazione nominali e il corrispondente diagramma sotto riportati si svolgano i seguenti punti:

1) *Si calcoli il modulo elastico*
2) *Si determini la tensione di snervamento*
3) *Si determini la tensione di rottura della lega*
4) *Si calcoli l'entità del carico necessario a produrre un allungamento di 0,1 mm*
5) *Si valuti approssimativamente la duttilità come allungamento percentuale*
6) *Si valuti il numero di durezza Brinell atteso*
7) *Si valuti l'indice di tenacità*
8) *Si valuti l'indice elastico*

Prova di trazione – Esercizio 2



ε	σ (MPa)
0	0
0.0001	20
0.0004	80
0.0007	140
0.001	200
0.0013	260
0.0016	320
0.0019	380
0.00246	496
0.00254	500
0.01031	630
0.01838	705
0.02674514	747
0.03527174	754
0.04607954	703

1)	E =		MPa
2)	σ_y =		MPa
3)	R =		MPa
4)	F =		KN
5)	$A\%$ =		
6)	Durezza =		HB (Kg_f/mm^2)
7)	I_T =		mJ/mm^3
8)	L_e =		mJ/mm^3

Soluzione

1) Legge di Hooke nel tratto elastico: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} = \frac{(20 - 0)\ \mathrm{MPa}}{0{,}0001 - 0} = 200000\ \mathrm{MPa}$

2) Per via grafica; il materiale presenta snervamento evidente: $\sigma_s = 500\ \mathrm{MPa}$.

3) Per via grafica, considerando il punto massimo di tensione della curva σ-ε (corrispondente al valore massimo di tensione indicato in tabella): $\sigma_r = 754\ \mathrm{MPa}$.

4) Calcolo forza F tale che ΔL = 0,1 mm:

$$\varepsilon_{nom} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0{,}1\ \mathrm{mm}}{55\ \mathrm{mm}} = 0{,}0018 < 0{,}002 \ \rightarrow \text{campo elastico}$$

$$\text{Legge di Hooke: } \sigma_{nom} = E \cdot \varepsilon_{nom} = 200000\ \mathrm{MPa} \cdot 0{,}0018 = 360\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{S_0} \rightarrow F = \sigma_{nom} \cdot S_0 = 360\ \mathrm{MPa} \cdot \frac{\pi \cdot d_0^2}{4}\ \mathrm{mm}^2 = 166 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{4}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\mathrm{mm}^2 = 7069\ \mathrm{N} = 7{,}1\ \mathrm{kN}$$

Soluzione

5) Per via grafica, considerando l'intercetta al punto di rottura con pendenza uguale al modulo elastico, si calcola $\varepsilon_n = 0{,}042$. Da cui: $A\% = \varepsilon_n \cdot 100 = 0{,}042 \cdot 100 = 4{,}2\ \%$.

6) Numero di durezza Brinell atteso:

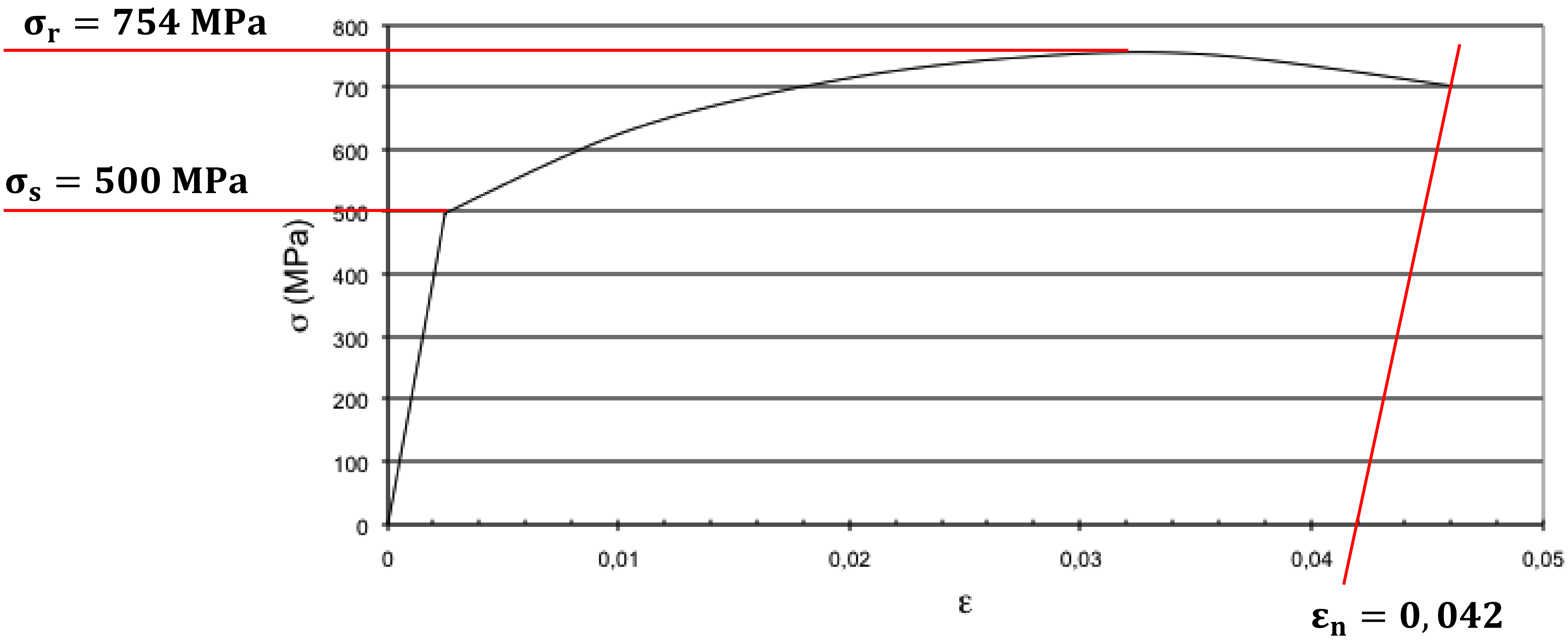
$$HB = \frac{3 \cdot \sigma_r\ (MPa)}{g} = \frac{3 \cdot 754}{9{,}81} MPa = 231 \frac{kg_f}{mm^2}$$

7) $$I_t = \sigma_r \cdot \varepsilon_n = 754 \cdot 0{,}042 = 31{,}7\ MPa = 31{,}7 \frac{mJ}{mm^3}$$

8) $$L_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_s^2}{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(500\ MPa)^2}{200000} = 0{,}625\ MPa = 0{,}63 \frac{mJ}{mm^3}$$

Prova di trazione – Esercizio 2

Soluzione



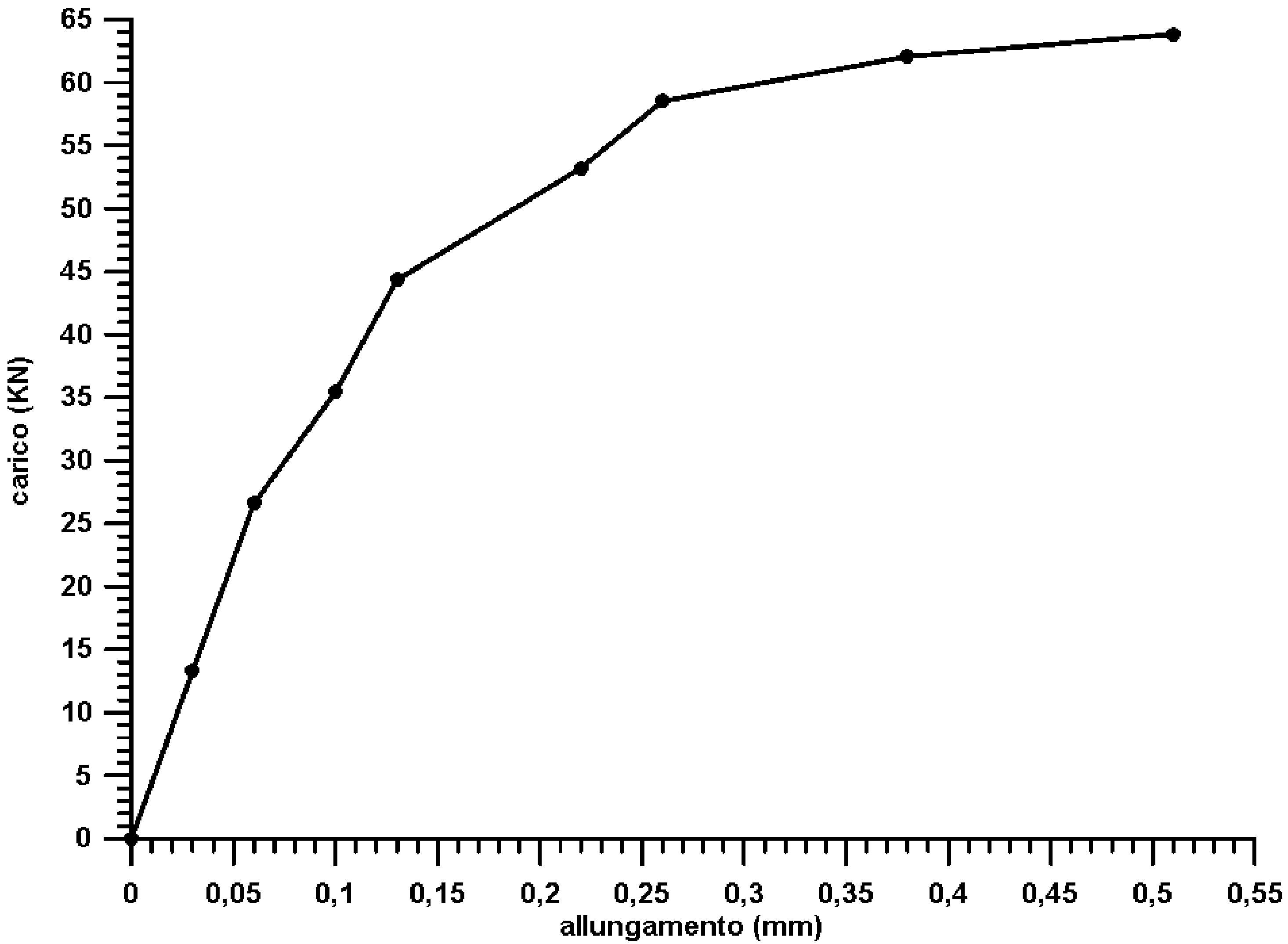
Prova di trazione – Esercizio 3

Un provino normale corto in acciaio C40 di diametro 12,8 mm, ottiene, nella fase iniziale di una prova di trazione, i valori di forza e allungamento riportati in tabella.

1) Determinare la tensione di snervamento allo 0,2%
2) Determinare il modulo elastico a trazione
3) Determinare la tensione necessaria a produrre un allungamento permanente di 0,3 mm
4) Determinare la strizione percentuale del provino, sapendo che il diametro della sezione di rottura è pari a 10 mm

Forza (KN)	Allungamento (mm)
0	0
13,31	0,03
26,6	0,06
35,46	0,1
44,33	0,13
53,2	0,22
58,51	0,26
62,06	0,38
63,84	0,51

Soluzione


carico (KN)
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
0,05
0,1
0,15
0,2
0,25
0,3
0,35
0,4
0,45
0,5
0,55
allungamento (mm)

Soluzione

1) Tensione di snervamento allo 0,2%:

$$\varepsilon_{\%} = \varepsilon \cdot 100 = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad \Delta L = \frac{\varepsilon_{\%} \cdot L_0}{100}$$

Provino normale corto: $L_0 = d_0 \cdot 5 = 12{,}8 \cdot 5 = 64\ \text{mm}$

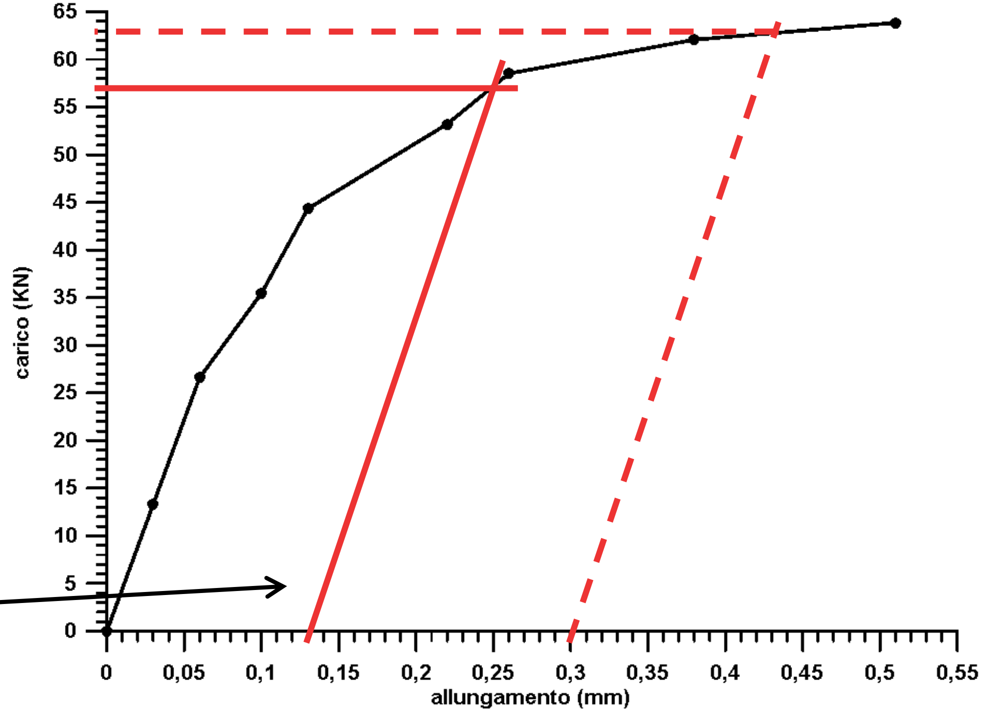
Da cui: $\Delta L = \frac{0{,}2 \cdot 64}{100} = 0{,}13\ \text{mm}$

Carico t.c. ΔL = 0,13 mm, considerando

il ritorno elastico:

~~- Tabella~~

- Via grafica: F = 57 kN



Soluzione

Ne consegue:

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{S_0} = \frac{57000}{\pi \cdot \left(\frac{d_0}{2}\right)^2} = \frac{57000}{\pi \cdot \left(\frac{12{,}8}{2}\right)^2} = \frac{57000}{128{,}7} \frac{N}{mm^2} = 443 \text{ MPa}$$

2) Calcolo del modulo elastico E: si sfrutta la Legge di Hooke valida in campo elastico

$$E = \frac{\sigma_{nom}}{\varepsilon_{nom}} = \frac{\sigma_{13{,}31\ kN} - \sigma_0}{\varepsilon_{0{,}03\ mm} - \varepsilon_0} = \frac{\frac{F}{S_0} - 0}{\frac{\Delta L}{L_0} - 0} = \frac{\frac{13310}{128{,}7} \frac{N}{mm^2}}{\frac{0{,}03}{64} \frac{mm}{mm}} = 220627 \text{ MPa} = 221 \text{ GPa}$$

Prova di trazione – Esercizio 3

Soluzione

3) Calcolo tensione t.c. allungamento permanente = 0,3 mm:

dal grafico si rileva come ΔL = 0,3 mm non appartenga al campo elastico. Non essendo possibile applicare la Legge di Hooke, considerando l'intercetta a ΔL = 0,3 mm con pendenza pari al modulo elastico, si ricava per via grafica (Slide 21): F = 63 kN

Quindi: $\sigma_{nom} = \frac{F}{S_0} = \frac{63000\ N}{128{,}7\ mm^2} = 490\ MPa$

4) Sapendo che d_0 = 12,8 mm e d_f = 10 mm, la strizione percentuale è pari a:

$$Z = \frac{S_0 - S_f}{S_0} \cdot 100 = \left(1 - \frac{S_f}{S_0}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{\frac{\pi \cdot d_f^2}{4}}{\frac{\pi \cdot d_0^2}{4}}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{d_f^2}{d_0^2}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{10^2}{12{,}8^2}\right) \cdot 100 = 39\%$$

Prova di trazione – Esercizio 4

Un provino in lega di alluminio di diametro 13 mm è soggetto a un carico di 11000 kg. Se il diametro della barra è 12,4 mm in corrispondenza di questo carico, determinare:

1) Tensione e deformazione nominale
2) Tensione e deformazione reale

Soluzione

1) Tensione – deformazione nominale:

Carico = 11000 Kg → $F = m \cdot g = 11000\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} = 107910\ N$

Quindi, $\sigma_{nom} = \frac{F}{S_0} = \frac{F}{\pi \cdot \frac{d_0^2}{4}} = \frac{107910\ N}{\pi \cdot \frac{13^2}{4}\ mm^2} = \frac{107910\ N}{132{,}7\ mm^2} = 813\ MPa$

Inoltre, $\varepsilon_{nom} = \frac{L_i - L_0}{L_0} = \frac{L_i}{L_0} - 1 \rightarrow V \equiv cost \rightarrow S_0 \cdot L_0 = S_i \cdot L_i \rightarrow \frac{L_i}{L_0} = \frac{S_0}{S_i}$

Da cui: $\varepsilon_{nom} = \frac{S_0}{S_i} - 1 = \frac{\pi \cdot \frac{d_0^2}{4}}{\pi \cdot \frac{d_i^2}{4}} - 1 = \frac{\pi \cdot \frac{13^2}{4} mm^2}{\pi \cdot \frac{12{,}4^2}{4} mm^2} - 1 = 0{,}099$

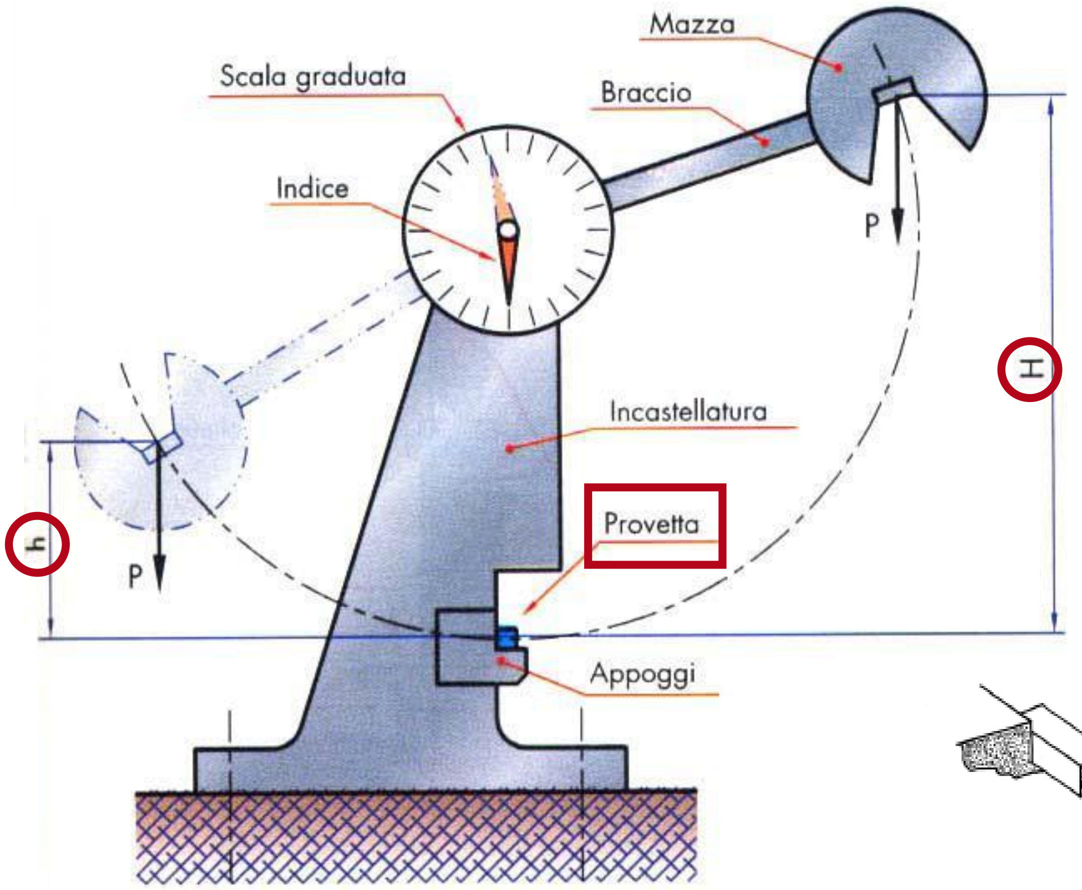
Soluzione

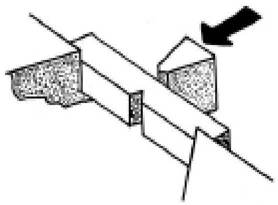
2) Tensione – deformazione reale:

$$\sigma_{reale} = \frac{F}{S_i} = \frac{F}{\pi \cdot \frac{d_i^2}{4}} = \frac{107910\ N}{\pi \cdot \frac{12{,}4^2}{4}\ mm^2} = \frac{107910\ N}{120{,}8\ mm^2} = 893\ MPa$$

$$\varepsilon_{reale} = \ln\left(\frac{L_i}{L_0}\right) = \ln\left(\frac{S_0}{S_i}\right) = \ln\left(\frac{132{,}7\ mm^2}{120{,}8\ mm^2}\right) = 0{,}094$$

Prova di resilienza – Ripasso teoria





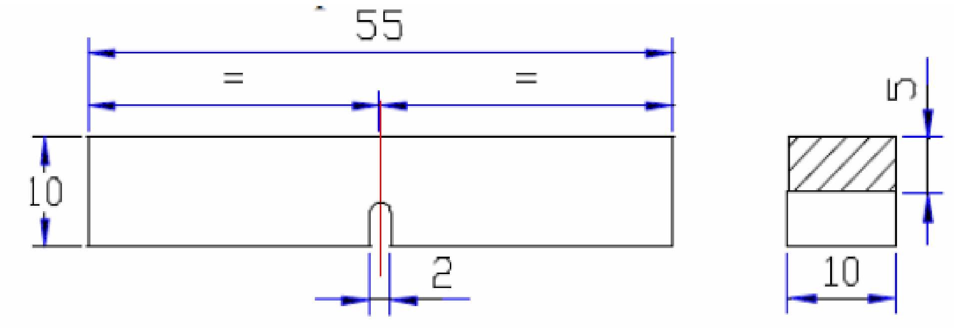
Condizioni di prova

Peso della mazza	300 N
Energia disponibile	300 J ± 10 J
Temperatura	23 °C ± 5 °C
Velocità impatto	5 – 5,5 m/s

Prova di resilienza – Ripasso teoria

Provetta Charpy

con intaglio a U



AREA SEZIONE RESISTENTE

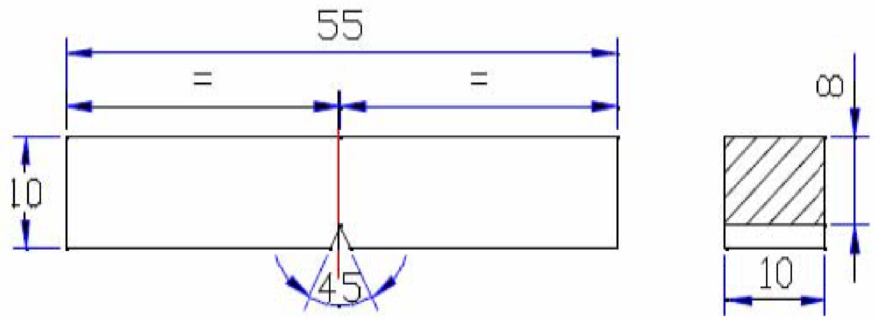
$$S_0 = 10\ \text{mm} \times 5\ \text{mm} = 50\ \text{mm}^2$$

RESILIENZA

KU

Provetta Charpy

con intaglio a V



AREA SEZIONE RESISTENTE

$$S_0 = 10\ \text{mm} \times 8\ \text{mm} = 80\ \text{mm}^2$$

RESILIENZA

KV

Prova di resilienza – Esercizio 1

Calcolare la **resilienza del materiale** di un provino tipo Charpy con intaglio ad U, sapendo che l'altezza di caduta della mazza (del peso di 300 N) è di un metro e l'altezza di risalita della mazza dopo aver impattato il provino è 0,9 m.

Soluzione

Intaglio ad U:

$$S_0 = 10 \cdot 5 \text{ mm}^2 = 50 \text{ mm}^2$$

$$L = P \cdot \Delta H = P \cdot (H - h) = 300 \text{ N} \cdot (1 - 0{,}9) \text{ m} = 30 \text{ N} \cdot \text{m} = 30 \text{ J}$$

$$KU = \frac{L}{S_0} = \frac{30 \text{ J}}{0{,}5 \text{ cm}^2} = 60 \ \frac{\text{J}}{\text{cm}^2}$$

Prova di resilienza – Esercizio 2

Calcolare la **resilienza del materiale** di un provino tipo Charpy con intaglio ad V, sapendo che l'altezza di caduta della mazza (del peso di 300 N) è di un metro e l'altezza di risalita della mazza dopo aver impattato il provino è 0,7 m.

Soluzione

Intaglio a V:

$$S_0 = 10 \cdot 8 \text{ mm}^2 = 80 \text{ mm}^2$$

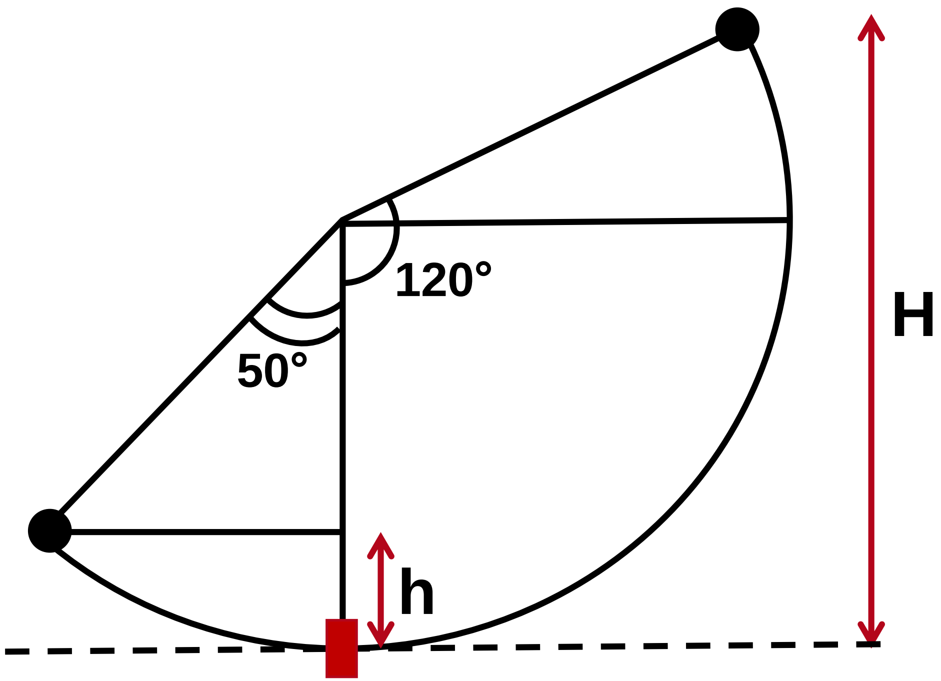
$$L = P \cdot \Delta H = P \cdot (H - h) = 300 \text{ N} \cdot (1 - 0{,}7) \text{ m} = 90 \text{ N} \cdot \text{m} = 90 \text{ J}$$

$$KU = \frac{L}{S_0} = \frac{90 \text{ J}}{0{,}8 \text{ cm}^2} = 113 \ \frac{\text{J}}{\text{cm}^2}$$

Prova di resilienza – Esercizio 3

In una prova di resilienza, un pendolo di Charpy con una mazza di 5,1 kg e braccio di 0,75 m viene sollevato fino a 120° e poi lasciato cadere su un provino tipo Charpy con intaglio a V. Dopo la rottura del provino, la mazza risale fino a formare un angolo di 50°. Calcolare **l'energia assorbita** nella rottura.

Soluzione



$$P = \text{peso mazza} = 5{,}1\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 50\ \text{N}$$

$$H = 0{,}75\ \text{m} + 0{,}75\ \text{m} \cdot \sin(30°) = 0{,}75 + 0{,}375 = 1{,}125\ \text{m}$$

$$h = 0{,}75\ \text{m} - 0{,}75\ \text{m} \cdot \cos(50°) = 0{,}75 - 0{,}482 = 0{,}268\ \text{m}$$

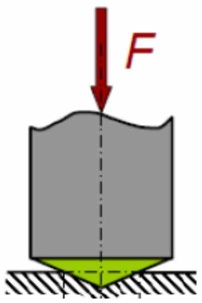
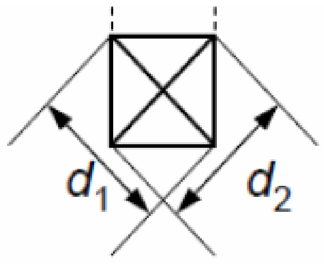
$$E_{\text{assorbita}} = E_{\text{iniziale}} - E_{\text{finale}}$$

$$E_i = P \cdot H = 50\ \text{N} \cdot 1{,}125\ \text{m} = 56\ \text{J}$$

$$E_f = P \cdot h = 50\ \text{N} \cdot 0{,}268\ \text{m} = 13\ \text{J}$$

$$E_{\text{assorbita}} = 56\ \text{J} - 13\ \text{J} = 43\ \text{J}$$

Durezza Vickers

Penetratore	Forma penetratore: laterale	Forma penetratore: dall'alto
Piramide di diamante		

Angolo tra le facce opposte al vertice: 136°

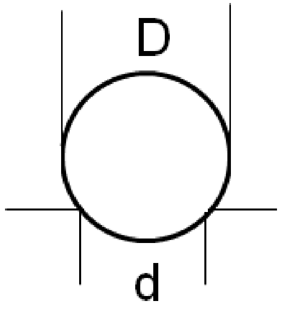
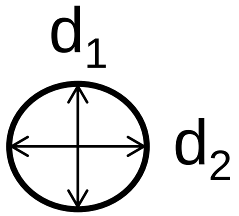
$$d = \frac{d_1 + d_2}{2}\ [mm]$$

HV$_{\text{carico (kgf) / tempo (s)}}$

$$HV = \frac{\frac{1}{9{,}81} \cdot P\,[N] \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\frac{d\,[mm]^{\,2}}{2}} = \frac{\frac{2 \cdot \sin\left(\frac{136°}{2}\right)}{9{,}81} \cdot P\,[N]}{d\,[mm]^2} = \frac{0{,}189 \cdot P\,[N]}{d\,[mm]^2} \left[\frac{kg_f}{mm^2}\right]$$

$$P = \ peso\ applicato\ [N]$$

Durezza Brinell

Penetratore	Forma penetratore: laterale	Forma penetratore: dall'alto
Sfera di 10 mm in acciaio o carburo di tungsteno		

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2}\ [mm]$$

HB$_{\text{Ø sfera (mm) / carico (kgf) / tempo (s)}}$

$$HB = \frac{\frac{P\,[N]}{9{,}81} \cdot 2}{\pi \cdot D \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)\,[mm^2]} \left[\frac{kg_f}{mm^2}\right]$$

Per acciai:

$$HB = 3 \cdot \sigma_r \left[\frac{kg_f}{mm^2}\right] = \frac{3 \cdot \sigma_r\,[MPa]}{9{,}81}\left[\frac{kg_f}{mm^2}\right]$$

$$D = diametro\ penetratore\ [mm]$$
$$P = peso\ applicato\ [N]$$

Prova di durezza – Esercizio 1

Un penetratore Brinell di diametro 10 mm è in grado di produrre su un acciaio, con un carico di 1000 Kg, un'impronta di diametro 2,5 mm.

1) Calcolare la durezza Brinell dell'acciaio.
2) Stimare il valore di tensione di rottura del materiale.
3) Quale diametro avrebbe l'impronta con un carico di 500 Kg ed una durezza di 300 HB?

Prova di durezza – Esercizio 1

Soluzione

1) $$HB = \frac{F\,[kg_f]\cdot 2}{\pi\cdot D\cdot\left(D-\sqrt{D^2-d^2}\right)\,[mm^2]} = \frac{1000\cdot 2}{\pi\cdot 10\cdot\left(10-\sqrt{10^2-2{,}5^2}\right)} = 200\ \frac{kg_f}{mm^2}$$

2) $$\sigma_r = \frac{HB\cdot g}{3} = \frac{200\cdot 9{,}81}{3} = 654\ MPa$$

3) $$d = \sqrt{D^2-\left(\frac{HB\cdot\pi\cdot D^2-2\cdot F}{HB\cdot\pi\cdot D}\right)^2} = \sqrt{10^2-\left(\frac{300\cdot\pi\cdot 10^2-2\cdot 500}{300\cdot\pi\cdot 10}\right)^2} = 1{,}45\ mm$$