

Esercizi da temi d'esame

1. Si traduca nel linguaggio **AMPL** (file .mod) il seguente modello di programmazione lineare intera, relativo a un problema di produzione:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in I} P_i x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} A_{ij} x_i \leq B_j \quad , \quad \forall j \in J \\ & \sum_{i \in I} (C_i x_i + F_i y_i) \leq W \\ & x_i \leq M y_i \quad , \quad \forall i \in I \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+ \quad , \quad y_i \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I \end{aligned}$$

dove I è l'insieme dei prodotti, J è l'insieme delle materie prime. Le variabili sono: x_i la quantità di prodotti (si possono realizzare solo quantità intere), y_i binaria con valore 1 se viene realizzata almeno un'unità del prodotto corrispondente, 0 altrimenti. I dati sono: P_i il profitto unitario per il prodotto $i \in I$, B_j la quantità disponibile di materia prima $j \in J$, A_{ij} la quantità di materia prima j utilizzata per unità di prodotto i , C_i il costo di produzione per unità di prodotto $i \in I$, F_i il costo fisso per la produzione di prodotti $i \in I$, W il budget disponibile, M una costante sufficientemente grande (ad esempio pari a W).

2. Per l'esercizio precedente, si consideri $I = \{auto, moto, bicicletta, monopattino\}$ e $J = \{ruote, tubi, bulloni\}$ e si dia un esempio di file .dat di **AMPL** che definisca gli insiemi dati e una valorizzazione per i parametri P, A, B, C, F, W e M (si scelgano dei valori a piacere).
3. Si vuole risolvere il seguente problema con **AMPL**. Un'azienda produce aranciata e concentrato in polvere e ha a disposizione 1 tonnellata di arance e 10 000 litri di acqua minerale. Per ogni confezione da un litro di aranciata si consumano 500 grammi di arance e 2 litri di acqua (parte in bottiglia, parte usata dal processo produttivo); per ogni confezione da un kg di concentrato si consumano 5 kg di arance e si ottengono 0,5 litri di acqua minerale disponibile per la produzione di aranciata. Il ricavo da ciascuna confezione di aranciata e di concentrato è, rispettivamente, di 80 eurocent e 2 euro, rispettivamente. Il generico modello di programmazione lineare intera per la massimizzazione dei ricavi è il seguente:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in I} r_i x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} a_{ij} x_i \leq b_j \quad , \quad \forall j \in J \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+ \quad , \quad \forall i \in I \end{aligned}$$

dove I è l'insieme dei prodotti (aranciata e concentrato nel caso specifico), J è l'insieme delle risorse (acqua minerale e arance), x_i è la variabile che indica la quantità di prodotto i da produrre, r_i è il ricavo unitario dal prodotto i , b_j è la quantità di risorsa j disponibile, a_{ij} è la quantità di risorsa j consumata per ogni unità di prodotto i (si noti che, per concentrato e acqua il valore di questo parametro è negativo).

Si traduca **il modello generico dato** in linguaggio **AMPL** (file .mod) e si scriva il corrispondente **file dei dati** (.dat) per la soluzione del problema specifico.

4. Si traduca nel linguaggio **AMPL** (file .mod) il seguente modello di programmazione lineare intera (riferibile, ad esempio, a un problema di produzione di prodotti j su più linee i , con costi fissi f di attivazione delle linee, costi orari c per linea e prodotto, produttività oraria a per linea e prodotto, richiesta minima b per prodotto, capacità d per linea). Si dia inoltre una possibile definizione della costante M in funzione dei parametri d del problema.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in I, j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} a_{ij} x_{ij} \geq b_j \quad , \quad \forall j \in J \\
 & \sum_{j \in J} x_{ij} \leq d_i \quad , \quad \forall i \in I \\
 & \sum_{j \in J} x_{ij} \leq M y_i \quad , \quad \forall i \in I \\
 & x_{ij} \in \mathbb{Z}_+ \quad , \quad \forall i \in I, j \in J \\
 & y_i \in \{0,1\} \quad , \quad \forall i \in I
 \end{aligned}$$

5. Si consideri il modello dell'esercizio precedente, riferito alla produzione di *auto*, *moto* e *biciclette* (insieme J) su due linee chiamate *linea1* e *linea2* (insieme I): c_{ij} è il costo per ogni ora di lavorazione del prodotto j sulla linea i ; f_i è il costo fisso per l'attivazione della produzione sulla linea i ; a_{ij} è il numero di prodotti j prodotti per ogni ora di lavorazione sulla linea i ; b_j è il numero di prodotti j richiesti; d_i è il numero di ore complessive disponibili sulla linea i ; M è una costante sufficientemente grande. Si scriva il file .dat di **AMPL** che definisca i valori dei parametri riassunti nella seguente tabella e un opportuno valore per M .

	Linea 1		Linea 2		Richiesta b
	Costo orario c	Produttività a	Costo orario c	Produttività a	
Auto	6	2	5	3	100
Moto	4	4	3	5	200
Bici	2	6	1	7	300
Costo fisso f	10		15		
Capacità d	800		900		