RICERCA OPERATIVA – 7 crediti

Tema d'esame del 26 gennaio 2017

	COGNOME:	________________________	*Questo foglio deve*
Scrivere subito!	NOME:	________________________	*essere consegnato*
	MATRICOLA:	________________________	*con l'elaborato*

---

1. La zia Bice, ricamatrice, coordina la preparazione dei bavaglini da vendere al prossimo mercatino. I bavaglini sono di tre tipi: maschile, femminile e unisex. Ogni bavaglino richiede dei filati nelle quantità, in cm, indicate nella seguente tabella, che riporta anche il tempo in minuti richiesto e il ricavo di vendita.

Bavaglino	**Azzurro**	**Rosa**	**Giallo**	**Verde**
Maschile	100	10	30	20
Femminile	10	100	40	20
Unisex	30	10	50	70

I fornitori di filati mettono a disposizione delle confezioni con le seguenti caratteristiche (metri di filati dei vari colori e prezzo in euro):

Confezione	**Azzurro**	**Rosa**	**Giallo**	**Verde**	**Prezzo**
1	40	30	50	20	20
2	20	50	40	50	25
3	30	40	40	10	15

Ciascun bavaglino richiede manodopera per 15 minuti e viene venduto a 5 euro. La zia Bice e le sue numerose amiche potranno dedicare ai bavaglini 200 ore del loro tempo e devolveranno il ricavato delle vendite, al netto dei costi per i soli filati, in beneficienza. Tenendo conto che tutti i bavaglini ricamati saranno sicuramente venduti, scrivere il modello di programmazione lineare che determini quanti bavaglini ricamare al fine di massimizzare le somme devolute in beneficienza, considerando anche che:

- sono richiesti almeno 10 bavaglini per tipo;
- si vogliono acquistare al massimo due tipi di confezione;
- ciascun fornitore pratica uno sconto del 5% sul prezzo unitario di vendita se si acquistano almeno 10 delle loro confezioni (suggerimento: modellare la decisione sul numero di confezioni da acquistare a prezzo scontato).

2. Si risolva con il metodo del simplesso, applicando la regola anticiclo di Bland, il seguente problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{llrcrcrcr}
\max & & & & x_2 & - & 2\,x_3 & & \\
\text{s.t.} & & x_1 & - & 2\,x_2 & + & x_3 & \leq & 1 \\
 & & x_1 & - & x_2 & + & 2\,x_3 & \geq & -1 \\
 & & & & 2\,x_2 & - & x_3 & \leq & 2
\end{array}
$$

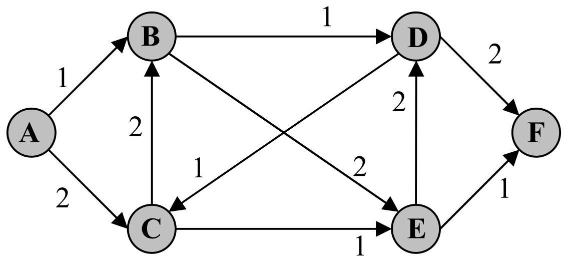
$$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0 \qquad \boldsymbol{x_3 \leq 0}$$

3. Risolvere con il metodo del branch-and-bound il seguente problema di zaino 0/1

$$
\begin{array}{ll}
\max & 14\,x_1 + 6\,x_2 + 12\,x_3 + 12\,x_4 + 7\,x_5 + 15\,x_6 \\
\text{s.t.} & 10\,x_1 + 6\,x_2 + 8\,x_3 + 6\,x_4 + 8\,x_5 + 12\,x_6 \leq 30 \\
 & x_i \in \{0,1\}\ ,\ i = 1 \ldots 6
\end{array}
$$

... CONTINUA SUL RETRO ...

4. Dato il seguente grafo, calcolare i cammini minimi a partire dal nodo A verso tutti gli altri nodi.



a. si scelga l'algoritmo da utilizzare e si motivi la scelta;

b. si applichi l'algoritmo scelto (riportare e **giustificare** i passi dell'algoritmo in una tabella);

c. si riportino l'albero e il grafo dei cammini minimi, e due cammini minimi da A a F (**descrivere** il procedimento per ottenere albero, grafo e cammini).

5. a. Enunciare le condizioni di complementarietà primale-duale in generale.

b. Applicare tali condizioni per dimostrare che $(x_1, x_2, x_3) = (0, 2, 1)$ è soluzione ottima del seguente problema:

$$
\begin{array}{lrcrcrcr}
\min & 2x_1 & - & 4x_2 & + & x_3 & & \\
\text{s.t.} & 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 2 \\
 & x_1 & - & x_2 & & & = & -2 \\
 & & & 2x_2 & - & 3x_3 & \leq & 1 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 1 \\
 & x_1 \leq 0 & & x_2 \text{ libera} & & x_3 \geq 0 & &
\end{array}
$$

6. Si consideri il seguente tableau del simplesso:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	z	b
0	0	-4	1	-7	0	-1	5
0	1	2	0	-6	0	0	8
0	0	2	-1	1	1	0	2
1	0	3	4	2	0	0	3

Si dica, **senza svolgere calcoli** e fornendo una **giustificazione teorica delle risposte**:

a. riusciamo a individuare una soluzione di base corrispondente? Quale? Possiamo subito dire se è ottima?

b. perché non è consentita l'operazione di pivot sull'elemento evidenziato nel cerchio (1)?

c. su quali elementi è possibile effettuare il pivot secondo le regole del simplesso (indipendentemente dalle regole anticiclo)?

d. quale sarà il cambio base secondo le regole del simplesso e applicando la regola di Bland? Perché la soluzione di base ottenuta in seguito a questo cambio base è sicuramente degenere?