COMPITO DI MICROECONOMIA
Prof. Michele Moretto
24 Gennaio 2022

N.B. Le spiegazioni richieste o quelle che si ritiene utile dare non devono superare le 10 righe. **Chiarezza e sintesi saranno premiati.**

A) (10 punti) Supponete che la funzione di produzione di un'impresa sia $Q = 50\sqrt{KL}$. Il costo del lavoro è w per unità e il costo del capitale è r per unità.

1. Se il capitale è fisso a $\bar{K}$, quante unità di lavoro impiegherà l'impresa che intende minimizzare i suoi costi nel breve periodo?
2. Se invece il capitale non fosse fisso, quali sarebbero le funzioni di domanda dei fattori per minimizzare i costi?
3. Derivate quindi la funzione di costo di lungo periodo nel caso di $w = 5$ e $r = 20$ e dite se vi sono economie di scale di produzione.
4. Supponete ora che il Governo decida di incentivare l'impiego del lavoro da parte dell'impresa. A questo proposito introduce un sussidio al lavoro pari a $\alpha \in (0, 1)$ per unità di lavoro impiegata e una tassa $\beta \in (0, 1)$ per unità di capitale acquistato. Come cambia la domanda di lavoro dell'impresa?
5. Quale rapporto deve avere α e β affinchè i costi dell'impresa siano sempre gli stessi dopo l'intervento del Governo?

B) (10 punti) Si consideri la seguente matrice che riporta i premi di un gioco tra due imprese A e B, in una industria oligopolista dove le imprese fissano il prezzo: prezzo basso (P.B), prezzo alto (P.A.)

		B: P.B	B: P.A
A	P.B.	0,0	20,-8
	P.A	-8,20	5,5

1. Quali sono gli equilibri di Nash di questo gioco? E se vi sono più equilibri quale sarà il prescelto? perchè?

2. Le imprese hanno strategie dominanti?

3. Se i premi cambiano come nella nuova matrice quali sono i nuovi equilibri di Nash? E se vi sono più equilibri quale sarà il prescelto? perchè?

		B	
		P.B	P.A
A	P.B.	0,0	0,-10
	P.A	-10,0	5,5

C) (10 punti) Consideratre un consumatore che possiede una funzione intertemporale $U(c_1, c_2) = 2c_1 + 3\log c_2$ tra consumo oggi c_1 e consumo domani c_2. Il consumatore possiede un solo reddito pari a I_1 che riceve nel primo periodo.

1. Determinate l'offerta di risparmio in assenza di effetti inflazionisitici assumendo un tesso di interesse generico r.

2. Calcolate l'elasticità del risparmio al variare del tasso di interesse

3. Calcolate l'effetto reddito e l'effetto sostituzione (con il metodo a vostra scelta) se il tasso di interesse aumenta del 10%.

4. Supponete ora che il consumatore ottenga un reddito nel secondo periodo pari a metà di quello del primo periodo. Quanto deve risparmiare per permettersi di consumare la stessa quantità di bene al tempo zero e al tempo uno?

Soluzioni:

A)

1) Poichè in questo caso la produzione Q è data e il capitale pure $\bar{K}$, l'equazione della funzione di produzione è una funzione in una sola variabile, L. Da cui si ottiene

$$L = \frac{Q^2}{2500\bar{K}}$$

Questa è la quantità di lavoro che consente di minimizzare i costi nel breve periodo.

2) Nel caso in cui anche il capitale fosse una variabile di scelta, la condizione di ottimo per minimizzare i costi sarebbe:

$$\begin{aligned} SMST &= \frac{w}{r} \\ Q &= 50\sqrt{KL} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{MP_L}{MP_K} &= \frac{w}{r} \\ Q &= 50\sqrt{KL} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{K}{L} &= \frac{w}{r} \\ Q &= 50\sqrt{KL} \end{aligned}$$

Risolvendo il sistema otteniamo:

$$\begin{aligned} K &= \frac{Q}{50}\sqrt{\frac{w}{r}} \\ L &= \frac{Q}{50}\sqrt{\frac{r}{w}} \end{aligned}$$

3) La funzione di costo risulta essere:

$$\begin{aligned}
C &= wL + rK = w\frac{Q}{50}\sqrt{\frac{r}{w}} + r\frac{Q}{50}\sqrt{\frac{w}{r}} \\
&= \frac{Q}{50}\left[w\sqrt{\frac{r}{w}} + r\sqrt{\frac{w}{r}}\right] \\
&= \frac{Q}{25}r^{1/2}w^{1/2} \\
&= 0.4(Q)
\end{aligned}$$

Poichè il $MC = AC = 0.4$ non vi sono economie di scala.
5) La nuova domanda di lavoro sarà

$$L = \frac{Q}{50}\sqrt{\frac{(1+\beta)r}{(1-\alpha)w}}$$

6) Affinchè il costo per l'impresa non cambi deve essere:

$$\begin{aligned}
\frac{Q}{25}r^{1/2}w^{1/2} &= \frac{Q}{25}][(1+\beta)r]^{1/2}[(1-\alpha)w]^{1/2} \\
&= \frac{Q}{25}](1+\beta)^{1/2}r^{1/2}(1-\alpha)^{1/2}w^{1/2} \\
1 &= (1+\beta)^{1/2}(1-\alpha)^{1/2} \\
1 &= \sqrt{(1+\beta)(1-\alpha)} \\
\beta &= \frac{\alpha}{1-\alpha}
\end{aligned}$$

B)
1) Nash (P.B,P.B)
2) Si (P.B,P.B)
3) due (P.B,P.B), (P.A.,P.A.) Il secondo e Pareto superiore.

C)
1) Il vincolo di bilancio è:

$$c_1 + \frac{1}{1+r}c_2 = I_1$$

Il SMS intertemporale è dato da $\frac{2}{3}c_2$ quindi la condizione di tangenza è:

$$\frac{2}{3}c_2 = 1 + r \quad \rightarrow c_2 = \frac{3}{2}(1+r)$$

sostituendo nel vincolo di bilancio si ottiene

$$c_1 = I_1 - \frac{3}{2}$$

quindi il risparmio

$$s = I_1 - c_1 = \frac{3}{2}$$

2) L'elasticità rispetto al tasso di interesse e nulla

3) Poichè il consumo c_1 non dipende dal tasso di interesse significa che l'effetto reddito e l'effetto sostituzione si elidono perfettamente.

4) Basta porre $c_1 = c_2$ nel vincolo di bilancio:

$$\begin{aligned} c_1 + \frac{1}{1+r}c_1 &= I_1 + \frac{1}{1+r}\frac{1}{2}I_1 \\ c_1\left(1 + \frac{1}{1+r}\right) &= I_1\left(1 + \frac{1}{1+r}\frac{1}{2}\right) \\ c_1 &= \frac{\left(1 + \frac{1}{1+r}\frac{1}{2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{1+r}\right)}I_1 \end{aligned}$$

dove $\frac{\left(1+\frac{1}{1+r}\frac{1}{2}\right)}{\left(1+\frac{1}{1+r}\right)} < 1$ quindi il risparmio sarà

$$\begin{aligned} s &= I_1 - c_1 = \left[1 - \frac{\left(1 + \frac{1}{1+r}\frac{1}{2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{1+r}\right)}\right] I_1 = \left[\frac{\frac{1}{2}\frac{1}{1+r}}{\left(1 + \frac{1}{1+r}\right)}\right] I_1 \\ &= \frac{1}{2(2+r)}I_1 \end{aligned}$$