1 Monopolista

$$RT(Q) = P(Q)Q$$

Il ricavo marginale:

$$\begin{aligned} MR(Q) &= \frac{dRT(Q)}{dQ} = P(Q) + \frac{dP(Q)}{dQ}Q \\ &= P(Q) + \frac{P(Q)}{P(Q)}\frac{dP(Q)}{dQ}Q \\ &= P(Q)\left[1 + \frac{dP(Q)}{dQ}\frac{Q}{P(Q)}\right] \end{aligned}$$

Ma noi sappiamo che

$$\varepsilon(Q) = -\frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q}$$

quindi

$$\begin{aligned} MR(Q) &= P(Q)\left[1 + \frac{dP(Q)}{dQ}\frac{Q}{P(Q)}\right] \\ &= P(Q)\left[1 - \frac{1}{\varepsilon(Q)}\right] \\ &= P(Q)\left[\frac{\varepsilon(Q)-1}{\varepsilon(Q)}\right] < P(Q) \qquad \text{dove } \frac{\varepsilon(Q)-1}{\varepsilon(Q)} < 1 \end{aligned}$$

Il monopolista max il profitto con la soliti regola:

$$\begin{aligned} MR(Q) &= MC(Q) \\ P(Q)\left[\frac{\varepsilon(Q)-1}{\varepsilon(Q)}\right] &= MC(Q) \\ P(Q) &= \left[\frac{\varepsilon(Q)}{\varepsilon(Q)-1}\right]MC(Q) \\ &= (Mark-up)MC(Q) \quad \text{dove } \frac{\varepsilon(Q)}{\varepsilon(Q)-1} > 1 \end{aligned}$$

Esempio : $p(Q) = a - Q, \quad C(Q) = cQ$ con $c > 0$

$$\begin{aligned} P(Q)Q &= aQ - Q^2 \\ MR(Q) &= a - 2Q \\ MC(Q) &= c \end{aligned}$$

Equilibrio

$$\begin{aligned} a - 2Q &= c \\ Q^m &= \frac{a-c}{2} \\ P^m &= \frac{a+c+c-c}{2} = c + \frac{a-c}{2} \end{aligned}$$

2 Monopolista che si comporta come impresa in concorrenza

In questo caso il monopolisita deve operare come se fosse in concorrenza, quindi:

$$P(Q) = MC(Q)$$

Nell'esempio abbiamo:

$$\begin{aligned} a - Q &= c \\ Q^{Con} &= a - c > Q^m \\ P^{Con} &= c < P^m \end{aligned}$$

Inoltre, poichè i costi medi = maginali = c il profitto dell'impresa diventa:

$$\begin{aligned} \pi &= PQ - cQ \\ &= cQ - cQ = 0 \end{aligned}$$

3 Duopolio a la Cournot

$$\begin{aligned} \pi_1(Q) &= p(Q)q_1 - c(q_1) \\ \pi_2(Q) &= p(Q)q_2 - c(q_2) \\ Q &= q_1 + q_2 \end{aligned}$$

Condizione di ottimo:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_1(Q)}{dq_1} &= p'(Q)q_1 + p(Q) - c'(q_1) = 0 \\ \frac{d\pi_2(Q)}{dq_2} &= p'(Q)q_2 + p(Q) - c'(q_2) = 0 \end{aligned}$$

Si ricordi che $c'(q_1) = MC_1(q_1)$, e $c'(q_2) = MC_2(q_2)$, mentre $p'(Q)q_1 + p(Q) = MR_1(Q, q_1)$, $p'(Q)q_2 + p(Q) = MR_2(Q, q_2)$.

Quindi le condizioni di ottimo sono:

$$\begin{aligned} MR_1(Q, q_1) &= MC_1(q_1) \\ MR_2(Q, q_2) &= MC_2(q_2) \end{aligned}$$

Facciamo un caso semplice: $p(Q) = a - Q, \quad C_1(q_1) = cq_1, \;\; C_2(q_2) = cq_2$.

$$\begin{aligned} p(Q)q_1 &= [a - (q_1 + q_2)]q_1 = aq_1 - q_1^2 - q_2q_1 \\ MR_1(Q, q_1) &= a - 2q_1 - q_2 \\ MC_1(q_1) &= c \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
p(Q)q_2 &= [a-(q_1+q_2)]q_2 = aq_2 - q_2^2 - q_1q_2 \\
MR_2(Q,q_2) &= a - 2q_2 - q_1 \\
MC_2(q_2) &= c
\end{aligned}
$$

Sostituendo abbiamo:

$$
\begin{aligned}
a - 2q_1 - q_2 &= c \\
a - 2q_2 - q_1 &= c
\end{aligned}
$$

oppure troviamo le Funzioni di Reazione:

$$
\begin{aligned}
q_1(q_2) &= \frac{a-c}{2} - \frac{1}{2}q_2 \\
q_2(q_1) &= \frac{a-c}{2} - \frac{1}{2}q_1
\end{aligned}
$$

La soluzione è data dall'incontro tra le due funzioni di reazione. Nell'esempio, poichè le due imprese sono simmetriche avremo $q_1 = q_2 = q$

Quindi

$$
\begin{aligned}
q^c &= \frac{a-c}{3} \\
Q^c &= 2\frac{a-c}{3} = \frac{4}{3}\frac{a-c}{2} = \frac{4}{3}Q^m \\
p^c &= \frac{a+2c}{3} = \frac{a+c}{2} + \frac{c-a}{6} = p^m - \frac{a-c}{6}
\end{aligned}
$$

4 Duopolio a la Stackelberg

Impresa 1 LEADER

Impresa 2 FOLLOWER

$$
\begin{aligned}
\pi_1(Q) &= p(q_1 + q_2(q_1))q_1 - cq_1 \\
\pi_2(Q) &= p(q_1 + q_2)q_2 - cq_2 \\
Q &= q_1 + q_2
\end{aligned}
$$

Facendo uso dell'esempio

L'impresa 2, Follower decide di max i profitti prendendo come un dato la produzione dell'impresa 1. Quindi ottiene la funzione:

$$q_2(q_1) = \frac{a-c}{2} - \frac{1}{2}q_1$$

L'impresa 1, conosce che l'imprese 2 userà $q_2(q_1)$ per decidere come produrre, quindi max i sui profitti

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= aq_1 - q_1^2 - [\frac{a-c}{2} - \frac{1}{2}q_1]q_1 - cq_1 \\
&= aq_1 - q_1^2 - \frac{a-c}{2}q_1 + \frac{1}{2}q_1^2 - cq_1 \\
\frac{d\pi_1}{dq_1} &= a - 2q_1 - \frac{a-c}{2} + q_1 - c = 0 \\
&= \frac{a-c}{2} - q_1 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_1^s &= \frac{a-c}{2} \\
q_2^s &= \frac{3}{4}\frac{a-c}{2} \\
Q^s &= \frac{7}{4}\frac{a-c}{2} = Q^m + \frac{3}{4}\frac{a-c}{2} \\
p^s &= a - Q^m - \frac{3}{4}\frac{a-c}{2} = p^m - \frac{3}{4}\frac{a-c}{2}
\end{aligned}$$