

## Compito di Microeconomia

Prof. Michele Moretto

18 Giugno 2019

N.B. Le spiegazioni richieste o quelle che si ritiene utile dare non devono superare le 10 righe.

A) (10 punti) Sia  $U = x_1^{5/3} x_2^{5/2}$  la funzione di utilità di un consumatore. Il suo paniere di dotazioni iniziali dei due beni è  $(\bar{x}_1 = 2, \bar{x}_2 = 3)$ .

1. Si descrivano le caratteristiche generali della funzione di utilità e la differenza che intercorre con la funzione  $V = 10 + \frac{5}{3} \ln x_1 + \frac{5}{2} \ln x_2$ .
2. Si calcoli la pendenza della curva di indifferenza in un punto generico  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$  diverso da  $(\bar{x}_1 = 2, \bar{x}_2 = 3)$ , e si stabilisca se è convesso.
3. Se il prezzo relativo dei due beni è  $\frac{p_1}{p_2}$  si calcoli il paniere ottimale e si dica che tipo di beni sono  $x_1$  e  $x_2$ .
4. Per quale prezzo relativo  $\frac{p_1}{p_2}$  le dotazioni iniziali sono anche il paniere di consumo domandato dal consumatore?

B) (8 punti) Si supponga che il fatturato di un'impresa (al lordo dei salari) sia  $z_1 = 64$  se c'è crisi e  $z_2 = 176$  se l'economia va bene. La probabilità dei due eventi è  $1/2$ . L'unico lavoratore di questa impresa ha funzione di utilità  $u(w) = \sqrt{w}$  dove  $w$  indica il salario. Il profitto dell'impresa è  $\pi = z - w$  e l'impresa è neutrale al rischio.

Si considerino i seguenti contratti di lavoro:

$$C_1 : w = 20 + 0.25z$$

$$C_2 : w = 50$$

1. Calcolate il salario atteso dal lavoratore nei due contratti.
2. Quale contratto preferisce il lavoratore? Giustificate analiticamente la vostra risposta.
3. Qual è il profitto atteso dall'impresa nei due contratti?

4. Quale contratto preferisce l'impresa? Giustificate analiticamente la vostra risposta
5. Se il governo dovesse tener conto dei profitti dell'impresa e dell'utilità del lavoratore (la somma dei due) quale contratto imporrebbe?

C) (6 punti) Le curve di domanda e offerta di un certo mercato sono:

$$Q^D = 10 - 0.5p$$

$$Q^S = \begin{cases} -2 + p & \text{se } p \geq 2 \\ 0 & \text{se } p < 2 \end{cases}$$

Supponete che il Governo introduca un sussidio di 3 Euro per unità.

1. Se il sussidio viene dato al consumatore che acquista il bene, trovate la quantità di equilibrio in questo mercato.
2. Calcolate il prezzo pagato da ogni consumatore e il prezzo incassato da ogni venditore.
3. Calcolate il surplus del consumatore, il surplus del venditore e la spesa dello stato.
4. Spiegate la differenza con il caso in cui il Governo introduca una tassa di 3 Euro sul venditore del bene.

D) (6 punti) Si consideri un'industria formata da due imprese simmetriche che producono un bene omogeneo. La funzione inversa di domanda di mercato è  $p = 4 - Q$  e le funzioni di costo sono  $c_i = 1 + q_i$  con  $i = 1, 2$ . Si calcolino:

1. Le quantità prodotte e i profitti delle due imprese nell'equilibrio di Cournot.
2. Le quantità prodotte e i profitti delle due imprese nel caso entrambe tengano fede ad un accordo collusivo
3. La quantità ottimale per l'impresa 1, quando l'impresa 2 produce la quantità corrispondente all'accordo di collusione
4. In questo ultimo caso il profitto dell'impresa 2 sarebbe negativo, quale sarebbe la quantità minima che garantirebbe all'impresa 2 di non avere mai profitti negativi?

**Soluzioni:**

Esercizio A

1) Banale

2) Potete farlo in molti modi. Per esempio si ricordi che  $dV = \frac{5}{3} \frac{1}{x_1} dx_1 + \frac{5}{2} \frac{1}{x_2} dx_2 = 0 \rightarrow \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{2x_2}{3x_1}$ . Quindi  $\frac{d(\frac{dx_2}{dx_1})}{dx_1} = +\frac{2x_2}{3x_1^2} > 0$ , le curve di indifferenza sono convesse.

3) Dalla 2) si ottiene anche che la condizione di ottimo  $SMS = \frac{p_1}{p_2}$  risulta:

$$\frac{2x_2}{3x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

e che il vincolo di bilancio è

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 2 + p_2 3$$

Mettendo a sistema si ottengono le funzioni di domanda dei beni

$$\begin{aligned} 2p_2 x_2 &= 3p_1 x_1 \\ 4p_1 + 6p_2 - 2p_1 x_1 &= 3p_1 x_1 \\ 5p_1 x_1 &= 4p_1 + 6p_2 \\ x_1 &= \frac{4}{5} + \frac{6}{5} \frac{p_2}{p_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{3p_1}{2p_2} x_1 \\ &= \frac{3p_1}{2p_2} \left( \frac{4}{5} + \frac{6}{5} \frac{p_2}{p_1} \right) \\ &= \frac{9}{5} + \frac{6}{5} \frac{p_1}{p_2} \end{aligned}$$

Beni sostituti (non perfetti).

4) Se  $\frac{p_1}{p_2} = 1$  allora il paniere delle dotazioni è anche quello ottimale.

Esercizio B

1) Il salario atteso:

$$\begin{aligned} C_1 &: E_1(w) = \frac{1}{2}[20 + 0.25(64)] + \frac{1}{2}[20 + 0.25(176)] \\ &= \frac{1}{2}[36] + \frac{1}{2}[64] = 50 \\ C_2 &: E_2(w) = 50 \end{aligned}$$

2) Utilità attesa

$$C_1 : E_1(\sqrt{w}) = \frac{1}{2}\sqrt{[20 + 0.25(64)]} + \frac{1}{2}\sqrt{[20 + 0.25(176)]} = 7$$

$$C_2 : E_2(\sqrt{w}) = \sqrt{50} = 7.07$$

essendo il lavoratore avverso al rischio preferisce sempre il salario certo.

3) Profitto dell'impresa:

$$C_1 : E_1(\pi) = \frac{1}{2}[64 - 36] + \frac{1}{2}[176 - 64] = 70$$

$$C_2 : E_2(\pi) = \frac{1}{2}[64 - 50] + \frac{1}{2}[176 - 50] = 70$$

4) Essendo l'impresa neutrale al rischio è indifferente fra i due contratti

5) A questo punto è facile mostrare che il governo preferisce il secondo contratto:

$$G_1 : E_1(\sqrt{w}) + E_1(\pi) = 7 + 70 = 77$$

$$G_2 : E_2(\sqrt{w}) + E_2(\pi) = 7.07 + 70 = 77.07$$

Esercizio C

1,2) In equilibrio con un sussidio di 3 Euro devono essere soddisfatte le due condizioni:  $Q^D = Q^S$  e  $p^D = p^S - 3$ . La seconda condizione dice che il consumatore in realtà paga un prezzo minore in virtù del sussidio.

$$\begin{aligned} 10 - 0.5p^D &= -2 + p^S \\ p^D &= p^S - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 - 0.5(p^S - 3) &= -2 + p^S \\ p^S &= 9 \\ p^D &= 6 \\ Q^D &= Q^S = 7 \end{aligned}$$

3) Surplus del Consumatore

$$SC = \frac{7(20 - 6)}{2} = \frac{98}{2} = 49$$

Surplus del Produttore

$$SP = \frac{7(9-2)}{2} = 24.5$$

Spesa del Governo per il sussidio

$$G = 7(3) = 21$$

4) Si noti che nel SP il prezzo inserito è 9 in quanto il venditore vende ad un prezzo maggiore perchè sa che il consumatore sarà sussidiato. Se invece venisse tassato il prezzo di vendita sarebbe sempre 9 ma quello che realmente incassa sarebbe 6 in quanto dovrebbe pagare la tassa la Governo. L'equilibrio di mercato non cambierebbe unica differenza è che ora  $G=21$  non è una spesa per il Governo, bensì un gettito fiscale positivo.

Esercizio D

1) In primo luogo la quantità totale prodotta dalle due imprese non deve superare  $Q = 4$ . Le funzioni di profitto delle due imprese sono:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= [4 - q_1 - q_2] q_1 - 1 - q_1 \\ \pi_2 &= [4 - q_1 - q_2] q_2 - 1 - q_2\end{aligned}$$

dalle condizioni del primo ordine le funzioni di reazione sono:

$$\begin{aligned}q_1 &= \frac{3 - q_2}{2} \\ q_2 &= \frac{3 - q_1}{2}\end{aligned}$$

poiche le imprese sono simmetriche  $q_1 = q_2 = q = 1$ , da cui  $p = 2$  e  $\pi = 0$ .

2) Nel caso di collusione le imprese massimizzano il profitto congiunto:

$$\begin{aligned}\pi_1 + \pi_2 &= [4 - q_1 - q_2] q_1 - 1 - q_1 + [4 - q_1 - q_2] q_2 - 1 - q_2 \\ &= [4 - q_1 - q_2] [q_1 + q_2] - 2 - [q_1 + q_2] \\ &= [4 - Q] [Q] - 2 - [Q]\end{aligned}$$

da cui la condizione del primo ordine risulta:

$$4 - 2Q - 1 = 0$$

si ottiene:  $Q = 3/2$  cioè  $q_1 = q_2 = 3/4$ .  $p = 5/2$  e  $\pi_1 = \pi_2 = 1/8$ .

- 3) Nel caso in cui l'impresa 2 produca  $q_2 = 3/4$ . l'impresa 1 massimizza il profitto producendo  $q_1 = \frac{9}{8}$  da cui  $\pi_2 < 0$ .
- 4) Se invece la 2 produce sempre 1, l'impresa uno massimizza:

$$\pi_1 = [4 - q_1 - 1] q_1 - 1 - q_1$$

cioè:

$$q_1 = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

Quindi, l'impresa 2 si garantirebbe profitti MAI negativi se gioca l'equilibrio di Cournot.