COMPITO DI MICROECONOMIA
Prof. Michele Moretto
13 Febbraio 2019

Esercizio 1

(8 punti) La vostra casa rischia di subire un incendio dovuto ad una perdita di gas. La compagnia di assicurazione stima che in caso di incendio la perdita è di circa 300 mila euro e che questa può accadere con probabilità Pr $= 5\%$. La vostra funzione di utilità è $U = \sqrt{W}$dove W indica il valore di mercato della vostra casa.

1) Se supponete che il valore di mercato della vostra casa sia $W = 400$ mila euro, a quanto ammonta la vostra perdita attesa? E la vostra utilità attesa?

2) A quanto ammonta il vostro premio per il rischio?

3) Se la compagnia di assicurazione vi chiede di pagare un premio assicurativo pari alla perdita attesa quanto sarebbe la vostra richiesta di copertura R per accettare di pagare quel premio?

4) Se al contrario foste voi a proporre alla compagnia di pagare un premio assicurativo uguale al premio per il rischio quanto sarebbe la copertura R massima che la compagnia è disposta a darvi?

Esercizio 2

(8 punti) Il PADRE deve decidere se passare oggi del tempo con suo FIGLIO bambino (B) invece di andare allo stadio (S). Il figlio invece deciderà domani quando sarà grande se passare del tempo con il padre anziano (P) oppure andare in discoteca (D).

a) Descrivete il gioco in forma estesa con payoff $BP = (3, 3)$, $BD = (-1, 2)$, $SP = (4, 0)$, $SD = (0, 4)$.

b) Individuate l'equilibrio di Nash perfetto.

c) Se il figlio non avesse senso di gratitudine con payoff $BD = (-1, 5)$ come cambiarebbe l'equilibrio?

d) Poichè i payoff descritti sopra sono le utilità che il PADRE e il FIGLIO ricevono a seconda delle strategie scelte, come cambirebbe l'equilibrio del gioco se il PADRE sapesse che il FIGLIO deciderà se stare con lui oppure andare in discoteca lanciando una monetina?

Esercizio 3

(8 punti) In un mercato concorrenziale operano n imprese tutte uguali. La funzione di produzione di ogni impresa è $y = 2^{1/3} \cdot \left(L^{1/3} K^{2/3}\right)$, dove L è il lavoro e K lo stock di capitale. Il prezzo dei fattori è $w = r = 1$. La funzione di domanda per il prodotto delle imprese è $Y^d = \frac{15}{2} - p$.

1. Calcolate la funzione di costo di lungo periodo di ogni singola impresa.

2. Calcolate la funzione di offerta dell'intera industria e spiegate se è coerente con la funzione di produzione dell'impresa. Suggerimento: se non riesci a risolvere il punto 1., utilizza per i punti 2. e 3. una generica funzione di costo totale $C(y) = c \cdot y$, con $c > 0$.

3. Calcolate l'equilibrio di mercato in questo caso e il profitto delle imprese.

Esercizio 4

(8 punti) Il benessere di un individuo dipende dal consumo di tempo libero t, e dal consumo di un bene primario che chiamiamo x. Le preferenze sui panieri (x, t) sono date dalla funzione di utilità:

$$U = \frac{xt}{x + t}$$

L'individuo può impiegare il tempo giornaliero complessivo T, per lavorare oppure come tempo libero, cioè $T = L + t$, dove L indica le ore lavorate. L'individuo deriva il proprio reddito unicamente della ore di lavoro conun salario orario w, mentre il prezzo unitario del bene x è dato da p.

a) Costruite il vincolo di bilancio dell'individuo.

b) Derivate la funzione di offerta di lavoro.

c) Calcolate la quantità di lavoro offerta se $T = 18$, $w = 64$, $p = 16$

d) Come varia l'offerta di lavoro al variare del salario reale w/p?

e) Infine come variano le ore di lavoro offerte se oltre al reddito da lavoro, l'individuo possiede un reddito da non lavoro $R = 320$?

Soluzioni
Soluzione n.1

1) Il valore atteso della casa (cioè la ricchezza attesa) risulta

$$E(W) = 0.95(400) + 0.05(400 - 300) = 385$$

La perdita attesa è data dal prodotto fra il valore della perdita e la probabilità della perdita stessa: $0.05(300) = 15$

L'utilità attesa è:

$$E(U(W)) = 0.95(400)^{0.5} + 0.05(400 - 300)^{0.5} = 19.5$$

2) Il premio per il rischio è quanto sareste disposti a rinunciare sul valore atteso della casa a favore di una assicurazione per garantirvi di avere con certezza sempre una utilità pari a quella che avreste se non vi assicuraste.

Poichè senza assicurazione la vostra utilità attesa sarebbe di 19.5. Esite una ricchezza certa (cioè un valore ipotetico della vostra casa), che può garantirvi la stessa utilità, questo valore è dato dalla soluzione $(\hat{W})^{0.5} = 19.5$, cioè $\hat{W} = 380.25$. Poichè se non vi assicurate il valore atteso della vostra casa risulta $E(W) = 385$, il vostro premio per il rischio risulta $385 - 380.25 = 4.75$

3) Nel caso la compagnia vi chieda di pagare un premio assicuratvo paria alla perdita attesa la vostra copertura sarebbe completa, quindi $R = 300$. In altre parole voi accettereste una copertura che vi rende indifferenti fra assicuravi e l'utilità che ricevereste con il valore atteso della vostra casa:

$$E[U(assicurazione)] = U(E(W)]$$

$$0.95(400 - 15)^{0.5} + 0.05(400 - 15 - 300 + R)^{0.5} = (385)^{0.5}$$

Solution is: $\{[R = 300.0]\}$

4) Infine se voi foste disposti a pagare solo il premio per il rischio la copertura che vi proporrebbero sarebbre

$$0.95(400 - 4.74)^{0.5} + 0.05(400 - 4.75 - 300 + R)^{0.5} = (385)^{0.5}$$

Solution is: $120.\,44$

Le stesse formule vanno usate anche per il caso in cui si usino le cifre in migliaia di euro, ovviamente con risultati diversi!

Soluzione n.2

a) banale
b) BP
c) SF
d) In questo caso il PADRE deciderebbe oggi in base all'utilità attesa. Per la strategia B la sua utilità attesa è $E(B) = \frac{1}{2}(3) + \frac{1}{2}(-1) = 1$. Nel caso di strategia S la sua utilità attesa è $E(S) = \frac{1}{2}(4) + \frac{1}{2}(0) = 2$. Quindi il Padre sceglierebbe la strategia S.

Soluzione n.3

1) La funzione di costo di lungo periodo deriva dalla minimizzazione dei costi sotto il vincolo del livello di produzione. Il sistema da risolvere è.

$$\begin{aligned} SMST_{KL} &= \frac{1}{2}\frac{K}{L} = \frac{w}{r} = 1 \\ y &= 2^{1/3} \cdot \left(L^{1/3} K^{2/3}\right) \end{aligned}$$

Risolviamo il sistema. La prima equazione è:

$$K = 2L$$

Sostituisco nella seconda e trovo:

$$\begin{aligned} y &= 2^{1/3} \cdot \left(L^{1/3} \cdot L^{2/3} \cdot 2^{2/3}\right) \\ y &= 2L \end{aligned}$$

E quindi le funzioni di domanda dei fattori sono

$$\begin{aligned} L^* &= \frac{y}{2} \\ K^* &= y \end{aligned}$$

Da cui la funzione di costo

$$C(y) = \frac{3}{2}y$$

2) Ricordando che la funzione di offerta dell'impresa è la funzione di costo marginale a partire dal punto di minimo della curva dei costi medi, abbiamo che la funzione di offerta della singola impresa è

$$y = \begin{cases} \infty & \text{se } p \geq \frac{3}{2} \\ 0 & \text{se } p < \frac{3}{2} \end{cases}$$

La funzione di offerta dell'industria sarà:

$$Y^s = \begin{cases} \infty & \text{se } p \geq \frac{3}{2} \\ 0 & \text{se } p < \frac{3}{2} \end{cases}$$

3) L'equilibrio di mercato sarà dato dal prezzo più basso a cui le imprese producono, $p = \frac{3}{2}$. Sostituendo nella funzione di domanda si trova $y = 6$. I profitti delle imprese sono pari a zero in quanto la funzione di costo è lineare con costi marginali e medi costanti:

$$\pi = pY - cY = 6 \cdot \frac{3}{2} - 6 \cdot \frac{3}{2} = 0$$

Soluzione n. 4

a) Il vincolo di bilancio è semplicemente $px = wL$, oppure $px + wt = wT$.

b) Il problema di ottimo del consumatore sarà pertanto

$$\max_{x,t} \frac{xt}{x+t} \qquad \text{s.v } px + wt = wT.$$

se costruiamo la funzione di Lagrange abbiamo

$$L = \frac{xt}{x+t} - \lambda(px + wt - wT)$$

da cui

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{t(x+t) - xt}{(x+t)^2} - \lambda p = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{x(x+t) - xt}{(x+t)^2} - \lambda w = 0$$

che si semplifica ne seguente modo

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{t^2}{(x+t)^2} - \lambda p = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{x^2}{(x+t)^2} - \lambda w = 0$$

Alternativamente possiamo calcolare il SMS:

$$SMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial t}}{\frac{\partial U}{\partial x}} = \frac{\frac{x^2}{(x+t)^2}}{\frac{t^2}{(x+t)^2}} = \frac{x^2}{t^2}$$

La condizione di equilibrio:

$$\frac{x^2}{t^2} = \frac{w}{p}$$
$$x = \sqrt{\frac{w}{p}}t$$

che sostituita nel vincolo permette di ottenere le ore di tempo libero scelte:

$$
\begin{aligned}
px + wt &= wT \\
p\sqrt{\frac{w}{p}}t + wt &= wT \\
t &= \frac{wT}{p\sqrt{\frac{w}{p}} + w} = \frac{wT}{\sqrt{pw} + w} = \frac{T}{\sqrt{\frac{p}{w}} + 1}
\end{aligned}
$$

La funzione di offerta di lavoro risulta

$$L = T - t = T - \frac{T}{\sqrt{\frac{p}{w}} + 1}$$

c) Se $T = 18$, $w = 64$, $p = 16$ abbiamo

$$L = 18 - \frac{18}{\sqrt{\frac{64}{16}} + 1} = 12$$

d) Se varia il salario reale $\frac{w}{p}$ l'offerta di lavoro diminuisce.

e) Se l'individuo possiede un reddito da non lavoro il tempo libero scelto diventa

$$
\begin{aligned}
px + wt &= wT + R \\
p\sqrt{\frac{w}{p}}t + wt &= wT + R \\
t &= \frac{wT + R}{p\sqrt{\frac{w}{p}} + w} = \frac{wT + R}{\sqrt{pw} + w} = \frac{T + \frac{R}{w}}{\sqrt{\frac{p}{w}} + 1}
\end{aligned}
$$

Se $R = 320$, $t = 7.66$ e $L = 10,33$