*COMPITO DI MICROECONOMIA*
Prof. Michele Moretto
23 Gennaio 2019

**Esercizio 1**
(8 punti) Confrontante le funzioni di produzione riportate qui sotto:

1. Supponete che la funzione di produzione di un produttore di cuscinetti a sfere da 30 sfere sia $Q = 4K^{1/2}L^{1/2}$.

   a) Sia il lavoro che il capitale presentano una produttività marginale decrescente (dimostratelo)?

   b) La funzione di produzione presenta un SMST decrescente (dimostratelo)?

2. Supponete al contrario che la funzione di produzione di un produttore di cuscinetti a sfere da 40 sfere sia $Q = 4KL$

   c) Sia il lavoro che il capitale presentano una produttività marginale decrescente (dimostratelo)?

   d) La funzione di produzione presenta un SMST decrescente (dimostratelo)?

3. Lavoro è capitale devono avere una produttivatà marginale decrescente affinchè il SMST sia descrescente (dimostratelo)?

**Esercizio 2**
(8 punti) La funzione di utilità di Mario è $U = x^{1/2}y^{1/2}$ e il suo reddito è $R = 30$. Il prezzo $p_x = 6$ e $p_y = 2$.
a) Qual è il paniere ottimo di Mario?
b) Qual è il nuovo paniere se il prezzo del bene $x$ salisse a $p_x = 10$?
c) Calcolate l'effetto reddito e l'effetto sostituzione rispetto ad entrambi i beni $x$ e $y$ dovuto a questa variazione di prezzo con il metodo di Slutsky.
**Esercizio 3**
(8 punti) Ci sono due sorelle gemelle: Anna e Caterina. Avete preparato per loro una torta per il loro compleanno, ma le due continuano a litigare per accaparrarsi la fetta più grande. Per mettere pace tra loro proponete loro questa regola: "Uno divide la torta l'altro sceglie la fetta". Poi chiedete a Anna di dividere la torta e a Caterina di scegliere la fetta.
a) Illustrate la forma estesa del gioco dove Anna ha due strategie: "Tagliare la torta in Parti Uguali", oppure "Tagliare la torta in Parti Diverse" e

Caterina ha a sua volta due strategie: "Scegliere la Fetta Piccola " oppure "Scegliere la Fetta Grande". Assegnate in modo coerente ad Anna e Caterina una serie di payoff a seconda della grandezza della fetta scelta: Fetta Grande = 3, Fetta Piccola = 1, Fetta Uguale = 2.

b) Calcolate l'equilibrio di Nash perfetto di questo gioco

c) Dopo che avete annunciato la regola Caterina protesta perchè desidera essere lei a tagliare la torta. La lamentela di Caterina è giusta? Spiegate perchè della vostra risposta.

**Esercizio 4**

(8 punti) Il Ministero del Turismo Italiano stima che la domanda di visite guidate al Museo della civiltà Etrusca di Roma sia data da $Q^D = 6000 - 20p$ dove $Q^D$ sono il numero di visite al mese e $p$ il prezzo del biglietto d'entrata comprensivo della visita guidata. La capacità di offrire visite guidate da parte del Museo è espressa dalla seguente funzione di offerta $Q^S = 30p - 2000$.

a) Trovate il prezzo e il numero di visite al mese di equilibrio.

b) Calcolate il surplus del consumatore dei visitatori del Museo.

c) Calcolate il surplus del produttore per il Museo.

d) Supponete che il Ministero decida di incentivare le viste al Museo. Può adottare due alternative: 1) Trasferire direttamente reddito 12000 ai consumatori, oppure 2) sussidiare il biglietto del museo in modo che il prezzo per ogni visita scenda a $p - d$. Quanto deve essere il sussidio $d$ affinchè la spesa del Ministero sia uguale in antrambe le politiche?

**Soluzione n.1**

a) $MP_K = 2\left(\frac{L}{K}\right)^{1/2}$ e $MP_L = 2\left(\frac{K}{L}\right)^{1/2}$ quindi sono decrescenti

b) Il $SMST = \frac{MP_K}{MP_L} = \frac{2\left(\frac{L}{K}\right)^{1/2}}{2\left(\frac{K}{L}\right)^{1/2}} = \frac{K}{L}$ quindi in un grafico K-L poichè all'aumentare di L diminuisce K affinche la produzione rimanga costante si vede subito che $SMST$ è decrescente

c) $MP_K = 4L$ e $MP_L = 4K$ quindi non sono decrescenti bensi costanti al variare dei rispettivi fattori

d) Il $SMST = \frac{MP_K}{MP_L} = \frac{K}{L}$ come punto b)

e) NO, il SMST può essere decrescente anche se le produttività marginali dei fattori non lo sono. Il caso sopra ne è una dimostrazione.

N.B. Stiamo parlando di Funzioni di produzione (cioè di relazioni tecniche tra capitale-lavoro e produzione ), quindi non ha senso parlare e usare trasformazioni monotone della funzione. Per esempio prendiamo la funzione $Q = 4KL$ la produttività marginale del capitale è $MP_K = 4L$ che significa che se tengo fisso il lavoro ed aumento di una unità il capitale la produzione rimane costante. Se avessi preso la trasformata logaritmica $Q = \log 4 + \log K + \log L$, la produttività marginale sarebbe $MP_K = \frac{1}{K}$, da cui vedo che se aumento il capitale di una unità la produzione totale aumenta di 1.

**Soluzione n.2**

a) Al solito il problema può essere impostato come

$$\max\left[\frac{1}{2}\log x + \frac{1}{2}\log y\right] \qquad s.v. \quad 6x + 2y = 30$$

oppure

$$\begin{aligned} SMS &= \frac{\frac{1}{2x}}{\frac{1}{2y}} = \frac{y}{x} = \frac{6}{2} = 3 \\ 6x + 2y &= 30 \end{aligned}$$

la soluzione è $x^* = 2.5, y^* = 7.5$

b) In questo caso il problema diventa

$$\max\left[\frac{1}{2}\log x + \frac{1}{2}\log y\right] \qquad s.v. \quad 10x + 2y = 30$$

oppure

$$\begin{aligned} SMS &= \frac{\frac{1}{2x}}{\frac{1}{2y}} = \frac{y}{x} = \frac{10}{2} = 5 \\ 10x + 2y &= 30 \end{aligned}$$

la soluzione è $x^{**} = \frac{3}{2} = 1.5, y^{**} = \frac{15}{2} = 7.5.$

c) Se il prezzo di $x$ passa a 10, la compensazione di costo che permette di ottenere il paniere iniziale è:

$$10x + 2y = 10(2.5) + 2(7.5) = 40 = R + \Delta R = 30 + 10$$

Poichè la condizione di equilibrio rimane $\frac{y}{x} = 5$, ottengo:

$$\begin{aligned} SMS &= \frac{\frac{1}{2x}}{\frac{1}{2y}} = \frac{y}{x} = \frac{10}{2} = 5 \\ 10x + 2y &= 38 \end{aligned}$$

$x^c = 2, y^c = 10$

Effetto sostituzione

$$\begin{aligned} x^c - x^* &= 2 - 2.5 = -0.5 \\ y^c - y^* &= 10 - 7.5 = 2.5 \end{aligned}$$

Effetto reddito

$$\begin{aligned} x^{**} - x^c &= 1.5 - 2 = -0.5 \\ y^{**} - y^c &= 7.5 - 10 = -2.5 \end{aligned}$$

**Soluzione n.3**

a) .......

b) La soluzione del gioco è (2,2): Anna divide la torta in parti uguali. La ragione sta nel fatto che se la torta venisse tagliata in fette diverse il secondo giocatore sceglierebbe sempre la fetta maggiore. Pertanto il giocatore che parte per primo sa che finirebbe sempre con la fetta più piccola. Da qui la strategia migliore è quella di dividere la torta in parti uguali. Questo è un gioco nel quale vi è un vantaggio per chi muove per secondo.

c) NO, non c'e vantaggio della prima mossa.

**Soluzione n.4**

a) La soluzione di equilibrio si trova risolvendo il sistema:

$$\begin{aligned} Q^S &= Q^D \\ 30p - 2000 &= 6000 - 20p \\ p^* &= 160,\ Q = 2800 \end{aligned}$$

b) Surplus dei consumatori

$$SC = \frac{(300 - 160)x2800}{2} = 196000$$

c) Surplus dei produttori

$$SP = \frac{(160 - 66.67)x2800}{2} = 130662$$

d) Equilibrio con il sussidio:

$$\begin{aligned} Q^S &= Q^D \\ 30p - 2000 &= 6000 - 20(p - d) \\ 50p &= 8000 + 20d \\ p &= 160 + \frac{2}{5}d \\ Q &= 2800 + 12d \end{aligned}$$

il prezzo e la quantità di equilibrio dipendono dal livello di sussidio.

Spesa del Ministero nel primo caso sarà

$$S = dQ = 2800d + 12d^2$$

Nel secondo caso è costante a $S = 12.000$
Quindi, le due spese sono uguali quando:

$$\begin{aligned}
12d^2 + 2800d - 12000 &= 0 \\
d^2 + \frac{700}{3}d - 1000 &= 0 \\
d &= 4.2
\end{aligned}$$