Esercitazione 8

Esercizio 1

I tre membri del consiglio di amministrazione della società ACME devono decidere tra tre distinte alternative che per semplicità denotiamo con le lettere $\{A, B, C\}$. L'alternativa che riceve un numero maggiore di voti è scelta; nel caso ciascuna alternativa riceve un voto, viene scelta l'alternativa votata dal presidente (indicato con il numero 1). I mebri votano sequenzialmente esprimendo ad alta voce la loro preferenza partendo dal presidente e poi in ordine gli altri due componenti, il numero 2 ed il numero 3, rispettivamente. Ciascun membro dunque osserva cosa hanno votato i precedenti. Supponete che le preferenze dei componenti siano le seguenti (e siano note a tutti):

$$\begin{aligned} &u_1(A) > u_1(B) > u_1(C); \\ &u_2(C) > u_2(A) > u_2(B); \\ &u_3(B) > u_3(C) > u_3(A). \end{aligned}$$

Quale alternativa verrà scelta? I votanti voteranno sinceramente (ossia ciascuno l'alternativa effettivamente preferita)=?

Soluzione

Per induzione a ritroso. Consideriamo la decisione del terzo votante. Il suo voto è rilevante solo se i primi due hanno votato alternative diverse. In questo caso se qualcuno ha già votato B,anche lui voterà B e la otterrà; altrimenti se il presidente ha votato A ed il secondo C preferisce votare C,perchè se vota diversamente viene scelta A.

Il secondo votante prevede dunque che se il primo ha votato A, votando C otterrà che venga scelta questa alternativa, mentre se il primo ha votato B il suo voto sarà ininfluente (dato che il terzo vogerà B). Dunque anche in questo caso votare C è risposta ottima. Il primo votante sa che se vota A verrà alla fine scelta C che è la sua alternativa peggiore, per cui vota B e questa sarà l'alternativa scelta.

Esercizio 2

Due individui devono dividersi un ammontare monetario pari a 100. Una proposta (a_1, a_2) è una divisione dell'ammontare in due numeri interi tale per cui l'individuo $i = 1, 2$, ottenga un ammontare a_i con $a_i \in [0, 100]$, e l'ovvio vincolo che $a_1 + a_2 \leq 100$. Supponete che l'utilità per ciascun agente sia rappresentata nella seguente maniera $u_i = a_i$. L'individuo 1 fa una proposta e l'individuo 2 può accettare o rifiutare. Se l'individuo 2 accetta ciascuno riceve la sua parte come proposto dall'individuo 1; se l'individuo 2 rifiuta la proposta allora potrà egli fare una proposta, ma l'ammontare da dividere è a questo punto pari a 80. Se l'individuo 1 rifiuta la proposta ciascun individuo riceve un ammontare pari a 30, mentre se accetta, ciascun riceve la sua parte come proposto dall'individuo 2.

Trovate (l'unico) equilibrio di Nash che soddisfa il criterio di induzione a ritroso.

Soluzione

Considerate l'ultimo stadio del gioco, quando l'individuo 2 fa la proposta: l'individuo 1 accetta ogni proposta che gli da almeno 30 e rifiuta tutte le proposte in cui riceve meno di 30. La migliore proposta per l'individuo 2 è 50 per se stesso e 30 per l'individuo 1. Ora l'individuo 2 nel primo stadio rifiuta qualsiasi proposta che gli da meno di 50 e accetta tutte le altre. La migliore proposta per l'individuo 1 è dividere 50 e 50, ossia in parti uguali.

Esercizio 3

Cinque pirati devono spartirsi un bottino di 100 ducati d'oro. Inizialmente tutti i pirati hanno diritto alla spartizione. Ciascun pirata fa una proposta di divisione in base all'anzianità e per semplicità assumiamo che i pirati possano essere così ordinati: 1,2,3,4,5. Se almeno il 50% dei pirati (ossia 3 pirati su 5 inizialmente) accetta la proposta del primo pirata, essa è approvata, altimenti il primo pirata è gettato in mare e il secondo in ordine di anzianità propone una spartizione che deve essere approvata almeno dal 50% dei quattro pirati rimasti (ossia due pirati su quattro). Se nemmeno la seconda proposta è approvata si continua nell'ordine stabilito con le stesse regole di voto. Supponete che l'unità minima sia il ducato (ossia non si può offrire un numero non intero) e che se indifferente tra accettare e rifiutare una proposta, un pirata rifiuti.

Soluzione (presumibilmente questo lo risolvo in aula a lezione. Ti saprò dire)

Induzione a ritroso. Se rimangono solo il pirata 4 e 5, il pirata 4 ottiene tutto propendo 100 per se e nulla per il pirata 5. Anticipando questo il pirata 3 può offrire al pirata 5 un solo ducato per avere il suo voto (il pirata 5 sa che se rifiuta otterrà zero), e quindi 0 al pirata 4. Il pirata due può proporre dunque 99 per se e un ducato per il pirata 4. Dunque i pirati 3 e 5 sanno che se rifiutano la proposta del pirata 1 otterranno zero. Il primo pirata propone (98,0,1,0,1) e il pirata 3 e 5 votano a favore.

Esercizio 4

Pepsi deve decidere se entrare o meno in un mercato dove fino ad ora opera solo Coca-Cola. In caso di entrata entrambe le compagnie decidono se iniziare un'aggressiva campagna pubblicitaria (strategia S) o una meno aggressiva (D). Se Pepsi entra e gioca D,allora ottiene un profitto pari a 3,indipendentemente da quello che gioca Coca-Cola. Pepsi ottiene un profitto pari a 2 se entra ed entrambe giocano S o ottiene 4 se gioca S e Coca-Cola gioca D. Se Pepsi entra, Coca-Cola ottiene 3 se gioca S e 5 se gioca D. Se Pepsi non entra, allora Coca-Cola ottiene 3.5 e Pepsi zero.

lllustrate il gioco informa estesa e risolvetelo.

Soluzione

Fare il grafico. Il nodo inziale è Pepsi che ha due azioni (E (entrare) oppure NE (non entrare). Da ciascuna di queste azione parte il nodo decisione di CocaCola che gioca S oppure D. e da questi i nodi decisionali di Pepsi con le azioni D e S. Scrivete i payoff relativi per ogni nodo finale e risolvete il gioco per induzione a ritroso.

Esercizio 5

Consideriamo un mercato con tre imprese che producono un prodotto omogeneo con costi marginali rispettivamente pari a $c_1 = 2$, $c_2 = 4$, $c_3 = 6$. La domanda di mercato è pari a $Q = 10 - p$.

1) Quale è l'equilibrio di mercato quando le imprese competono simultaneamente nei prezzi?

(2) Supponete ora che l'impresa 3 (quella con i costi marginali più elevati) operi già nel mercato mentre le altre due imprese se decidono di entrare devono pagare un costo irrecuperabile pari rispettivamente a $F_1 = 13$ e $F_2 = 7$.

Considerate un gioco a due stadi nel quale nel primo stadio l'impresa 1 e 2 decidono sequenzialmente se entrare nel mercato, prima l'impresa 1 e poi l'impresa 2. Nel secondo stadio, tutte le imprese che sono attive (ossia l'impresa 3 e le imprese che sono eventualmente entrate), competono simultaneamente nei prezzi (a la Bertrand).

(a) Quale è l'equilibrio perfetto nei sottogiochi di questo gioco? Descrivete strategie di ciascuna impresa e prezzo di equilibrio

(b) Cambia la vostra risposta se prima decide l'impresa 2 e poi l'impresa 1 se entrare o no nel mercato?

Soluzione

(1) il prezzo è di equilibrio è 4 (4-ε se volete) e produce solo l'impresa 1. L'impresa 2 è disposta a vendere qualsiasi quantità ad un prezzo uguale o superiore a 4 (e l'impresa 3 ad ogni prezzo uguale o superiore a 6). La quantità prodotta dall'impresa 1 è pari a 6, i profitti pari a $(4 - 2) \times 6 = 12$.

(2) Supponete che l'impresa 1 sia entrata nel mercato. Se l'impresa 2 entra successivamente sa che non venderà perchè il prezzo di equilibrio sarà uguale o inferiore ai suoi costi marginali per cui deve sopportare un costo fisso irrecuperabile e zero ricavi. Dunque l'impresa 2 non entra se entra l'impresa 1. Se l'impresa 1 non entra l'impresa 2 entra perchè venderà ad un prezzo pari a 6 ed i suoi profitti attesi sono $(6 - 2) \times 4 - 7 = 9$.

Se l'impresa 1 decide di entrare anticipa correttamente che l'impresa 2 non entrerà nel mercato. Il prezzo di equilibrio sarà dunque 6,la quantità pari a 4 e i profitti pari a $(6-2) \times 4 - 13 = 3$. Poichè i profitti attesi sono positivi entrerà nel mercato. L'equilibrio è quindi che l'impresa 1 entra, l'impresa 2 entra se e solo se l'impresa 1 non è entrata e il prezzo di equilibrio sarà 6.

(3) Se invece l'impresa 2 decide per prima notate che se l'impresa 1 decide di entrare successivamente potrà vendere ad un prezzo pari al massimo a 4 (ovvero il costo marginale dell'impresa 2). In questo caso i profitti dell'impresa 1 sarebbero pari a $(4 - 2) \times 6 - 13 = -1 < 0$. L'equilibrio è quindi diverso ed è tale che l'impresa 2 entra, l'impresa 1 entra se e solo se l'impresa 2 non è entrata, ed il prezzo di equilibrio sarà come prima uguale a 6.

Questo esercizio mostra che in mercato l'impresa più efficiente tra quelle operanti, è quella che produce, ma non necessariamente la più efficiente tra le imprese che *potenzialmente* potrebbero operare, proprio per la presenza di barriere all'entrata,come costi di entrata irrecuperabili (notate che questa è una violazione di un equilibrio di lungo periodo per un mercato perfettamente concorrenziale proprio perchè richiede libertà di entrata e di uscita. Se vi sono costi di entrata il mercato non sarà perfettamente concorrenziale).