

## Esercitazione 7

### Esercizio 1

Risolvete il seguente gioco in forma normale spiegando quale concetto di soluzione avete adottato

	<i>L</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>R</i>
<i>U</i>	6, 4	4, 7	2, 8	-2, -2
<i>M</i>	3, 2	5, 5	4, 4	0, 1
<i>D</i>	2, 4	4, 5	1, 2	12, 2
<i>X</i>	2, 1	2, 3	3, 2	2, 7
<i>Z</i>	0, 4	2, 6	5, 5	1, 1

### Soluzione

Applichiamo l'eliminazione iterata delle strategie dominate  
cancelliamo *L* dominata da *C*  
cancelliamo *U* dominata da *M*  
cancelliamo *F* dominata da *C*  
cancelliamo *X* and *Z* dominata da *M*  
cancelliamo *R* dominata da *C*  
soluzione (*M*, *C*)

### Esercizio 2

Risolvete il seguente gioco in forma normale spiegando quale concetto di soluzione avete adottato

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
$\alpha$	4, 6	-2, 2	1, 3	4, 5
$\beta$	2, 0	1, 1	0, -2	2, 2
$\gamma$	3, 3	2, 1	6, 2	4, 2
$\delta$	2, 1	5, 0	2, 4	1, 7

### Soluzione

Applichiamo l'eliminazione iterata delle strategie dominate  
1) riga  $\beta$  è dominata dalla riga  $\gamma$  (cancelliamo  $\beta$ )  
2) colonna *B* è dominata da *A* (cancelliamo *B*)  
3) riga  $\delta$  è dominata da  $\gamma$  (cancelliamo  $\delta$ )  
4) colonne *C* e *D* sono dominate da *A*  
La soluzione è ( $\alpha$ , *A*)

### Esercizio 3

Risolvete il seguente gioco in forma normale spiegando quale concetto di soluzione avete adottato

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>F</i>	2,3	6,6	5,8	4,1
<i>G</i>	9,4	4,5	3,5	2,1
<i>H</i>	9,2	5,9	4,7	3,5
<i>I</i>	3,1	3,3	3,0	6,2

### Soluzione

Applichiamo l'eliminazione iterata delle strategie dominate

- 1) colonna *d* è dominata dalla riga *b* (cancelliamo *d*)
- 2) riga *I* è dominata da *H* (cancelliamo *I*)
- 3) colonna *a* è dominata da *c* (cancelliamo *a*)
- 4) righe *G* e *H* sono dominate da *F*

La soluzione è (*F*, *c*)

### Esercizio 4

Considerate due imprese che producono ciascuna un prodotto differenziato (non omogeneo!) e competono in quantità. L'impresa 1 produce limonata e l'impresa 2 aranciata. Le imprese decidono simultaneamente quale quantità produrre.. Le curve di domanda per ciascuna impresa sono rispettivamente per l'impresa 1 e 2 le seguenti

$$p_1 = 30 - q_1 - \frac{1}{3}q_2$$

$$p_2 = 42 - q_2 - q_1$$

Il costo marginale per l'impresa 1 è costante e pari a 2, mentre per l'impresa 2 è costante e pari a 6.

- 1) Calcolate le curve di reazione di ciascuna impresa.
- 2) Calcolate le quantità che ciascuna impresa produce, il prezzo di entrambi i beni e i profitti di entrambe le imprese.

### Risposta

Impresa 1

$$(30 - q_1 - \frac{1}{3}q_2)q_1 - 2q_1$$

FOC

$$30 - 2q_1 - \frac{1}{3}q_2 - 2 = 0$$

$$q_1 = \frac{28 - \frac{1}{3}q_2}{2} \text{ curva di reazione impresa 1}$$

Impresa 2

$$(42 - q_2 - q_1)q_2 - 6q_2$$

FOC

$$42 - 2q_2 - q_1 - 6 = 0$$

$$q_2 = \frac{36 - q_1}{2} \text{ curva di reazione impresa 1}$$

Risolvendo simultaneamente

$$q_1 = \frac{28 - \frac{1}{3}(\frac{36 - q_1}{2})}{2}, \text{ Soluzione è: } q_1 = 12$$

$$q_2 = \frac{36 - 12}{2} = 12$$

$$p_1 = 30 - 12 - \frac{1}{3}(12) = 14$$

$$p_2 = 42 - 12 - 12 = 18$$

I profitti sono facilmente calcolabili date le soluzioni trovate.

### Esercizio 5

In un mercato operano 3 imprese identiche che producono un prodotto omogeneo. La domanda di mercato è  $p = 1 - Q$  con  $Q = q_1 + q_2 + q_3$ . I costi marginali pari a zero

a) Trovate l'equilibrio di Nash-Cournot di questo gioco (le imprese decidono simultaneamente le quantità che producono)

b) Supponete due imprese si fondono (e dunque c'è un duopolio nel mercato), calcolate i profitti della joint-venture e controllate se i profitti sono maggiori o minori della somma dei profitti delle due imprese che si sono fuse nel caso (a). Come cambiano i profitti della terza impresa? Sapete spiegare il perché di quello che avete osservato?

### Risposta

$$a) \max_{q_i} (1 - q_i - \sum_{j \neq i} q_j) q_i$$

$$(1 - q_i - \sum_{j \neq i} q_j - q_i = 0$$

$$q_i = \frac{1 - \sum_{j \neq i} q_j}{2}$$

In equilibrio le imprese producono la stessa quantità per cui posso sostituire

$$q_i = \frac{1 - 2q_i}{2} \text{ ovvero } 4q_i = 1 \text{ e dunque } q_i = \frac{1}{4} \text{ e } p = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

$$b) q_i = \frac{1 - q_i}{2} \text{ e dunque } q_i = \frac{1}{3} \text{ e } p = \frac{1}{3}.$$

a)  $q_i = \frac{1}{4}$ ,  $p = \frac{1}{4}$  b)  $q_{12} = \frac{1}{3}$ ,  $p = \frac{1}{3}$ . Prima i profitti delle tre imprese erano  $\pi_i = \frac{1}{16}$ , quindi la somma dei profitti delle imprese 1 e 2 era uguale a  $\pi_1 + \pi_2 = \frac{1}{8}$ ; dopo la fusione i profitti delle due imprese rimaste sono pari a:  $\pi_{12} = \frac{1}{9}$  e  $\pi_3 = \frac{1}{9}$ . L'equilibrio di Cournot varia al numero di imprese. Con due imprese il profitto totale della singola impresa e dell'intera industria è maggiore. D'altra parte, con la fusione delle imprese 1 e 2, l'impresa 3 guadagna quote di mercato, mentre la nuova joint-venture perde quote di mercato rispetto all'equilibrio precedente.

### Esercizio 6

Considerate un mercato regolato dove le imprese competono esclusivamente in pubblicità, ossia in quanto spendono in pubblicità. La dimensione del mercato è pari a  $S$ . Ciascuna impresa prima decide se entrare o meno nel mercato e nel caso di entrata paga un costo fisso irrecuperabile pari a  $F$ . Tutte le imprese che hanno deciso di entrare, decidono simultaneamente quanto spendere in pubblicità. Se un'impresa  $i$  spende  $a_i$  la sua quota di mercato sarà  $\frac{a_i}{A}$  dove  $A = \sum_{i=1}^n a_i$ , ossia il totale di quanto è stato speso in pubblicità da tutte le imprese. I profitti di un'impresa che entra e spende  $a_i$  sono pari a  $\pi_i = \frac{a_i}{A} S - F - a_i$ .

1. Supponete che siano entrate  $n$  imprese identiche e trovate l'equilibrio di Nash del gioco simultaneo, ossia quanto spendono in pubblicità in equilibrio le imprese una volta che hanno deciso di entrare. Siccome le imprese sono identiche cerchiamo l'equilibrio simmetrico, ovvero nel quale tutte le imprese decidono di spendere la stessa quantità in equilibrio.
2. Supponete che ci sia entrata libera nel mercato. Quante imprese entrano nel mercato nel lungo periodo quando i profitti sono pari a zero?

### Risposta

1. Calcoliamo quale è la risposta ottima di ciascuna impresa, dato l'ammontare speso dalle altre, ricordando che i costi fissi di entrata sono irrecuperabili e dunque non sono rilevanti per questa scelta! Dunque la quantità che massimizza il profitto dell'impresa  $i$ -esima si trova come al solito calcolando la condizione del primo ordine. Ricordiamoci che  $A = a_i + \sum_{j \neq i} a_j$

$$\max_{a_i} \frac{a_i}{a_i + \sum_{j \neq i} a_j} S - a_i.$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial a_i} = \frac{A - a_i}{A^2} S - 1 = 0 \Rightarrow a_i = \frac{AS - A^2}{S}.$$

Siccome l'equilibrio è simmetrico  $A = na^*$  dove appunto  $a^*$  è la quantità ottimale per ciascuna impresa. Dunque le  $a^* = \frac{na^*(S-na^*)}{S}$  ossia dividendo per  $a^*$  otteniamo  $1 = \frac{n(S-na^*)}{S}$  da cui  $S(n-1) = n^2a^*$  e dunque  $a^* = \frac{S(n-1)}{n^2}$  e quindi  $\pi_i = \frac{S}{n} - F - \frac{S(n-1)}{n^2} = \frac{S}{n^2} - F$

1. Data la condizione di zero profitto, il numero di imprese che entra nel mercato è appunto dato dalla condizione  $\frac{S}{n^2} - F = 0$ , ossia  $n = \sqrt{\frac{S}{F}}$

### Esercizio 7

Considerate un mercato con tre imprese che producono un bene omogeneo e hanno costi marginali rispettivamente pari a  $c_1 = 3$ ,  $c_2 = 4$ ,  $c_3 = 5$ . La domanda di mercato è pari a  $Q = 10 - p$ .

- 1) Calcolate l'equilibrio di Nash quando le imprese competono simultaneamente nei prezzi (a la Bertrand)

### Risposta

- 1) Il prezzo di mercato è  $p = 4 - \varepsilon$ , l'impresa 1 vende a questo prezzo e l'impresa 2 è pronta a vendere ad ogni prezzo uguale o superiore a 4. La quantità venduta dall'impresa 1 (l'unica impresa attiva) è  $Q = q_1 \approx 6$