Esercitazione 5

Esercizio 1

Si consideri un mercato concorrenziale in cui operano n imprese identiche, ognuna caratterizzata d una funzione di costo totale $C(q) = 50 + \frac{q^2}{2}$, dove q è la quantità prodotta da ciascuna impresa. La domanda di mercato è data da $p = 30 - \frac{Q}{100}$ dove Q è la quantità complessiva domandata.

(a) Calcolate la curva di offerta di ciascuna impresa.

(b) Supponete che vi siano barriere all'entrata e che nel mercato operino $n = 100$ imprese. Derivate l'offerta di mercato, prezzo e quantità di equilibrio di breve periodo, nonchè i profitti di ciascuna impresa

(c) Calcolate l'equilibrio di lungo periodo, specificando prezzo, quantità prodotta, numero di imprese che vi operano e profitti di ciascuna impresa.

Soluzione

(a) Curva di offerta $MC = q$ per ogni prezzo tale per cui il costo marginale è superiore al costo medio. Dunque

$AC(q) = \frac{50}{q} + \frac{q}{2}$ da cui

$\frac{50}{q} + \frac{q}{2} = q$, da cui l'impresa produce per $p \geq 10$

(b) $Q = nq$ da cui $Q = 100p$ e offerta di mercato $p = \frac{Q}{100}$. Equilibrio $\frac{Q}{100} = 30 - \frac{Q}{100}$ e dunque $Q = 1500$ e $p = 15$

(c) $q = 15$, $\pi = 15(15) - 50 - \frac{225}{2} = 62.5$

(d) $p = 10$ e $q = 10$. $Q = 2000$, da cui $n = 200$ e $\pi = 0$.

Esercizio 2

Si consideri un mercato concorrenziale nel quale operano n imprese identiche caratterizzate dalla seguente funzione di costo totale di breve e lungo periodo pari a $C(q) = 32 + \frac{q^2}{2}$per ogni $q > 0$ e $C(q) = 0$ per $q = 0$.La domanda di mercato è pari a $p = 20 - \frac{Q}{100}$

(a) Si derivi la curva di offerta di breve e lungo periodo della singola impresa

(b) si ipotizzi che nel breve periodo vi siano $n = 100$ imprese. Derivate l'offerta di mercato, prezzo e quantità di equilibrio di breve periodo, nonchè i profitti di ciascuna impresa

(c) Calcolate l'equilibrio di lungo periodo, specificando, prezzo, quantità prodotta, numero di imprese operanti, e profitti di ciascuna impresa.

Soluzione

(a) Curva di offerta $MC = q$ per ogni prezzo tale per cui il costo marginale è superiore al costo medio. Dunque

$AC(q) = \frac{32}{q} + \frac{q}{2}$ da cui

$\frac{32}{q} + \frac{q}{2} = q$, da cui l'impresa produce per $p \geq 8$

(b) $Q = nq$ da cui $Q = 100p$ e offerta di mercato $p = \frac{Q}{100}$. Equilibrio $\frac{Q}{100} = 20 - \frac{Q}{100}$ e dunque $Q = 1000$ e $p = 10$. Il profitto è pari a $\pi = 10(10) - 32 - 50 = 18$.

(c) $p = 8$ e $q = 8$. $Q = 1200$, da cui $n = 150$ e $\pi = 0$.

Esericizio 3

La funzione di domanda di caviale è $p = 300 - Q$,mentre la curva di offerta del mercato è pari a $p = 60 + 2Q$.

(a) Si calcolino prezzo e quantità di equilibrio,

(b) Supponete che venga imposta una tassa $T = 30$ per ogni confezione di caviale: come cambia l'equilibrio?

(c) Di quanto si riduce il surplus del consumatore? Di quanto si riduce il surplus del produttore?

(d) A quanto ammonta il gettito fiscale e la perdità netta per la collettività

Soluzione

(a) $P = 220$, $Q = 80$

(b) $P = 230$, $Q = 70$

(c) Surplus del consumatore, 3200-2450=750. Surplus del produttore $6400 - 4900 = 1500$

(d) Gettito fiscale 2100, Perdita netta $-2250 + 2100 = -150$.

Esercizio 4

SI consideri un mercato caratterizzato dalle seguenti funzioni di domanda ed offerta: $p_d = 12 - q_d$ e $p_s = 4 + q_s$. Il governo impone una tassa sulla quantità $t = 2$, ossia al prezzo per ogni quantità acquisita si dovrà aggiungere la tassa, $p'_d = p_d + 2$.

(a) Calcolate il ricavo totale dei produttori prima della tassa e dopo la tassa

(b) Calcolate la spesa totale dei consumatori dopo l'imposizione della tassa

(c) Calcolate la perdita netta per la collettività

Soluzione

(a)Prima dell'imposizione della tassa il ricavo totale dei produttore è uguale a 32, dopo l'imposizione della tassa il ricavo è pari 21

(b) La spesa totale dei consumatori (compresiva della tassa) è uguale a 27.

(c) L'imposizione della tassa determina una perdita netta per la collettività pari a 1.

Esercizio 5

Si consideri un mercato concorrenziale nel quale la domanda è descritta dalla funzione $p = 120 - Q$ e l'offerta da $p = 40 + Q$.

(a) Si determini l'equilibrio di mercato

(b) A quanto ammonta il surplus netto della collettività

(c) Si supponga che nel mercato venga imposto un prezzo massimo pari a $\bar{p} = 60$. Come cambia l'equilibrio del mercato? Come varia il benessere dei consumatori, delle imprese e della collettività.

Soluzioni

(a) $Q = 40$ e $p = 80$

(b) Il surplus dei consumatori è pari a 800 mentre quelli delle imprese è 800. Il surplus della collettività è la somma (1600)

(c) L'introduzione del prezzo massimo aumenta il surplus del consumatore a 1000, mentre quel delle imprese diminuisce a 200. La somma dei due sarà pari a 1200 (con una perdita per la collettività pari a 400).

Esercizio 6

Due individui (A e B) sono caratterizzati dalle seguenti funzioni di utilità: individuo A ha una funzione di utilità $U_A(X,Y) = X^{\alpha}Y^{1-\alpha}$ e l'individuo B pari a $U_B(X,Y) = \gamma X + \beta Y$.

Determinate la forma della curva dei contratti, in una situazione di puro scambio tra i due individui.

Soluzione

La curva dei contratti è una retta. E' infatti necessario individuare le coppie di panieri in corrispondenza delle quali il saggio marginale di sostituzione è uguale per entrambi gli individui:
$\frac{\frac{\partial U_A}{\partial X}}{\frac{\partial U_A}{\partial Y}} = \frac{\alpha Y}{(1-\alpha)X}$ mentre $\frac{\frac{\partial U_B}{\partial X}}{\frac{\partial U_B}{\partial Y}} = \frac{\gamma}{\beta}$. Dunque $\frac{\alpha Y_A}{(1-\alpha)X_A} = \frac{\gamma}{\beta}$ ossia $Y = \frac{\gamma(1-\alpha)X}{\beta\alpha}$.

Esercizio 7

Considerate due individui (A e B) che hanno la stessa funzione di utilità $U_i(X,Y) = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$ con $i \in \{A, B\}$ e che hanno dotazioni iniziali rispettivamente pari a $X_A = 25$ e $Y_A = 75$ e $X_B = 25$ e $Y_A = 25$. Stabilite se la configurazione tale per cui $p_X = p_Y = 1$ e l'allocazione $X_A^* = X_B^* = Y_A^* = Y_B^* = 50$ sia configurazione di equilibrio in una situazione di puro scambio tra i due individui descritti.

Soluzione

E' necessario verificare che valgano tre condizioni. In primo luogo, bisogna accertare che i vincoli di bilancio dei due individui siano rispettati. Per l'individuo A, il vincolo di bilancio è

$p_X X_A^* + p_Y Y_A^* = 25p_X + 75p_Y$
$p_X X_B^* + p_Y Y_B^* = 75p_X + 25p_Y$

Sostituendo $p_X = p_Y = 1$ si vede immediatamente che i vincoli di bilancio sono soddisfatti. In secondo luogo, occorre verificare che la domanda eguagli l'offerta. Questa verifica è immediata, perchè nelle ipotesi fatte l'individuo A offre 25 unità del bene Y mentre l'individuo B ne domanda esattamente 25. Si può verificare che lo stesso avviene per il bene X. La terza condizione richiede che la coppia di panieri ipotizzata sia ottimale per ciascuno degli individui e che si trovi sulla curva dei contratti. L'alocazione è ottimale se in corrispondenza di quel paniere il saggio marginale di sostituzione eguaglia il rapporto tra i prezzi, il che si verifica facilmente:
$\frac{\frac{\partial U_A(X_A^*, X_B^*)}{\partial X}}{\frac{\partial U_A(X_A^*, X_B^*)}{\partial Y}} = \frac{\frac{1}{2}X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{X_A^*}{Y_A^*} = \frac{50}{50} = 1$

Lo stesso vale chiaramente per l'individuo B per cui $SMS_A = \frac{P_X}{P_Y} = SMS_B$.

Esercizio 6

Due individui (A e B) sono caratterizzati dalle seguenti funzioni di utilità: individuo A ha una funzione di utilità $U_A(X,Y) = X^{\alpha}Y^{1-\alpha}$ e l'individuo B pari a $U_B(X,Y) = \gamma X + \beta Y$.

Determinate la forma della curva dei contratti, in una situazione di puro scambio tra i due individui.

Soluzione

La curva dei contratti è una retta. E' infatti necessario individuare le coppie di panieri in corrispondenza delle quali il saggio marginale di sostituzione è uguale per entrambi gli individui:
$\frac{\frac{\partial U_A}{\partial X}}{\frac{\partial U_A}{\partial Y}} = \frac{\alpha Y}{(1-\alpha)X}$ mentre $\frac{\frac{\partial U_B}{\partial X}}{\frac{\partial U_B}{\partial Y}} = \frac{\gamma}{\beta}$. Dunque $\frac{\alpha Y_A}{(1-\alpha)X_A} = \frac{\gamma}{\beta}$ ossia $Y = \frac{\gamma(1-\alpha)X}{\beta\alpha}$.

Esercizio 7

Considerate due individui (A e B) che hanno la stessa funzione di utilità $U_i(X,Y) = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$ con $i \in \{A,B\}$ e che hanno dotazioni iniziali rispettivamente pari a $X_A = 25$ e $Y_A = 75$ e $X_B = 25$ e $Y_A = 25$. Stabilite se la configurazione tale per cui $p_X = p_Y = 1$ e l'allocazione $X_A^* = X_B^* = Y_A^* = Y_B^* = 50$ sia configurazione di equilibrio in una situazione di puro scambio tra i due individui descritti.

Soluzione

E' necessario verificare che valgano tre condizioni. In primo luogo, bisogna accertare che i vincoli di bilancio dei due individui siano rispettati. Per l'individuo A, il vincolo di bilancio è

$p_X X_A^* + p_Y Y_A^* = 25p_X + 75p_Y$

$p_X X_B^* + p_Y Y_B^* = 75p_X + 25p_Y$

Sostituendo $p_X = p_Y = 1$ si vede immediatamente che i vincoli di bilancio sono soddisfatti. In secondo luogo, occorre verificare che la domanda eguagli l'offerta. Questa verifica è immediata, perchè nelle ipotesi fatte l'individuo A offre 25 unità del bene Y mentre l'individuo B ne domanda esattamente 25. Si può verificare che lo stesso avviene per il bene X. La terza condizione richiede che la coppia di panieri ipotizzata sia ottimale per ciascuno degli individui e che si trovi sulla curva dei contratti. L'alocazione è ottimale se in corrispondenza di quel paniere il saggio marginale di sostituzione eguaglia il rapporto tra i prezzi, il che si verifica facilmente:

$$\frac{\frac{\partial U_A(X_A^*,X_B^*)}{\partial X}}{\frac{\partial U_A(X_A^*,X_B^*)}{\partial Y}} = \frac{\frac{1}{2}X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{X_A^*}{Y_A^*} = \frac{50}{50} = 1$$

Lo stesso vale chiaramente per l'individuo B per cui $SMS_A = \frac{P_X}{P_Y} = SMS_B$.