ESERCITAZIONI ECONOMIA POLITICA I - 3

1. Produzione

1.1. **Esercizio 1.** Data la funzione di costo totale $C(y) = y^{1/2}$, si calcoli il costo medio e quello marginale, e si verifichi cosa accade quando la quantità prodotta tende all'infinito. Per qualsiasi quantità finita, quale relazione esiste tra costo medio e costo marginale?

Costo medio:

$$AC = \frac{y^{1/2}}{y} = y^{-1/2} = \frac{1}{y^{-1/2}}$$

Costo marginale:

$$MC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y^{1/2}}$$

Sia il costo medio che il costo marginale tendono a zero per y che tende all'infinito. Ciò significa che il costo marginale sarà sempre inferiore del costo medio.

1.2. **Esercizio 2.** La funzione di costo associata ad una tecnologia Cobb-Douglas generalizzata ha la seguente forma:

$$C = W \cdot y^{\frac{1}{a+b}}$$

con W è funzione dei prezzi dei fattori e dei parametri a e b esponenti dei fattori nella funzione di produzione. Si calcolino il costo medio e il costo marginale, e si determini sotto quali condizioni il costo medio è crescente, decrescente o costante. Che relazione esiste tra l'andamento del costo medio ed i rendimenti di scala che caratterizzano la tecnologia in questione?

Il costo medio sarà dato semplicemente da:

$$AC = W \cdot y^{\frac{1}{a+b}-1} = W \cdot y^{\frac{1-a-b}{a+b}}$$

Il costo marginale sarà dato da:

$$MC = W \cdot \frac{1}{a+b} \cdot y^{\frac{1}{a+b}-1} = \frac{W}{a+b} \cdot y^{\frac{1-a-b}{a+b}}$$

Per rispondere alla seconda domanda consideriamo la funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$y = x_1^a \cdot x_2^b$$

- se $a+b < 1$ la funzione di produzione avrà rendimenti di scala decrescenti, quindi AC crescenti e di conseguenza i MC saranno superiori a AC;
- se $a+b > 1$ la funzione di produzione avrà rendimenti di scala crescenti, quindi AC decrescenti e di conseguenza i MC sanno sempre inferiori ai AC;
- nel caso in cui la funzioni di produzione abbia rendimenti di scala costanti ($a+b = 1$), allora $AC = MC$.

1.3. **Esercizio 3.** La funzione di produzione di un'impresa è $y = 4 \cdot x^{1/2} \cdot z^{1/2}$, dove x e z sono i due input, i cui rispettivi prezzi sono: $p_x = 10$ e $p_y = 5$. Si determini la scelta ottimale per l'impresa, nell'ipotesi che essa voglia produrre $y = 36$.

La condizione di ottima scelta per l'impresa sarà data dall'uguaglianza tra saggio marginale si sostituzione tecnica ($MRTS$) e pendenza della curva di isocosto:

$$MRTS = \frac{p_x}{p_z}$$

$$MRTS = \frac{\partial y/\partial x}{\partial y/\partial z} = \frac{\frac{2z^{1/2}}{x^{1/2}}}{\frac{2x^{1/2}}{z^{1/2}}} = \frac{z}{x}$$

Quindi:

$$MRTS = \frac{p_x}{p_z} \qquad \text{cioè,} \qquad \frac{z}{x} = \frac{10}{5} \qquad \text{e quindi,} \qquad z = 2x$$

Utilizzando la condizione trovata e inserendo il valore $y = 36$ nella funzione di produzione otteniamo:

$$36 = x^{1/2} z^{1/2} = x^{1/2} \cdot 2^{1/2} \cdot x^{1/2}$$

da cui:

$$x = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9 \cdot \sqrt{2}}{2}$$

e con z pari esattamente al doppio:

$$z = 9 \cdot \sqrt{2}$$

2. Concorrenza

2.1. **Esercizio 1.** In una certa industria, in condizioni di perfetta concorrenza, nel breve periodo operano 30 imprese, ciascuna con una funzione di costo $c(q) = 2+3q^2$. La funzione di domanda di mercato è: $D = 600 - p$. Stabilire:

(i) la funzione di offerta della singola impresa e la funzione di offerta aggregata,
(ii) la configurazione del mercato nel breve periodo,
(iii) la configurazione di equilibrio nel lungo periodo.

In condizione di concorrenza sappiamo che i $MC = p$, da cui possiamo facilmente ricavare la funzione di offerta per la singola impresa:

$$MC = \frac{dc(q)}{dq} = 6q$$

allora:

$$6q = p \qquad \text{da cui,} \qquad q = \frac{1}{6}p \quad \text{(funzione di offerta)}$$

L'offerta aggregata sarà data da:

$$S = \frac{1}{6}p \cdot 30 = 5p \qquad \text{(offerta di mercato di breve periodo)}$$

Per trovare la configurazione del mercato nel breve periodo non dovremo far altro che determinare l'equilibrio tra la domanda D e l'offerta S:

$$600 - p = 5p \qquad \text{il prezzo di equilibrio sarà} \qquad p^* = 100$$

La corrispondente offerta per ogni impresa nel breve periodo sarà dunque: $q = \frac{1}{6} \cdot 100$ ed il relativo profitto:

$$\Pi = p \cdot q - c(q) = 100 \cdot \frac{100}{6} - \left[2 + 3 \cdot \left(\frac{100}{6}\right)^2\right]$$
$$= \frac{10000}{6} - 2 - \frac{10.000}{12} = 831,33$$

Nel lungo periodo, con libertà di entrata, ciascuna impresa opererà al costo medio minimo, cioè nel punto in cui la curva dei costi medi interseca quella dei costi marginali ($AC = MC$). Come conseguenza i profitti saranno pari a zero.

$$AC = \frac{2}{q} + 3q$$

La funzione di offerta sarà quindi data da:

$$AC = MC \qquad \text{cioè,} \qquad \frac{2}{q} + 3q = 6q$$
$$q \cdot \left(3 - \frac{2}{q^2}\right)$$
$$q = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} = 0,82$$

Il prezzo di equilibrio nel lungo periodo sarà dato dal costo medio pari a:

$$AC = \frac{2}{0,82} + 3 \cdot 0,82^2 = 4,91$$

e la corrispondente domanda di mercato: $D = 600 - 4,91 = 595,09$. Infine il numero di imprese nel lungo periodo sarà dato da:

$$n = \frac{D}{q} = \frac{595,09}{0,82} = 796$$

3. Monopolio

3.1. **Esercizio 1.** La curva di domanda di mercato di un certo bene è $q = 20 - p$. La funzione di costo per produrre il bene è $c(q) = 1 + q^2$. Si determini:

(i) la scelta ottima per un'impresa monopolistica,
(ii) la scelta di un'impresa in concorrenza perfetta,
(iii) il guadagno di benessere sociale nel passaggio dall'equilibrio di monopolio alla concorrenza perfetta.

Il monopolista vorrà massimizzare il profitto, spingendo la produzione fino al punto in cui i ricavi marginali saranno pari ai costi marginali. Quindi:

$$\max_p p \cdot q - c(q) = p \cdot (20 - p) - 1 - (20 - p)^2$$
$$= 20p - p^2 - 1 - 400 + 40p - p^2 = 60p - 2p^2 - 401$$

Facendo la derivata prima rispetto a p:

$$\frac{\partial \Pi}{p} = 0$$
$$60 - 4p = 0 \qquad \text{allora,} \qquad p_M = 15$$

La derivata secondo è inferiore a zero e ci assicura di essere in un punto di massimo.

La quantità di monopolio sarà data da: $q_M = 20 - 15 = 5$ ed il profitto sarà pari a: $\Pi_M = 15 \cdot 5 - 26 = 49$.

Alternativamente era possibile porre come condizione l'uguaglianza tra $MR = MC$. Cioè, $R = pq = (20 - q)q$ e $MR = 20 - 2q$ e i $MC = 2q$ dalla funzione di costo data nel testo.

$$MR = MC \qquad 20 - 2q = 2q \qquad q_M = 5$$

Ottenendo quindi gli stessi risultati ottenuti precedentemente.

In condizioni di concorrenza perfetta la condizione da porre è: $MC = p$. Quindi dalla domanda inversa otteniamo $p = 20 - q$ e i costi marginali saranno dati da: $MC = 2q$. Allora la quantità in concorrenza:

$$20 - q = 2q \qquad q_c = \frac{20}{3} \qquad \text{e il prezzo,} \qquad p_c = 20 - \frac{20}{3} = \frac{40}{3}$$

Il guadagno di benessere sociale sarà dato dalla perdita secca del monopolio (si veda figura 1):

$$\frac{(p_M - C) \cdot (q_c - q_M)}{2} = \frac{(15 - 10) \cdot (20/3 - 5)}{2} = \frac{25}{6}$$

Dove C rappresenta il valore in cui i MC sono uguali MR in monopolio (sostituisco nei MC la quantità di monopolio).

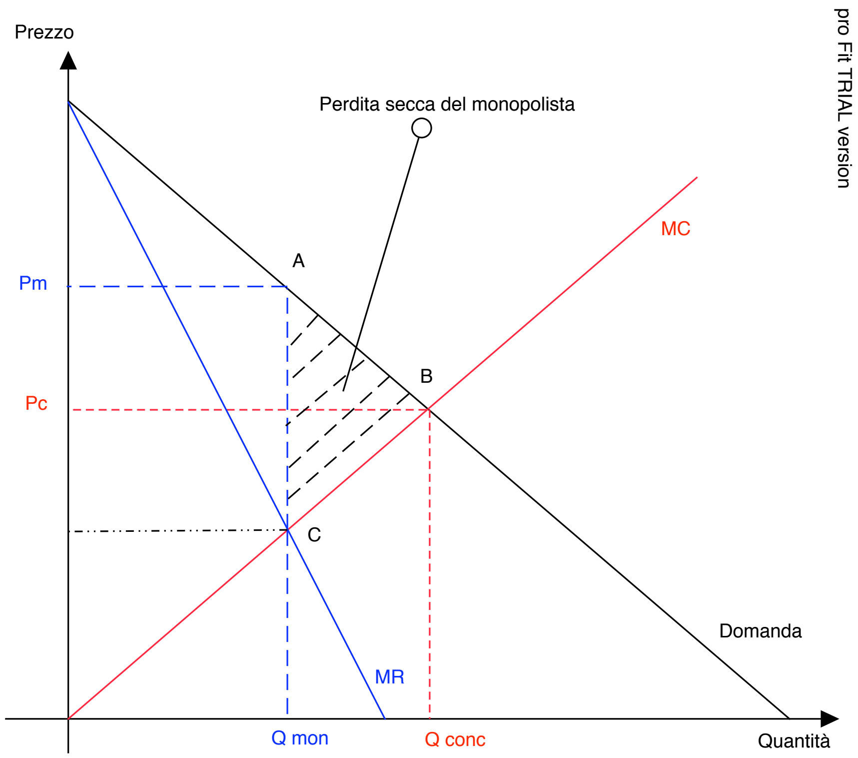

Figura 1. Perdita secca monopolio