ESERCITAZIONI ECONOMIA POLITICA I - 4

1. Forme di mercato

1.1. **Esercizio 1.** Un monopolista fronteggia la seguente curva di domanda: $Q = 1300 - 2p$. Mentre i costi marginali sono dati da: $MC = 50q$.

- Si calcoli il prezzo, la quantità di equilibrio e il profitto del monopolista.

Il monopolista spingerà i profitti fino al punto in cui ricavi marginali sono pari ai costi marginali. La nostra condizione dunque sarà: $MR = MC$. I ricavi del monopolista saranno dati da:

$$R(q) = p \cdot q = \left(650 - \frac{1}{2}q\right) \cdot q = 650q - \frac{1}{2}q^2$$

dove $650 - \frac{1}{2}q$ è la funzione inversa di domanda (la domanda di mercato corrisponde a quella del monopolista: $Q = q$). Dalla funzione dei ricavi $R(q)$ possiamo facilmente calcolare i ricavi marginali:

$$MR = \frac{dR}{dq} = 650 - q$$

Infine, la nostra condizione diventa:

$$50 = 650 - q \qquad \text{da cui,} \qquad q_M = 600 \quad \text{(quantità di monopolio)}$$

A questo punto è possibile determinare il prezzo: $p = 650 - \frac{1}{2} \cdot 600 = 350$, ed il profitto assumendo che il costo totale vari solo in base al numero di unità prodotte: $c(q) = 50q$. Allora:

$$\Pi_M = 350 \cdot 600 - 50 \cdot 600 = 180000$$

- Supponiamo che una seconda impresa, caratterizzata dagli stessi costi dell'impresa al punto precedente, entri nel mercato. Si calcolino la quantità, il prezzo di equilibrio e i profitti delle due imprese nel caso in cui competono sui prezzi.

Questa seconda situazione ci riporta al modello di Bertrand in cui due imprese competono dichiarando simultaneamente i loro prezzi. Nel caso in cui i prezzi dichiarati dalle due imprese siano identici la domanda di mercato sarà divisa a metà, altrimenti solo una delle due imprese avrà una domanda positiva. Dalla teoria sappiano che in una tale situazione abbiamo un unico equilibrio di Nash in cui: $p_1 = p_2 = MC$. Lo stesso risultato ottenuto in un mercato di perfetta concorrenza.

Quindi la nostra condizione sarà data da:

$$p = MC \qquad 650 - \frac{1}{2}Q_B = 50$$

da cui $Q_B = 1200$, cioè $q_{1,2} = 600$.

Il prezzo sarà pari a:

$$p = 50 = \frac{1300 - 1200}{2}$$

E di conseguenza un profitto nullo.

1.2. **Esercizio 2.** In un'industria dove si produce il bene omogeneo q ci sono due imprese. Il costo di produzione è nullo e la funzione inversa di domanda di mercato è:

$$p = 6 - 3q \qquad \text{dove,} \qquad q = q_1 + q_2$$

Le imprese competono tra loro fissando la quantità di prodotto da offrire nel mercato.

- Se le imprese competono alla Cournot, definire le funzioni di profitto e di risposta ottima.

Funzione di profitto dell'impresa 1:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= p \cdot q_1 = \\ &= [6 - 3(q_1 + q_2)] \cdot q_1 = \mathtt{split} \\ &= 6q_1 - 3q_1^2 - 3q_1q_2 \end{aligned}$$

Funzione di ottima risposta (o funzione di reazione):

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 6 - 6q_1 - 3q_2 = 0$$

da cui,

$$q_1(q_2) = \frac{6 - 3q_2}{6} = 1 - \frac{1}{2}q_2 \qquad \text{(funzione di reazione dell'impresa 1)}$$

Funzione di profitto dell'impresa 2:

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= p \cdot q_2 = \\ &= [6 - 3(q_1 + q_2)] \cdot q_2 = \\ &= 6q_2 - 3q_2^2 - 3q_1q_2 \end{aligned}$$

Funzione di ottima risposta (o funzione di reazione):

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 6 - 6q_2 - 3q_1 = 0$$

da cui,

$$q_2(q_1) = \frac{6 - 3q_1}{6} = 1 - \frac{1}{2}q_1 \qquad \text{(funzione di reazione dell'impresa 2)}$$

- Quale è l'equilibrio di Nash del gioco di Cournot.

L'intersezione tra le due funzioni di risposta ottima (vedi figura (1)) fornisce il punto di equilibrio di Nash-Cournot.

Mettendo a sistema le due funzioni di reazione posso determinare le quantità di q_1 e q_2 di equilibrio. Risolvendo per sostituzione:

$$\begin{aligned} q_1 &= 1 - \frac{1}{2}q_2 = \\ &= 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot q_1\right) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}q_1 \end{aligned}$$

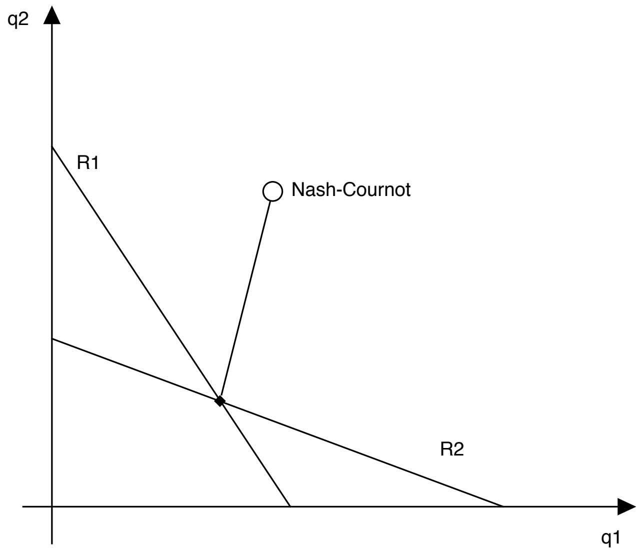

FIGURA 1. equilibrio di Nash-Cournot

da cui ottengo:

$$q_1 = \frac{2}{3}$$
$$q_2 = \frac{2}{3}$$

Infine è possibile terminare il prezzo dalla funzione inversa di domanda:

$$p = 6 - 3 \cdot \left(2 \cdot \frac{2}{3}\right) = 2$$

ed il reddito per l'impresa 1 e 2:

$$\Pi_1 = \Pi_2 = p \cdot q_i = 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

- Se le imprese competono alla Stackelberg, con l'impresa 1 che funge da *leader*, quale è la struttura informativa del gioco? Quale è l'equilibrio?

Nel modello di Stackelberg possiamo notare come il *commitment* iniziale dell'impresa leader possa influenzare il futuro assetto del mercato. In particolare, l'impresa leader deciderà la quantità da produrre massimizzando la propria funzione di profitto conoscendo quella che sarà la reazione dell'impresa *follower* (funzione di risposta ottima). Cioè:

$$\max_{q_1} \Pi_1 \qquad \text{(funzione obiettivo)}$$
$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0 \qquad \text{(vincolo)}$$

Il modello di Stackelberg si presenta come un gioco sequenziale dove l'impresa leader avrà il vantaggio della prima mossa (decisione sulla quantità da produrre). L'informazione è perfetta, entrambe le imprese hanno perfetta conoscenza sull'interazione strategica.

Quindi ricordando alcuni dati ricavati precedentemente:

$$\Pi_1 = 6q_1 - 3q_1^2 - 3q_1q_2 \qquad \text{(funzione di profitto impresa 1- leader)}$$
$$q_2(q_1) = \frac{6 - 3q_1}{6} = 1 - \frac{1}{2}q_1 \qquad \text{(funzione di reazione dell'impresa 2)}$$

Sostituendo nella funzione di profitto dell'impresa leader la funzione di reazione dell'impresa follower:

$$\begin{aligned}\Pi_1 &= 6q_1 - 3q_1^2 - 3q_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}q_1\right)\\ &= 3q_1 - \frac{3}{2}q_1^2\end{aligned}$$

A questo punto avremo una massimizzazione non vincolata (controlleremo che la derivata seconda sia negativa per essere certi di trovarci in un punto di massimo):

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0 = 3 - 3q_1 \qquad \text{quindi,} \qquad q_1 = 1$$

E dalla funzione di reazione della impresa 2 (follower): $q_2 = 1/2$.

Infine determineremo facilmente il prezzo dalla funzione inversa di domanda, $p = 3/2$ e i profitti delle due imprese:

$$\Pi_1 = \frac{3}{2} \qquad \Pi_2 = \frac{3}{4}$$

Possiamo notare come il vantaggio della prima mossa consente all'impresa leader di ricavare un più elevato profitto nonostante le imprese siano identiche (stessa tecnologia).

2. Teoria dei giochi

2.1. **Esercizio 3.** Si consideri un mercato dove operano due imprese, A e B. Ogni una di esse ha a disposizione due strategie: X e y. Se i due concorrenti scelgono strategie diverse guadagnano entrambi 1.000. Se le due strategie coincidono, i guadagni sono 6.000 per A e 2.000 per B se viene scelta la strategia X e viceversa se viene scelta la strategia y.

- Si rappresenti il gioco in forma normale.

Tabella 1. Gioco in forma normale

		B	
		X	y
A	X	6000, 2000	1000, 1000
	y	1000, 1000	2000, 6000

- Si dia una definizione di equilibrio di Nash e si individuino gli equilibri di Nash

Definizione: abbiamo un equilibrio di Nash quando le strategie di ciascun giocatore sono la risposte ottima, date le strategie dell'altro giocatore. Ci troviamo in un equilibrio di Nash quando nessun giocatore ha incentivo a cambiare strategia.

Gli equilibri di Nash sono due: $e_1(X, X)$ e $e_2(y, y)$.

Il gioco è simile a quello noto come *battaglia dei sessi*.

2.2. **Esercizio 4.** Si consideri la seguente matrice che riporta i premi di un gioco tra due imprese A e B, in una industria oligopolistica dove le imprese fissano il prezzo.

Tabella 2. Gioco in forma normale - matrice 1

		B	
		P_B	P_A
A	P_B	0, 0	20, -8
	P_A	-8, 20	5, 5

- Quali sono gli equilibri di Nash di questo gioco?

C'è un unico equilibrio: $e(P_B, P_B)$.

- Le imprese hanno strategie dominanti?

Ci sono strategie dominanti:

(i) per A: P_B domina su P_A,
(ii) per B: P_B domina su P_A.

- Se i premi cambiano come nella nuova matrice (matrice 2) quali sono i nuovi equilibri di Nash?

I nuovi equilibri sono: $e_1(P_B, P_B)$ e $e_2(P_A, P_A)$

- Se vi sono più equilibri quale sarà il prescelto? Perché?

TABELLA 3. Gioco in forma normale - matrice 2

		B	
		P_B	P_A
A	P_B	0, 0	0, -10
	P_A	-10, 0	5, 5

Si tratta di un problema di coordinamento e di credibilità delle strategie:

(i) entrambe le imprese vorranno massimizzare il profitto e preferiranno l'equilibrio con payoff pari a 5 $(\mathsf{P}_\mathrm{A}, \mathsf{P}_\mathrm{A})$ che quello con profitti nulli $(\mathsf{P}_\mathrm{B}, \mathsf{P}_\mathrm{B})$.

(ii) inoltre non è credibile che l'impresa B giochi la strategia P_B quando l'impresa A gioca P_A. Analogamente per le strategie di B rispetto ad A.

Quindi considerando la razionalità delle imprese e l'assenza di incentivi a deviare, le imprese preferiranno l'equilibrio $\mathsf{e}_2(\mathsf{P}_\mathrm{A}, \mathsf{P}_\mathrm{A})$ (equilibrio perfetto).