COMPITO DI MICROECONOMIA
Prof. Michele Moretto
5 Luglio 2018

N.B. Le spiegazioni richieste o quelle che si ritiene utile dare non devono superare le 10 righe. **Chiarezza e sintesi saranno premiati.**

A) Si consideri un consumatore che ha una funzione di utilità pari a $U(x, y) = 2x^{0.7}y^{0.3}$, reddito I e prezzi dei beni p_x e $p_{y.}$

1. Calcolare le funzioni di domanda per i beni x e y.
2. Calcolare il paniere ottimale con $I = 300$, $p_x = p_{y.} = 1$
3. Calcolare le funzioni di domanda dei beni per raggiungere un livello di utilità pari a $U(x, y) = \bar{u}$ (hint. calcolate tutti i panieri acquistabili che vi danno utilità $\bar{u}$)
4. Calcolate il paniere ottimale che per raggiungere un'utilità pari a 325.73.
5. Il bene x è un bene normale o inferiore? Spiegate la vostra risposta.
6. Come cambia la vostra risposta nel caso 2) e 4) se la funzione di utilità è $U(x, y) = \frac{1}{2}x^{0.7}y^{0.3}$

B) Pepsi deve decidere se entrare o meno in un mercato dove fino ad ora opera solo la Coca Cola. In caso di entrata entrambe le compagnie devono decidere se iniziare una campagna pubblicitaria agressiva (S) oppure normale (D). Se Pepsi entra e gioca D allora ottiene un profitto pari a 3 indipendentemente da quello che gioca Coca Cola. Pepsi ottiene un profitto pari a 2 se entra ed entrambe giocano S o ottiene 4 se gioca S mentre Coca Cola gioca D. Infine se Pepsi entra, Coca Cola ottiene 3 se gioca S e 5 se gioca D. Se Pepsi non entra, allora Coca Cola ottiene 3.5 e Pepsi zero.

1. Illustrate il gioco in forma estesa.
2. Trovate gli equilibri di Nash nel caso la Pepsi decida di entrare ma la Coca Cola quando gioca non sappia se la Pepsi giocherà S o D (e viceversa).

3. Trovate gli equilibri di Nash nel caso il gioco sia sequenziale.

C) Mario e Anna sono follemente innamorati , anche se hanno gusti diversi per il tempo libero: Mario preferisce i concerti Rock e Anna i concerti di musica Classica. Le loro prefereze sono $U_M = -C + 5R$, e $U_A = 2C - R$ dove C e R sono il numero di concerti che possono vedere. I due si sono accordati nel modo seguente: ognuno può proporre fino ad un massimo di 3 concerti e l'altro si impegna ad ascoltarli assieme:

1. Calcolate tutti i valori di utilità possibili di Mario e Anna e rappresentate il gioco in forma normale.
2. Calcolate gli equilibri di Nash del gioco.
3. Calcolate gli equilibri in strategie dominanti.

D) Un consumatore ha una funzione di utilità rispetto alla sua richezza del tipo $u(w) = \ln(w)$. Gli viene offerta la possibilità di scommettere su una lotteria. La probabilità di vincita è pari a p. Se scommette una cifra x nel caso di vincità avrà una ricchezza pari a $w + x$ mentre se perde $w - x$.

1. Calcolare il valore ottimale della puntata in funzione della probabilità p.
2. Qual è il valore ottimale dell scommessa quando $p = 1/2$? Spiegate perchè.
3. Calcolate ora la puntata ottimale se nel caso di perdità deve pagare il doppio della puntata.

Risposte

Esercizio A

1) Le funzioni di domanda si ottengono risolvendo il problema:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} U(x,y) &= 2x^{0.7}y^{0.3} \\ s.t.\ p_x x + p_y y &= I \end{aligned}$$

che si risolve nel seguente modo

$$\begin{aligned} SMS &= \frac{7y}{3x} = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y &= I \end{aligned}$$

Le funzioni di domanda sono

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{7}{10}\frac{I}{p_x} \\ y^* &= \frac{3}{10}\frac{I}{p_y} \end{aligned}$$

2) Il paniere ottimale è $x = 210, y = 90$, l'utilità che si raggiunge è $2(210)^{0.7}(90)^{0.3} = 325.73$

3) In questo caso il problema diventa

$$\begin{aligned} & \min p_x x + p_y y \\ s.t.\ U(x,y) &= \bar{u} \end{aligned}$$

al solito la soluzione è data data

$$\begin{aligned} SMS &= \frac{7y}{3x} = \frac{p_x}{p_y} \\ 2x^{0.7}y^{0.3} &= \bar{u} \end{aligned}$$

La soluzione del sistema è:

$$\begin{aligned} x^* &= \bar{u}\frac{1}{2}(\frac{7}{3})^{0.3}(\frac{p_y}{p_x})^{0.3} \\ y^* &= \bar{u}\frac{1}{2}(\frac{3}{7})^{0.7}(\frac{p_x}{p_y})^{0.7} \end{aligned}$$

4) il paniere ottimale è:

$$
\begin{aligned}
x^* &= (325.73)\frac{1}{2}(\frac{7}{3})^{0.3} = 210 \\
y^* &= (325.73)\frac{1}{2}(\frac{3}{7})^{0.7} = 90
\end{aligned}
$$

5) Il bene x è un bene normale poichè la quantità domandata aumenta all'aumentare del reddito.

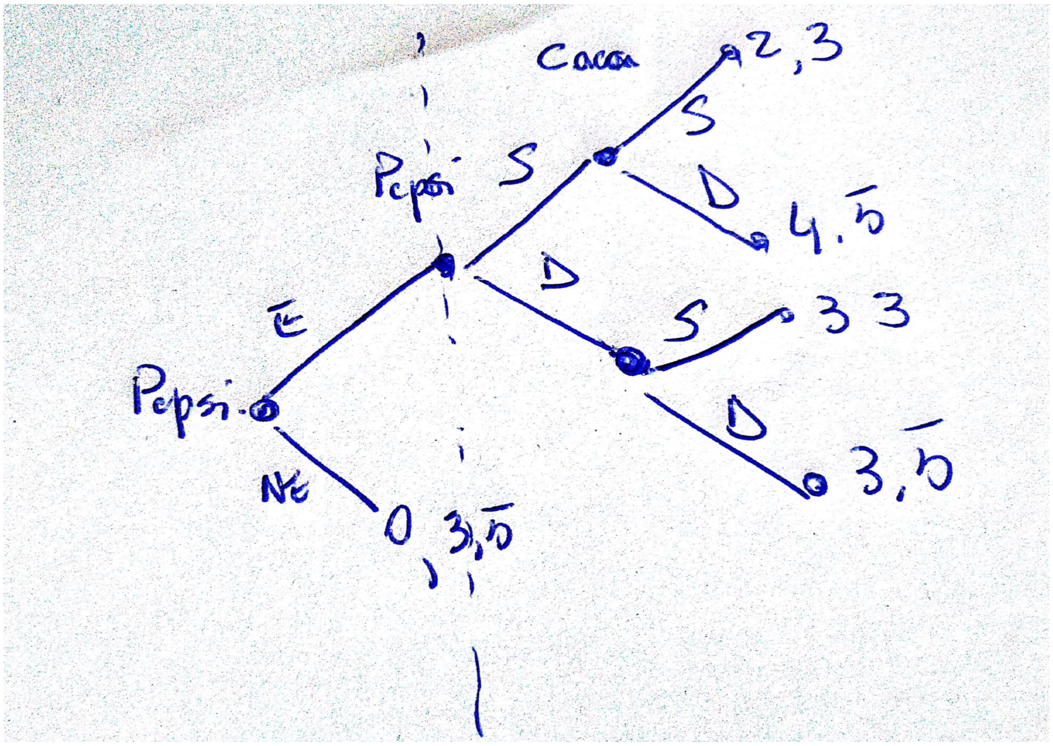
6) Poichè i SMS per le due funzioni di utilità sono gli stessi le risposte non cambiano. Di fatto le due funzioni di utilità differiscono per una trasformazione monotona.

Esercizio B

1) Il nodo iniziale è Pepsi che ha due strategie: Entrare (E) e Non Entrare (NE). Da ciascuna di queste azioni parte un secondo nodo d'azione dove le imprese decidono D o S.

2) Se Pepsi entra e le due imprese giocano simultaneamente l'unico equilibrio di Nash è (S,D)=(4,5) ed efficente secondo Pareto.

3) Usando l'induzione a ritroso l'unico equilibrio di Nash nesi sottogiochi è ancora (S,D)=(4,5).



Esercizio C

1)

		A(Classica) 1	2	3
M(Rock)	1	4,1	3,3	2,5"
	2	9,0	8,2	7,4"
	3	'14,-1	'13,1	'12,3"

2) Equilibrio di Nash (3,3)
3) Stesso equilibrio

Esercizio D
1) L'utilità attesa della lotteria è.

$$E(u(L)) = p\ln(w+x) + (1-p)\ln(w-x)$$

il consumatore sceglie la puntata in modo da max l'utilità attesa.

$$\max_x E(u(L)$$

La FOC risulta
$$\frac{p}{w+x} - \frac{1-p}{w-x} = 0$$
da cui risulta
$$x = w(2p-1)$$
quindi il consumatore scommette solo se $p \geq \frac{1}{2}$.

2) Quindi il consumatore scommette solo se $p \geq \frac{1}{2}$. Infatti essendo avverso al rischio se $p < \frac{1}{2}$, $x = 0$.

3) In questo caso

$$E(u(L)) = p\ln(w+x) + (1-p)\ln(w-2x)$$

la FOC
$$\frac{p}{w+x} - 2\frac{1-p}{w-2x} = 0$$
da cui
$$x = w(\frac{3}{2}p - 1)$$
Il consumatore punta solo se $p \geq \frac{2}{3}$