Compito di Microeconomia
Prof. Michele Moretto
22 Febbraio 2018

N.B. Le spiegazioni richieste o quelle che si ritiene utile dare non devono superare le 3 righe.

1. (10 punti) Mia zia si reca con 10 uova (bene x) e 50 kg di formaggio (bene y) al mercato, dove riscontra che il prezzo delle uova è $p_x = 10$ e il prezzo del formaggio è $p_y = 1$

   (a) Qual è l'insieme delle possibilità di consumo di mia zia?

   (b) Se le preferenze di mia zia sono rappresentate dalla funzione di utilità $U = x + \log y$, dire se soddisfa la proprietà do non-sazietà. Se si, spiegate perchè, Se no spiegate perchè.

   (c) Dare l'espressione della generica curva di indifferenza di mia zia

   (d) Calcolare l'espressione del SMS_{xy}

   (e) Dimostrare che il paniere ottimale per mia zia, ai prezzi di mercato, è $x = 14$ e $y = 10$

2. (10 punti)Avete concluso la vostra laurea e siete stati assunti da un'impresa immobiliare che acquista vecchie case a buon prezzo, le ristruttura e le rimette nel mercato per venderle. State valutando l'investimento in una vecchia casa d'epoca. Dopo una ricerca di mercato avete calcolato che esiste una probabilità pari a 0.2 di subire una perdita del 10% rispetto a valore della casa dopo la ristrutturazione , una probabilità 0.7 di guadagnare l'8% e una probabilità 0.1 di un guadagno del 20%.

   (a) Se indicate con $V = 100$ il valore della casa, calcolate il rendimento atteso % dell'investimento.

   (b) Se la vostra indagine vi portasse a ritenere che la casa non sarebbe venduta prima mentre il tasso di interesse di mercato è del 5%. Calcolate il valore atteso attuale dell'investimento e il rendimentro atteso %.

   (c) Supponete ora che la vostra società vi chieda di valutare in alternativa l'investimento in un'altra casa. Questa casa è di tipo moderno e ha un mercato diverso dalla prima. La vostra ricerca di mercato vi porta a concludere che con probabilità

0.3 vi aspettate un guadagno del 3%, con probabilità 0.5 un guadagno del 5.8% e con probabilità 0.2 un guadagno del 9%. Se il valore iniziale fosse sempre $V = 100$ calcolate il rendimento atteso % di questa casa.

(d) Infine vi si chiede di proporre su quale casa la società debba investire. Su quale? Facendo uso delle vostre conoscenze sulle scelte in condizini di incertezza, spiegate il motivo della vostra scelta. Se riuscite mostratelo in modo formale.

3. (6 punti) Determinate se ciascuna delle seguente funzioni di produzione ha rendimenti di scala costanti, crescenti o decrescenti

   (a) $Q = 2K + 15L$

   (b) $Q = \min(3K, 4L)$

   (c) $Q = 15K^{0.5}L^{0.4}$

4. (4 punti) Un'impresa che non fa il prezzo opera nel breve periodo con la seguente funzione di costo totale $CT(q) = q^3 - 6q^2 + 10q$.

   (a) Si determini la curva di offerta di breve periodo.

   (b) Dire se l'impresa continua a produrre quando il prezzo di q scende a $p = 10$

   (c) La produzione può continuare se, restando $p = 10$, si verifica un aumento di costo pari di 4 *Euro* per unità di prodotto?

5. (4 punti) Si determini l'equilibrio di Nash dei seguenti giochi:

$$\begin{pmatrix} 7{,}9 & 6{,}10 \\ 8{,}8 & 11{,}9 \end{pmatrix} \qquad e \qquad \begin{pmatrix} 9{,}9 & 1{,}10 \\ 10{,}1 & 8{,}8 \end{pmatrix}$$

e spiegate in modo articolato le differenze fra i due giochi.

Soluzioni

Esercizio n.1

1) La retta di bilancio di mia zia è:

$$\begin{aligned} p_x 10 + p_y 50 &= p_x x + p_y y \\ 100 + 50 &= 10x + y \\ 150 &= 10x + y \end{aligned}$$

Quindi se assumiamo che mia zia consumi tutto il suo reddito, la combinazione x e y che soddisfa l'equazione rappresenta l'insieme dei panieri che può acquistare.

2) In base all'assioma di non sazietà a parità di condizioni un consumatore razionale sceglie sempre il paniere con maggiore quantità di beni. L'assioma di non sazietà può essere rappresentato sul diagramma cartesiano analizzando due curve di indifferenza parallele.... Si nota subito che la funzione di mia zia soddisfa l'assioma.

3) Disegnate

4) Il SMS è:

$$SMS_{xy} = \frac{U_x}{U_y} = \frac{1}{\frac{1}{y}} = y$$

5) Paniere ottimale

$$\begin{aligned} SMS_{xy} &= \frac{p_x}{p_y} \\ y &= \frac{10}{1} = 10 \end{aligned}$$

e $x = \frac{140}{10} = 14$.

Esercizio n.2

1) Il valore atteso del progetto è:

$$\begin{aligned} VA &= p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 \\ &= 0.2(100 - 10) + 0.7(100 + 8) + 0.1(100 + 20) \\ &= 100 - 0.2(10) + 0.7(8) + 0.1(20) \\ &= 100 - 2 + 5.6 + 2 = 100 + 5.6 \end{aligned}$$

quindi il rendimento è 5.6%.

2) Per questa domanda ho lasciato a voi decidere quanto tempo dopo la casa può essere venduta. Se per esempio fosse venduta dopo 2 anni, l'attesa comporta un costo opportunità dovuto agli interessi mancati. In

questo caso il valore atteso calcolato oggi della casa venduata fra due anni sarebbe:

$$\begin{aligned} VA &= \frac{p_1V_1 + p_2V_2 + p_3V_3}{(1+r)^2} \\ &= \frac{100 + 5.6}{(1.05)^2} = 95.8 \end{aligned}$$

Quindi il rendimento sarebbe

$$\frac{95.8 - 100}{100}100 = -4.2\%$$

3) Il valore atteso della seconda casa sarebbe.

$$\begin{aligned} VA &= p_1V_1 + p_2V_2 + p_3V_3 \\ &= 0.3(100+3) + 0.5(100+5.8) + 0.2(100+9) \\ &= 100 + 0.3(3) + 0.5(5.8) + 0.2(9) \\ &= 100 + 0.9 + 2.9 + 1.8 = 100 + 5.6 \end{aligned}$$

quindi il rendimento atteso è 5.6%.

4) Le due case offrono lo stesso rendimento atteso, quindi sulla base del rendimento atteso non sarebbe possibile decidere quale dei due investimenti è superiore. Tuttavia il criterio dell'investimento atteso non tiene conto della possibile avversione al rischio che voi (e la vostra società) possedete. Se tenete conto di questo, mentre per la seconda non vi aspettate mai una perdita per la prima vi aspettate di poter avere una perdita del 10% anche se con probabilità molto piccola 0.2 . Questo vi porta a scegliere la seconda casa. Formalmente se la vostra funzione di utilità fosse $U = \sqrt{V}$, l'utilità attesa delle due case sarebbe:

$$E(U^1) = 0.2\sqrt{(100-10)} + 0.7\sqrt{(100+8)} + 0.1\sqrt{(100+20)} = 10.267$$

$$E(U^2) = 0.3\sqrt{(100+3)} + 0.5\sqrt{(100+5.8)} + 0.2\sqrt{(100+9)} = 10.276$$

da cui $E(U^2) > E(U^1)$.

Esercizio n. 3

a) Rendimenti di scala costanti

$$2\lambda K + 15\lambda L = \lambda(2K + 15L) = \lambda Q$$

b) Rendimenti di scala costanti

$$\min(3\lambda K, 4\lambda L) = \lambda \min(3K, 4L) = \lambda Q$$

c) Rendimenti di scala decrescenti

$$15(\lambda K)^{0.5}(\lambda L)^{0.4} = 15\lambda^{0.5}K^{0.5}\lambda^{0.4}L^{0.4} = \lambda^{0.5+0.4}15K^{0.5}L^{0.4} = \lambda^{0.5+0.4}Q$$

Esercizio n. 4

1)Il costo marginale sarebbe:

$$MC = 3q^2 - 12q + 10$$

Il costo medio sarebbe

$$AC = q^2 - 6q + 10$$

da cui $q^{\min} = 3$ e $AC(q^{\min}) = 1$

La funzione di offerta per un'impresa in concorrenza perfetta è data dalla curva dei costi marginali a partire dal punto di minimo della curva dei costi medi. Quindi ponendo $MC = p$ abbiamo :

$$q^s = \begin{cases} 0 & \text{per } q < 3 \\ MC^{-1}(p) & \text{per } q \geq 3 \end{cases}$$

2) Se $p = 10$ l'impresa è in produzione essendo $p = 10 > AC(q^{\min}) = 1$

3) Se viene introdotta una tassa per unità prodotta pari a 4 il costo medio marginale diventa $MC = 3q^2 - 12q + 14$, mentre il costo medio diventa $AC = q^2 - 6q + 14$. Si nota che la quantità minima da produrre rimane $q^{\min} = 3$ mentre $AC(q^{\min}) = 5$.Anche in questo caso $p = 10 > AC(q^{\min}) = 5$ e l'impresa continua la produzione.

Esercizio n. 5

Nel primo gioco l'equilibrio di Nash è (11, 9) mentre nel secondo è (8,8) entrambi gli equilibri sono in strategie dominanti.

Il secondo gioco ricorda il dilemma del prigioniero, quindi l'equilibrio (8,8) non è un ottimo Paretiano in quanto entrambi i giocatori starebbero meglio passando a (9,9).

Nel primo gioco l'equilibrio è Paretiano in quanto almento un giocatore non vorrebbe spostarsi in una posizione diversa.