

Compito di Microeconomia

Prof. Michele Moretto

23 Gennaio 2018

N.B. Le spiegazioni richieste o quelle che si ritiene utile dare non devono superare le 10 righe.

A) (8 punti) Si consideri un' economia dove ci sono solo due agenti-consumatori. Le funzioni di utilità dei consumatori sono:

$$U_a = (x_a^2 y_a)^{1/2} \quad \text{e} \quad U_b = \sqrt{x_b y_b}$$

e la quantità totale del bene x e quella del bene y posseduta dai due consumatori è $x = 1$ e $y = 1$.

1. Supponete ora che i due consumatori decidano di spartirsi il bene x e il bene y nel seguente modo: Al consumatore a va $(x_a, y_a) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{5})$, e al consumatore b va $(x_b, y_b) = (\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$. L'allocazione indicata è efficiente secondo Pareto?
2. E se invece la distribuzione fosse ad a $(x_a, y_a) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{5})$, e al consumatore b $(x_b, y_b) = (\frac{2}{3}, \frac{4}{5})$. L'allocazione indicata è efficiente secondo Pareto?
3. Individuate un vettore di prezzi per i beni x e y in grado di rendere l'allocazione del punto 1) l'allocazione di un mercato in concorrenza perfetta.

B) (10 punti) Sia M la ricchezza iniziale di un individuo e L la perdita in cui incorre se si verifica un evento sfavorevole la cui probabilità è data da p . Si supponga che una compagnia assicuratrice offra all'individuo un contratto il cui il premio assicurativo P sia commisurato al risarcimento R scelto dall'individuo attraverso una formula del tipo $P = cR$ dove $c \in [0, 1]$ è un parametro deciso dalla compagnia.

1. In primo luogo indicate tutti i possibili contratti disponibili (cioè le lotterie) all'individuo e calcolate il valore atteso di questi contratti (lotterie)

2. Cosa si può dire di questi contratti e del loro valore atteso, nel caso la compagnia offrisse contratti attuarialmente equi? E cosa invece se fossero attuarialmente sfavorevoli?
3. Si supponga ora che l'individuo sia avverso al rischio e che la compagnia fissi un premio attuarialmente equo. Qual è l'ammontare di risarcimento scelto dall'individuo?
4. Infine, sia $M = 250$, $L = 100$, $c = \frac{1}{4}$, $p = \frac{1}{5}$ e la funzione di utilità dell'individuo $u(x) = \log x$. Ricavate il livello di risarcimento scelto.

C) (10 punti) Si consideri un'industria formata da due imprese simmetriche che producono un bene omogeneo. La funzione inversa di domanda di mercato è $p = 4 - Q$ e le funzioni di costo sono $c_i = 1 + q_i$ con $i = 1, 2$. Si calcolino:

1. Le quantità prodotte e i profitti delle due imprese nell'equilibrio di Cournot.
2. Le quantità prodotte e i profitti delle due imprese nel caso entrambe tengano fede ad un accordo collusivo
3. La quantità ottimale per l'impresa 1, quando l'impresa 2 produce la quantità corrispondente all'accordo di collusione
4. Descrivete che tipo di equilibrio è il caso 3).
5. Se ritenete che il caso 3) non sia un equilibrio argomentate quale dovrebbe essere l'equilibrio più probabile.

D) (4 punti) alcune domande sulle tipologie di costi nelle vostre scelte. Stai frequentando da due anni il corso di laurea in Statistica ma ti stai domandando se non saresti più felice facendo il/la musicista. Quali di queste affermazioni sono argomentazioni valide e quali non lo sono? **Argomentate la vostra risposta!**

- 1) Non posso rinunciare adesso, ho già investito troppo tempo e denaro
- 2) Se l'avessi saputo sin dall'inizio, non mi sarei mai iscritto/a al corso di laurea in Statistica, quindi questo è il momento giusto per cambiare strada
- 3) Ho sprecato due anni, ma non importa ricomincio da qui.
- 4) I miei genitori mi uccidrebbero se smettessi adesso

Soluzioni:

Esercizio A

1) In primo luogo è da verificare che l'allocazione sia ammissibile. Lo è in quanto $x_a + x_b = 1$ e $y_a + y_b = 1$. In secondo luogo un'allocazione è un ottimo paretiano se giace sulla curva dei contratti, dove i SMS dei due agenti sono uguali. Per semplificare prendiamo delle trasformazioni monotone delle due funzioni di utilità

$$U'_a = x_a^2 y_a \quad \text{e} \quad U'_b = x_b y_b$$

I SMS sono:

$$SMS_a = \frac{2y_a}{x_a} \quad \text{e} \quad SMS_b = \frac{y_b}{x_b}$$

calcolati nella prima distribuzione sono

$$SMS_a = \frac{2\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{5} \quad \text{e} \quad SMS_b = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{20}{10} = 2$$

poichè non sono uguali, l'allocazione non è Pareto efficiente

2) Nella seconda distribuzione diventano

$$SMS_a = \frac{2\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{6}{5} \quad \text{e} \quad SMS_b = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{5}$$

poichè sono uguali ne discende che l'allocazione proposta è Pareto ottima.

3) Banale: poichè la condizione di equilibrio di mercato di puro cambio è:

$$SMS_a = SMS_b = \frac{p_x}{p_y}$$

ogni coppia di prezzo tale per cui $\frac{p_x}{p_y} = \frac{6}{5}$ è in grado di implementare l'allocazione efficiente.

Esercizio B

1) I contratti possibili dipendono da P e R e possono essere rappresentati nel solito modo: Se indichiamo con x l'esito questo può essere:

$$\begin{aligned} x_1^c &= M - L - cR + R = M - L + (1 - c)R \quad \text{con probabilità } p \\ x_2^c &= M - cR \quad \text{con probabilità } 1 - p \end{aligned}$$

Al variare di R si ottengono tutte le lotterie possibili. Inoltre esiste il NON contratto, cioè se l'individuo decide di non assicurarsi:

$$\begin{aligned}x_1^s &= M - L \quad \text{con probabilità } p \\x_2^s &= M \quad \text{con probabilità } 1 - p\end{aligned}$$

Il valore atteso della lotteria senza contratto

$$E(x^s) = px_1^s + (1 - p)x_2^s = M - pL$$

Il valore atteso di tutte le altre lotterie è:

$$\begin{aligned}E(x^c) &= px_1^c + (1 - p)x_2^c = p(M - L + (1 - c)R) + (1 - p)(M - cR) \\&= M - pL + (p - c)R \\&= E(x^s) + (p - c)R\end{aligned}$$

2) Se i contratti sono attuarialmente equi significa che la compagnia assicuratrice fissa $c = p$. Cioè il premio è uguale alla perdita attesa. Si vede subito che in questo caso:

$$E(x^c) = E(x^s)$$

Se invece fosse $c > p$ si ha che:

$$E(x^c) < E(x^s)$$

3) Se l'individuo è avverso al rischio preferisce il valore atteso della lotteria rispetto alla lotteria stessa. Ma se la compagnia offre un contratto attuarialmente equo, cioè $c = p$, le lotterie hanno tutte lo stesso valore atteso quindi l'individuo sceglierà la lotteria CERTA. Cioè la lotteria che gli dà lo stesso valore quale che sia l'evento che si verifica:

$$\begin{aligned}x_1^c &= M - L + (1 - c)R = x_2^c = M - L - cR \\&\quad \text{da cui} \\R &= L\end{aligned}$$

Si ottiene il risultato che l'individuo sceglie la copertura completa. Lo stesso risultato lo si ottiene con la massimizzazione dell'utilità attesa sotto la condizione che $c = p$ (Verificate!!!!!!)

4) Dai dati del testo, si ha la lotteria:

$$\begin{aligned}x_1^c &= 150 + \frac{3}{4}R \quad \text{con probabilità } \frac{1}{5} \\x_2^c &= 250 - \frac{1}{4}R \quad \text{con probabilità } \frac{4}{5}\end{aligned}$$

La scelta del risarcimento avviene massimizzando l'utilità attesa:

$$E(u(R)) = \frac{1}{5} \log \left[150 + \frac{3}{4}R \right] + \frac{4}{5} \log \left[250 - \frac{1}{4}R \right]$$

La condizione del primo ordine diventa:

$$\frac{dE(u(R))}{dR} = \frac{1}{5} \frac{\frac{3}{4}}{150 + \frac{3}{4}R} - \frac{4}{5} \frac{\frac{1}{4}}{250 - \frac{1}{4}R} = 0$$

La soluzione è data da $R = 40$. L'individuo sceglie di assicurarsi di meno della perdita, infatti $c = \frac{1}{4} > p = \frac{1}{5}$.

Esercizio C

1) In primo luogo la quantità totale prodotta dalle due imprese non deve superare $Q = 4$. Le funzioni di profitto delle due imprese sono:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= [4 - q_1 - q_2] q_1 - 1 - q_1 \\ \pi_2 &= [4 - q_1 - q_2] q_2 - 1 - q_2\end{aligned}$$

dalle condizioni del primo ordine le funzioni di reazione sono:

$$\begin{aligned}q_1 &= \frac{3 - q_2}{2} \\ q_2 &= \frac{3 - q_1}{2}\end{aligned}$$

poiche le imprese sono simmetriche $q_1 = q_2 = q = 1$, da cui $p = 2$ e $\pi = 0$.

2) Nel caso di collusione le imprese massimizzano il profitto congiunto:

$$\begin{aligned}\pi_1 + \pi_2 &= [4 - q_1 - q_2] q_1 - 1 - q_1 + [4 - q_1 - q_2] q_2 - 1 - q_2 \\ &= [4 - q_1 - q_2] [q_1 + q_2] - 2 - [q_1 + q_2] \\ &= [4 - Q] [Q] - 2 - [Q]\end{aligned}$$

da cui la condizione del primo ordine risulta:

$$4 - 2Q - 1 = 0$$

si ottiene: $Q = 3/2$ cioè $q_1 = q_2 = 3/4$. $p = 5/2$ e $\pi_1 = \pi_2 = 1/8$.

3) Nel caso in cui l'impresa 2 produca $q_2 = 3/4$, l'impresa 1 massimizza:

$$\pi_1 = \left[4 - q_1 - \frac{3}{4} \right] q_1 - 1 - q_1$$

la quantità ottima si ottiene mettendo $3/4$ nella funzione di reazione dell'impresa 1:

$$q_1 = \frac{3 - \frac{3}{4}}{2} = \frac{9}{8}$$

In questo caso la quantità totale risulta $Q = \frac{3}{4} + \frac{9}{8} = \frac{15}{8}$ il prezzo $p = 4 - \frac{15}{8} = \frac{17}{8}$, il profitto della prima impresa risulta $\pi_1 = \frac{17}{64}$ e quello della seconda impresa $\pi_2 = -\frac{5}{32}$.

4) Ricorda il caso Stakelberg, ma non lo è veramente perchè l'impresa 2 non è un vero follower in quanto non decide la produzione massimizzando i suoi profitti, ma la fissa pensando che l'impresa 1 continui a rispettare l'accordo di collusione.

5) Poichè l'impresa 2 sa che nel caso in cui l'impresa 1 non rispettasse l'accordo si troverebbe profitti negativi anche lei non rispetta l'accordo e l'unico equilibrio di Nash è quello di Cournot descritto in 1).

Esercizio D

1) Questa argomentazione non è valida, perchè il tempo e il denaro già spesi rappresentano un costo sunk, cioè irrecuperabile. Quindi quale che sia la vostra decisione per il futuro non può basarsi su costi passati, ma sui costi opportunità del presente.

2) Anche questa argomentazione non è valida perchè quello che avreste dovuto decidere due anni fa è irrilevante per ciò che dovete decidere oggi

3) Questa affermazione è valida perchè riconosce che i costi sostenuti sono irrecuperabili e irrilevanti per la decisione che dovete prendere ora

4) Questa non è una argomentazione valida, perchè l'opzione dei vostri genitori è irrazionale in quanto non riconosce il fatto che il tempo e il denaro già speso sono costi sunk/irrecuperabili.