*COMPITO DI MICROECONOMIA*
Prof. Michele Moretto
14 Giugno 2017

1) (6 punti) La funzione di utilità di un consumatore è $U = a_1 + a_2 (bx_1)^{\frac{1}{2}} (bx_2)^{\frac{1}{2}}$ relativa ai beni di consumo $x_1$ e $x_2$, dove $a_1$, $a_2$ e $b$ sono parametri.

a) calcolare il saggio marginale di sostituzione

b) come cambia il SMS al variare dei parametri? Giustificare la risposta.

c) senza fare ulteriori calcoli, dite come cambia la domanda dei beni ai variare dei parametri.

d) infine una funzione di domanda del tipo $x_1 = \frac{a_2+I}{p_1}$, dove $I$ indica il reddito del consumatore potrebbe essere ottenuta a partire dalla funzione di utilità indicata?

2) (8 punti) In un'economia ci sono 100 consumatori identici la cui funzione di domanda per un bene di consumo è $p = \frac{1}{a}(100 - q)$, dove $a$ è un parametro, mentre, al solito, $p$ e $q$ sono prezzo e quantità .

a) determinare la curva di domanda di mercato e indicare per quali valori di $a$ la funzione di domanda di mercato ha senso!!

b) calcolare l'elasticità al prezzo della curva di domanda di mercato. Come cambia al variare di $a$?

c) sul mercato opera un monopolista, che produce a costi marginali costanti $MC = 5$. Calcolare l'equilibrio di mercato in funzione del parametro $a$.

d) Se $a$ aumenta vi aspettate che il monopolistia aumenti o diminuisca i sui profitti? Commentate

3) (8 punti) Un impresa ha una funzione di produzione del tipo $Q = 20K^{0.2}L^{0.8}$, dove al solito K indica il capitale e L la quantità di ore lavoro. Se il costo del capitale è $r = 15$ e il salario orario è $w = 10$ qual è la combinazione di capitale e lavoro di minor costo?

Inoltre derivare la funzione di costo di lungo periodo e date una definizione economica del moltiplicatore di Lagrange.

4) (8 punti) In un mercato operano due duopolisti che si fanno concorrenza fra loro. L'impresa A è la più grande e deve decidere se espandere la propria produzione. L'impresa B di minori dimensioni sta valutando se fare altrettanto. La matrice riportata descrive i payoff delle due imprese in relazione alle loro scelte:

A

| | | Non espandersi | Espandersi |
|---|---|---|---|
| B | Non Espandersi | 3, 4 | 2, 3 |
| | Espandersi | 4, 2 | 1, 1 |

a) Qual è l'equilibrio di Nash di questo gioco? E' anche un equilibrio in strategie dominanti?

b) L'equilibrio di Nash è un ottimo Paretiano?

c) Supponiamo ora che l'impresa A muova per prima, descrivete il gioco in forma estesa e trovate l'equilibrio di Nash? E' lo stesso di quello precedente? Spiegate

**Risposte:**

Esercizio 1

a) Saggio marginale di sostituzione. Prendo una trasformazione monotona: $W = \log(U - a_1) = \log a_2 + \frac{1}{2}\log(bx_1) + \frac{1}{2}\log(bx_2)$

$$SMS = \frac{W_{x_1}}{W_{x_2}} = \frac{\frac{1}{2}\frac{b}{bx_1}}{\frac{1}{2}\frac{b}{bx_2}} = \frac{x_2}{x_1}$$

b) Non cambia perchè i parametri sono solo trasformazioni monotone.

c) Le funzioni di domanda sono date dalla condizioni:

$$\begin{aligned} SMS = \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = I \end{aligned}$$

quindi non risentono del cambiamento dei parametri della funzione di utilità.

d) No perchè la funzione non è omogenea: il consumatore risentirebbe di illusione monentaria.

Esercizio 2

a) La curva di domanda di mercato è la somma orizzonatale delle curve di domanda dei singoli consumatori. Quindi: $Q = \sum_{i=1}^{100} q_i = 100(100 - ap) = 100^2 - 100ap$. La funzione di domanda ha senso per $Q \geq 0$, quindi per $ap < 100$

b) L'elasticità al prezzo è data da:

$$\varepsilon_{q,p} = -\frac{dQ}{dp}\frac{p}{Q} = 100a\frac{p}{Q} = \frac{100ap}{100^2 - 100ap} = \frac{1}{\frac{100}{ap} - 1} \quad \text{per } ap < 100$$

all'aumentare di $a$ l'elasticità aumenta

c) Il profitto del monopolista sarà:

$$\begin{aligned} \pi &= pQ - 5Q = p(100^2 - 100ap) - 5(100^2 - 100ap) \\ &= 100^2p - 100ap^2 - 500^2 + 500ap \end{aligned}$$

da cui

$$\frac{d\pi}{dp} = 100^2 - 200ap + 500a = 0$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{100^2 + 500a}{200a} = \frac{50}{a} + \frac{5}{2} \\ Q &= 100^2 - 100(a\frac{50}{a} + \frac{5}{2}a) \\ &= 5000 + 250a \end{aligned}$$

d) A parità di prezzo l'effetto di un aumento di $a$ è quello di diminuire la quantità domandata, questo lo si nota bene dall'elasticità della domanda che diventa maggiore. Quindi mi aspetto che un aumento di $a$ diminuisca il ricavo marginale del monopolista e anche i sui profitti.

$$\begin{aligned}\pi &= (p-5)Q \\ &= (\frac{50}{a} - \frac{5}{2})(5000 + 250a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\pi}{da} &= -\frac{50}{a^2}(5000 + 250a) + (\frac{50}{a} - \frac{5}{2})250 \\ &= -\frac{50}{a^2}5000 - \frac{50}{a}250 + \frac{50}{a}250 - \frac{5}{2}250 \\ &= -\frac{50}{a^2}5000 - \frac{5}{2}250 < 0\end{aligned}$$

Esercizio 3

a) La prima domanda è standard:

$$\min 15K + 10L \qquad \text{s.t.} \quad Q = 20K^{0.2}L^{0.8}$$

la funzione di Lagrange è:

$$\mathbf{L} = 15K + 10L + \lambda(Q - 20K^{0.2}L^{0.8})$$

Le condizioni del primo ordine sono

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial K} &= 15 - \lambda(4K^{-0.8}L^{0.8}) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial L} &= 10 - \lambda(16K^{0.2}L^{-0.2}) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda} &= Q - 20K^{0.2}L^{0.8} = 0\end{aligned}$$

Rosolviamo per $\lambda$ otteniamo:

$$\lambda = \frac{15}{4K^{-0.8}L^{0.8}} = \frac{10}{16K^{0.2}L^{-0.2}}$$

da cui si ottiene che il SMST è:

$$L = 6K$$

Se sostituiamo questa condizione nel vincolo otteniamo:

$$\begin{aligned}K &= \frac{Q}{20(6)^{0.8}} \\ L &= \frac{6Q}{20(6)^{0.8}}\end{aligned}$$

b) La funzione di costo di lungo periodo è

$$\begin{aligned} C(Q) &= 15K + 10L \\ &= 15\frac{Q}{20(6)^{0.8}} + 10\frac{6Q}{20(6)^{0.8}} \\ &= 15\frac{Q}{4(6)^{0.8}} \end{aligned}$$

Il costo marginale è

$$MC = \frac{15}{4(6)^{0.8}}$$

c) Proviamo a calcolare il moltiplicatore di lagrange

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{10}{16K^{0.2}L^{-0.2}} = \frac{10}{16}\frac{L^{0.2}}{K^{0.2}} = \frac{5}{8}\frac{(\frac{6Q}{20(6)^{0.8}})^{0.2}}{(\frac{Q}{20(6)^{0.8}})^{0.2}} \\ &= \frac{5}{8}(6)^{0.2} = \frac{5}{8}(6)^{0.2}\frac{(6)^{0.8}}{(6)^{0.8}} = \frac{30}{8(6)^{0.8}} = \frac{15}{4(6)^{0.8}} \end{aligned}$$

altro non è che il costo marginale!

Esercizio 4

a) L'equilibrio di Nash è (Espandersi, Non espandersi)=(4,2). Il giocatore A ha una strategia dominante mentre B no. Quindi, l'equilibrio di Nash si può ottenere con le strategie dominate iterate.

b) Si perchè per spostarsi in un'altra distribuzione almeno un giocatore deve accettare di diminuire il suo benessere.

c) Nel caso in cui l'impresa A giochi per prima acquisisce un vantaggio della prima mossa, in questo caso gli equlibri di Nash dei sottogioci sono due (4,2) e (2,3) ma l'unico che è anche equilibrio dell'intero gioco è (2,3).