Esame di Economia Politica 1 - A-L
Appello del 30 gennaio 2014

Rispondere in modo chiaro e coinciso alle seguenti domande.
Tempo a disposizione: 90 minuti

1) L'utilità di un individuo dipende dalla sua salute e dal consumo. La salute è misurata dalla speranza di vita residua, ovvero da quanti anni l'individuo, date le sue caratteristiche e i suoi stili di vita, può attendersi di vivere ancora. Sia quindi l'utilità dell'individuo data dalla funzione $U = L^a C^{1-a}$ dove L è la speranza di vita residua, misurata in anni, e C il consumo di un bene composito. Sia il prezzo del consumo $p_C = 10$. Per la speranza di vita, ovviamente, non c'è un mercato e non c'è quindi un prezzo di mercato. L'obiettivo di questo esercizio è determinare quanto vale per l'individuo un anno di speranza di vita in più, ovvero quanto l'individuo sarebbe disposto a spendere per un anno di vita in più.

Siano inizialmente $L = 40$ e $C = 80$.

a) (4 punti) A quanto consumo l'individuo è disposto è rinunciare (al massimo) per aumentare marginalmente la sua speranza di vita? Quanto vale questa rinuncia, ovvero quanto è disposto l'individuo a pagare per un aumento unitario nella speranza di vita?

b) (2 punti) La popolazione è composta da 10 individui identici. Supponete che il governo abbia in cantiere una nuova politica sanitaria che potrebbe portare a un aumento della speranza di vita della popolazione pari a 1,5 anni. Il suo costo è però pari 100. Per quali valori di a il beneficio della politica (ovvero il totale di quanto sarebbero disposti gli indiviudi a pagare) supera i suoi costi?

c) (2 punti) Supponente che la speranza di vita residua di un individuo deceduto in un incidente stradale fosse pari a 25 anni. Questo individuo si aspettava di percepire un reddito di 100 euro all'anno per tutti gli anni di vita residui e di consumare ogni anno tutto il suo reddito. Un giudice stabilisce un risarcimento per i suoi eredi pari a 2500 euro, pari al reddito che avrebbe percepito nel resto della sua vita. Ritenete questo risarcimento congruo? (rispondere sulla base di quanto trovato nei punti a) e b))

2) Un'impresa prende i prezzi di input e output come dati. La sua funzione di produzione è $Y = L^{\frac{1}{4}} K^{\frac{1}{4}}$ dove L sono le unità di lavoro e K le unità di capitale. Il prezzo del lavoro è w, il prezzo del capitale è $r = 1$ e il prezzo dell'output è p.

a) (3 punti) Sul mercato operano 8 imprese uguali. Determinare la curva di domanda di lavoro dell'industria e la curva di offerta dell'industria.

b) (3 punti) La curva di domanda di mercato per il bene Y è data da $p = 200 - aY$, dove a è un parametro che cattura la pendenza della domanda. Determinare l'equilibrio sul mercato del prodotto e determinare quanto ciascuna impresa produce.

c) (2 punti) Sul mercato del lavoro opera un sindacato monopolista che determina il salario prendendo la domanda il lavoro delle imprese come data. L'obiettivo del sindacato è quello di massimizzare una sua propria funzione di utilità che dipende sia dal salario che dalla quantità di lavoro effettivamente occupata dalle imprese a quel salario. Sia questa utilità data da $U = \min[L^{\frac{1}{2}}, w^{\frac{1}{4}}]$. Quale combinazione di lavoro e salario sceglierà il sindacato? Che relazione c'è tra la domanda del bene finito (il parametro a in pratica) e il salario che il sindacato riesce a spuntare? Commentare.

3) Due imprese operano secondo il duopolio di Stackelberg. La curva di domanda di mercato è $p = 100 - Y$. I costi marginali delle due imprese sono identici, costanti e pari a $MC = 10$.

a) (4 punti) determinare l'equilibrio su questo mercato

b) (4 punti) supponete che entri nel mercato una seconda impresa follower, con le stesse caratteristiche delle altre e che nel secondo stadio del gioco le due imprese follower competano à la Cournot rispetto alla domanda residuale. Determinare l'equilibrio di mercato tra impresa leader e imprese follower in questo caso.

4) Questo esercizio tratta della tragedia delle terre comuni discussa dal filosofo David Hume. Un villaggio medioevale inglese dispone di una terra comune che viene utilizzata come pascolo simultaneamente da 2 pastori per le loro pecore. Le pecore danno lana, latte e carne in funzione della quantità di alimenti che riescono ad ottenere. Complessivamente, il pascolo in una stagione offre un numero fisso unità di alimenti, quindi la quantità di alimenti disponibile per ogni pecora diminuisce al crescere del numero di pecore. Supponiamo che ogni pastore i faccia pascolare sulla terra comune q_i pecore e quindi assumiamo che ogni pecora produca un reddito pari a $p = 900 - (q_1 + q_2)$. Sia c il costo di ogni pecora.

a) (4 punti) Qual è il numero di pecore scelto in equilibrio dai due pastori?

b) (3 punti) Se il numero di pastori fosse N, quale sarebbe l'equilibrio di Nash (hint: tutti i pastori sono uguali, quindi il problema è simmetrico)?

c) (1 punto) Nel caso di cui al punto b), qual è il numero di pecore che massima il reddito totale nel villaggio (hint: tutti i pastori sono uguali, quindi il problema è simmetrico)? Commentare.

Soluzioni

1) La disponibilità (marginale) a pagare per un bene è pari al saggio marginale di sostituzione moltiplicato per il prezzo del bene cui si rinuncia.

1.a) A quanto consumo di rinuncia?

Supponente di mettere L in ascissa e C in ordinata. Per mantenere costante l'utilità, si deve scambiare L con C secondo il saggio marginale di sostituzione. Sappiamo che $\frac{dC}{dL} = SMS_{CL} = \frac{U'_L}{U'_C}$ e quindi per "pagare" una variazione marginale positiva in L siamo dispositi a rinunciare al massimo a $dC = \frac{U'_L}{U'_C} dL$. Poiché $SMS_{CL} = \frac{a}{1-a}\frac{C}{L}$, un aumento unitario nella speranza di vita, cioè $dL = 1$ deve essere compensato con una riduzione nel consumo pari a $dC = \frac{a}{1-a}\frac{C}{L} = 2\frac{a}{1-a}$

Il valore della riununcia, ovvero la disponibilità massima a pagare, è $dC \times p_C = 2\frac{a}{1-a}p_C = 20\frac{a}{1-a}$

1.b) Dieci persone identiche sono disposte a pagare per la politica che aumenta la speranza di vita di $dL = 1.5$ un ammontare pari a $10 \times (\frac{a}{1-a}\frac{C}{L}) \times dL \times p_C)$ che fa $300\frac{a}{1-a}$. I benefici della politica superano i costi se $300\frac{a}{1-a} > 100$ ovvero se $a > \frac{1}{4}$.

1.c) Per questa persona la disponibilità a pagare per un anno di vita residua è pari a $SMS_{CL} \times p_C = \frac{a}{1-a}\frac{100}{25} \times 10 = 40\frac{a}{1-a}$. Poiché muore nell'incidente, subisce una perdita di 25 anni di vita residua che "valgono" $25 \times 40\frac{a}{1-a}$. Il risarcimento stabilito dal giudice è adeguato se $2500 > 1000\frac{a}{1-a}$ ovvero se $a < \frac{5}{7}$.

2)

2.a) La curva di domanda di lavoro dell'industria è la somma orizzontale della curva di domanda derivata di lavoro delle imprese. Per una data impresa la domanda derivata deriva dal problema di massimo profitto:

$$\max_{L,K} pL^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}} - wL - K$$

Dalle condizioni di primo ordine si ottiene

$$L^* = \frac{p^2}{16w^{\frac{3}{2}}}$$

$$K^* = \frac{p^2}{16w^{\frac{1}{2}}}$$

per cui la curva di domanda di lavoro dell'industria è pari a

$$L^D = 8L^* = 8\frac{p^2}{16w^{\frac{3}{2}}} = \frac{p^2}{2w^{\frac{3}{2}}}$$

La curva di offerta dell'impresa si può ottenere calcolando la curva di costo totale e poi prendendo la curva di costo marginale, oppure sostituendo direttamente L^* e K^* nella funzione di produzione. Seguendo quest'ultima strada si ottiene

$$Y^* = \left(\frac{p^2}{16w^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{p^2}{16w^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{p}{4w^{\frac{1}{2}}}$$

e l'offerta dell'industria è pari a

$$Y^S = 8Y^* = \frac{2p}{w^{\frac{1}{2}}}$$

2.b) Sul mercato del bene l'equilibrio è dato da domanda=offerta

$$\begin{cases} Y = \frac{2p}{w^{\frac{1}{2}}} \\ p = 200 - aY \end{cases}$$

L'equilibrio è

$$p^* = \frac{200w^{\frac{1}{2}}}{w^{\frac{1}{2}} + 2a}$$

$$Y^* = \frac{400}{w^{\frac{1}{2}} + 2a}$$

e la produzione di ciascuna impresa è $y_i = \frac{1}{8}Y^* = \frac{50}{w^{\frac{1}{2}}+2a}$

2.c) Il sindacato vuole scegliere un punto sulla curva di domanda di lavoro dell'industria che massimizza la sua utilità. Date le preferenze del sindacato, le sue curve di indifferenza sono curve ad angolo. Il luogo dei punti d'angolo si ottiene eguagliando gli argomenti della funzione minimo. Quindi la soluzione del sindacato è data dal sistema:

$$L = \frac{(p^*)^2}{2w^{\frac{3}{2}}} = \frac{200^2}{2w^{\frac{1}{2}}(w^{\frac{1}{2}} + 2a)^2}$$

$$L^{\frac{1}{2}} = w^{\frac{1}{4}}$$

Sostituendo si ottiene

$$\frac{200}{\sqrt{2}w^{\frac{1}{4}}(w^{\frac{1}{2}} + 2a)} = w^{\frac{1}{4}}$$

ovvero

$$w + 2aw^{\frac{1}{2}} - 100\sqrt{2} = 0$$

Risolvendo $w^{\frac{1}{2}}$, le soluzioni sono

$$w^{\frac{1}{2}} = -a \pm \sqrt{a^2 + 100\sqrt{2}}$$

Solo una soluzione è accettabile ovvero

$$w^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a^2 + 100\sqrt{2}} - a$$

La derivata del termine di destra rispetto ad a produce

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + 100\sqrt{2}}} - 1$$

che è sicuramente negativa. Quindi il salario che il sindacato può spuntare decresce al crescere di a. Al crescere di a infatti sia la produzione che il prezzo del prodotto finito sono inferiori (perché la domanda di bene finito si riduce) come pure la domanda di lavoro.Quindi c'è meno "spazio" per ottenere salari elevati.

3)

3.a) equilibrio di Stackelberg:

La follower massimizza

$$\pi_2 = (100 - y_1 - y_2)y_2 - 10y_2$$

e ottiene la curva di reazione

$$y_2 = \frac{90 - y_1}{2}$$

La leader massimizza

$$\pi_1 = \left(100 - y_1 - \frac{90 - y_1}{2}\right) y_1 - 10y_1$$

e ottiene

$$y_1 = 45$$

da cui $y_2 = \frac{45}{2}$

3.b) Nel secondo stadio si gioca Cournot tra le imprese 2 e 3.

Le curve di reazione delle due imprese sono

$$y_2 = \frac{90 - y_1 - y_3}{2}$$

$$y_3 = \frac{90 - y_1 - y_2}{2}$$

e l'equilibrio nel secondo stadio è

$$y_2 = y_3 = 30 - \frac{1}{3}y_1$$

Nel primo stadio, la leader massimizza

$$\pi_1 = \left(100 - y_1 - 2\left(30 - \frac{1}{3}y_1\right)\right) y_1 - 10y_1$$

che dà ancora

$$y_1 = 45$$

mentre le due follower producono

$$y_2 = y_3 = 15$$

4) Questo gioco a tutti gli effetti è il modello di Cournot.

4.a) ogni pastore i massimizza

$$\pi_i = (900 - q_1 - q_2)q_i - cq_i$$

e ottiene la curva di reazione

$$q_i = \frac{900 - c - q_j}{2}$$

Poiché i pastori sono uguali in equilibrio sceglieranno la stessa quantità di pecore per cui si ha

$$q_1 = q_2 = \frac{900 - c}{3}$$

4.b) se ci sono N pastori, tutti uguali, ciascuno massimizza:

$$\pi_i = (900 - q_i - \sum_{j \neq i} q_j)q_i - cq_i$$

da cui la funzione di reazione è

$$q_i = \frac{900 - c - \sum_{j \neq i} q_j}{2}$$

Poiché in equilibrio tutti scelgono la stessa quantità q, abbiamo

$$q = \frac{900 - c - (N-1)q}{2}$$

e quindi

$$q = \frac{900 - c}{N + 1}$$

4.c) Il reddito complessivo del villaggio è

$$\Pi = \sum_{i=1}^{N} \left[\left(900 - q_i - \sum_{j \neq i} q_j \right) q_i - cq_i \right]$$

che deve essere massimizzato rispetto a tutti i q_i ottenendo un sistema di N condizioni di primo ordine in N incognite. Tuttavia essendo il problema simmetrico, si semplifica molto. Riscriviamolo come

$$\Pi = \left[\left(900 - q_1 - \sum_{j \neq 1} q_j \right) q_1 - cq_1 \right] + \sum_{t=2}^{N} \left[\left(900 - q_t - \sum_{j \neq t} q_j \right) q_t - cq_t \right]$$

La condizione di primo ordine rispetto a q_1 è

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \left[\left(900 - 2q_1 - \sum_{j \neq i} q_j \right) - c \right] + \sum_{t=2}^{N} [-q_t] = 0$$

Poiché in equilibrio tutti i q_i sono uguali, si ha

$$(900 - 2q - (N-1)q) - c - (N-1)q = 0$$

ovvero

$$900 - 2Nq - c = 0$$

che fa

$$q = \frac{900 - c}{2N}$$

che è molto minore rispetto all'equilibrio di Nash del punto b). Massimizzando congiuntamente il reddito del villaggio si tiene conto dell'effetto negativo che una pecora addizionale posta nel terreno comune da Mr. i causa a tutti gli altri pastori. Quindi, la quantità ottimale di pecore per ciascuno sarà minore rispetto a quella che si ottiene in equilibrio di Nash. La morale è che quando l'uso di un bene comune non è regolato, ma lasciato alla discrezione dei singoli, si ottiene un esito socialmente inferiore, la tragedia delle terre comuni appunto.