Esame Di Economia Politica 1 - A-L
Appello del 20 settembre 2013

Rispondere in modo chiaro e coinciso alle seguenti domande
Tempo a dispozione: 90 minuti

1) (6 punti) Un consumatore deriva utilità dal consumo dei beni x e y. La sua funzione di utilità è $U = \sqrt{x} + \sqrt{y}$. I prezzi dei beni sono p_x e p_y e il reddito del consumatore è pari a I.

***a)** determinare le curve di domanda del consumatore

***b)** calcolare l'elasticità della curva di domanda del bene x rispetto al suo prezzo

***c)** calcolare l'elasticità della curva di domanda rispetto al reddito. Dire se x è un bene normale o inferiore e se è un bene di lusso o meno.

2) (9 punti) Un consumatore vive due periodi, lavora nel primo e riceve una pensione nel secondo. La sua utilità deriva dal consumo corrente e futuro e dal tempo libero. La dotazione di tempo in ogni periodo è pari a T. La sua utilità è rappresentata dalla funzione

$$U = c_1^{\frac{1}{2}} l_1^{\frac{1}{2}} + \beta c_2^{\frac{1}{2}} l_2^{\frac{1}{2}}.$$

che somma l'utilità nel periodo 1 all'utilità nel periodo 2 e dove β è il fattore di sconto psicologico del consumatore che serve a "pesare" l'utilità futura del consumatore. Ovviamente si ha che $l_2 = T$ dato che il consumatore non lavora nel secondo periodo. Sia r il tasso di interesse di mercato e w il salario di mercato.

***a)** scrivere il vincolo di bilancio intertemporale del consumatore

b) massimizzare l'utilità del consumatore (hint: per semplificare e velocizzare i calcoli, usate il metodo del Lagrangiano; derivate il Lagrangiano per c_1, l_1 e c_2 in questo ordine; dividete la prima condizione per la seconda e poi la prima per la terza)

c) assumete che $\beta > \frac{1}{1+r}$ ovvero che il fattore di sconto del consumatore sia maggiore del fattore di sconto del mercato. Questo implica che $r > \frac{1-\beta}{\beta}$. Cosa succede al benessere del consumatore se r cresce? cambierebbe qualcosa se avessimo assunto che $\beta < \frac{1}{1+r}$? commentare.

3) (9 punti) Su un mercato operano due imprese. L'impresa A ha una funzione di costo pari a $C_A(y_A) = \frac{1}{2}y_A^2$ e l'impresa B ha una funzione di costo pari a $C_B(y_B) = \frac{5}{6}y_B^2$. La domanda di mercato è data dalla funzione $p = 150 - Y$.

***a)** determinare l'equilibrio di Cournot su questo mercato

***b)** supponete che le due imprese formino un cartello. I profitti del cartello saranno divisi equamente tra le imprese. Determinare la quantità ottima di produzione di ciascuna impresa nel cartello, il prezzo di mercato e i profitti per le due imprese.

c) supponete come nel punto b) che le due imprese formino un cartello, ma che la costituzione del cartello comporti un costo di lobbying che dipende dal markup che pratica il cartello. L'idea è che quanto più vistosi sono i margini per le imprese, tanto più probabile è che l'autorità antitrust intervenga e tante più risorse devono quindi essere impiegate nell'azione di lobbying. Sia il costo di lobbying dato da $D = a\frac{p}{MC}$ dove p/MC è il mark-up e MC è il costo marginale del cartello e a è un parametro positivo. Come cambia la produzione complessiva ottimale decisa dal cartello (hint: per rispondere è sufficiente osservare la condizione di primo ordine)?

4) (8 punti) Considerate il seguente gioco: il giocatore 1 muove per primo e sceglie tra due azioni, A o B. Il giocatore 2 osserva l'azione del giocatore 1 e risponde scegliendo tra 2 azioni, C, D.

***a)** scegliete i payoff in modo che il giocatore 2 possa, volendo, bluffare, ovvero possa adottare una strategia che contenga una minaccia non credibile, che se creduta dal giocatore 1, porti un payoff elevato al giocatore 2. Rappresentate il gioco in forma estesa e in forma normale. Determinate quindi gli equilibri di Nash e gli equilibri perfetti nei sottogiochi (hint: ovviamente non c'è un unica soluzione possibile! basta indicarne una).

b) Supponete ora che il giocatore 2 abbia tre azioni disponibili tra cui scegliere, C, D, E. Mantenete i payoff che avete determinato nel punto a) e sceglietene altri per le nuove "foglie" dell'albero, in modo che il giocatore 2 abbia più possibilità di bluffare di quante ne avesse nel punto a) (ovvero in modo che ci siano più equilibri di Nash rispetto al punto sopra che non siano perfetti nei sottogiochi). Rappresentate il gioco in forma estesa e in forma normale. Determinate quindi gli equilibri di Nash e gli equilibri perfetti nei sottogiochi (hint: ovviamente non c'è un unica soluzione possibile! basta indicarne una).

Soluzioni

Es 1)
a) le curve di domanda si ottengono dal sistema

$$SMS_{yx} = \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{p_x}{p_y}$$

$$p_x x + p_y y = I$$

e sono

$$x^* = \frac{I p_y}{p_x p_y + p_x^2}$$

$$y^* = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^2 \frac{I p_y}{p_x p_y + p_x^2} = \frac{I p_x}{p_x p_y + p_y^2}$$

b) l'elasticità rispetto al proprio prezzo della domanda di x è

$$\varepsilon = -\frac{\partial x^*}{\partial p_x}\frac{p_x}{x^*} = \frac{I p_y}{\left[p_x p_y + p_x^2\right]^2}\left(p_y + 2p_x\right)\frac{p_x\left(p_x p_y + p_x^2\right)}{I p_y} = \frac{p_y + 2p_x}{p_y + p_x}$$

c) l'elasticità della domanda di x rispetto a I è

$$\varepsilon = \frac{\partial x^*}{\partial I}\frac{I}{x^*} = \frac{p_y}{p_x p_y + p_x^2}\frac{I}{\frac{I p_y}{p_x p_y + p_x^2}} = 1$$

Il bene x è un bene normale ma non di lusso.

Es 2)
a) Il vincolo di bilancio del consumatore si ottiene come segue

$$c_1 + s_1 = wL$$

$$c_2 = s_1(1+r)$$

$$L = T - l_1$$

esplictando $s_1$dalla prima equazione e sostuendolo nella seconda si ottiene

$$c_1(1+r) + c_2 = (1+r)wL$$

e infine, sostituendo la terza,

$$c_1(1+r) + c_2 + (1+r)wl_1 = (1+r)wT$$

b) Scriviamo la Lagrangiana:

$$L = c_1^{\frac{1}{2}} l_1^{\frac{1}{2}} + \beta c_2^{\frac{1}{2}} T^{\frac{1}{2}} - \lambda\left(c_1(1+r) + c_2 + (1+r)wl_1 - (1+r)wT\right)$$

Le condizioni di primo ordine sono

$$\frac{1}{2}c_1^{-\frac{1}{2}}l_1^{\frac{1}{2}} = \lambda(1+r) \tag{1}$$

$$\frac{1}{2}c_1^{\frac{1}{2}}l_1^{-\frac{1}{2}} = \lambda(1+r)w \tag{2}$$

$$\frac{1}{2}\beta c_2^{-\frac{1}{2}}T^{\frac{1}{2}} = \lambda \tag{3}$$

$$c_1(1+r) + c_2 + (1+r)wl_1 - (1+r)wT = 0 \tag{4}$$

dividendo la prima per la seconda si ottiene

$$l_1 = \frac{1}{w}c_1 \tag{5}$$

dividendo la prima per la terza si ottiene

$$\frac{1}{\beta}\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{l_1^{\frac{1}{2}}}{T^{\frac{1}{2}}} = (1+r) \tag{6}$$

sostituendo la (5) nella (6) si ottiene

$$c_2^* = \beta^2(1+r)^2 wT \tag{7}$$

sostituendo la (5) e la (7) nella (4) si ottiene

$$c_1^* = \frac{(1+r)wT - \beta^2(1+r)^2 wT}{2(1+r)} = wT\left[\frac{1}{2} - \frac{\beta^2}{2}(1+r)\right]$$

e infine

$$l_1^* = T\left[\frac{1}{2} - \frac{\beta^2}{2}(1+r)\right]$$

c) sostituendo nell' utilità si ha:

$$U = \frac{\sqrt{w}T}{2}\left[1 + \beta^2(1+r)\right]$$

Se il tasso di interesse aumenta l'utilità complessiva aumenta, indipendentemente dal fattore di sconto del consumatore. Questo dipende dal fatto che il consumatore può solo risparmiare e quindi beneficia dell'effetto reddito legato a un aumento del tasso di interesse.

Es 3)
a) le curve di reazione delle due imprese sono

$$150 - 2y_A - y_B = y_A$$

$$150 - y_A - 2y_B = \frac{5}{3}y_B$$

che messe a sistema producono $y_A = 40$, $y_B = 30$, $p^* = 80$, $\pi_A = 2400$, $\pi_B = 1650$

b) si può risolvere in due modi. Primo modo: massimizzare il profitto del cartello (=somma dei profitti delle imprese) rispetto a y_A e y_B. Il profitto del cartello è

$$\pi^C = (150 - y_A - y_B)(y_A + y_B) - \frac{1}{2}y_A^2 - \frac{5}{6}y_B^2$$

Facendo il sistema delle derivate parziali si ottiene $y_A = \frac{250}{7}$, $y_B = \frac{150}{7}$, $p^C = \frac{650}{7}$, $\pi^C = \frac{30000}{7}$ e ciascuna impresa ottiene la metà di π^C.

Secondo modo: calcolare il costo marginale di cartello come somma orizzontale dei due costi marginali (ovvero: dato un livello di costo marginale, quanto le imprese producono congiuntamente?). La somma orizzantale dei costi marginali da

$$MC^C = \frac{5}{8}Y$$

Il profitto di cartello è quindi massimizzato quando MR di cartello sono uguali a MC di cartello. $MR^C = 150 - 2Y$ e quindi $MR^C = MC^C$ implica che $Y = \frac{400}{7}$ e che il corrispondente $MC^C = \frac{250}{7}$ per cui, sostituendo nelle funzioni di costo marginale delle singole imprese si ottiene ancora $y_A = \frac{250}{7}$ e $y_B = \frac{150}{7}$ etc.

c) Sostituendo la curva di domanda e il costo marginale di cartello del punto b), abbiamo che

$$D = a\frac{150 - Y}{\frac{5}{8}Y}$$

Usando il secondo metodo descritto in b), il massimo profitto del cartello adesso deve soddisfare la condizione

$$MR^C = MC^C + \frac{\partial}{\partial Y}D$$

ovvero

$$150 - 2Y = \frac{5}{8}Y - a\frac{240}{Y^2}$$

Ne consegue che rispetto alla condizione di massimo profitto del punto b) i costi marginali complessivi ($MC^C + \frac{\partial}{\partial Y}D$) sono minori. Quindi il cartello produrrà una quantità maggiore, riducendo i margini.

Es. 4

a) Dobbiamo costruire un gioco che abbia due equilibri di Nash di cui uno solo perfetto nei sottogiochi. Una possibilità è la seguente. Riporto i payoff corrispondenti a ogni esito del gioco nella seguente tabella. Il primo numero della coppia si riferisce al giocatore 1 e il secondo al giocatore 2

	C	D
A	-100,1	100,10
B	50,20	70,5

Tracciando l'albero del gioco e procedendo a ritroso, si ottiene che l'quilibrio perfetto è (A,DC). Dalla forma normale (una matrice 2x4) l'altro equilibrio di Nash è (B,CC). La strategia CC contiene il bluff.

b) espando il gioco di cui al punto a) con i payoff come nella tabella qui sotto.

	C	D	E
A	-100,1	100,10	-50,5
B	50,20	70,5	40,20

Tracciando l'albero del gioco e procedendo a ritroso si ottiene che l'equilibrio perfetto é (A,DE). Dalla forma normale qui sotto si ottiene che gli altri equilibri di Nash sono (B,CE) (B,EE)

	CC	CD	CE	DC	DD	DE	EC	ED	EE
A	-100,1	-100,1	-100,1	100,10	100,10	100,10	-50,5	-50,5	-50,5
B	50,20	70,5	40,30	50,20	70,5	40,30	50,20	70,5	40,30