La Teoria dei Giochi

Teoria dei giochi

Introduzione

1. Un gioco è caratterizzato dalla **regole** che lo governano, cioè dal numero di giocatori, dalle strategie a disposizione di ciascuno giocatore e dagli esiti (payoff) associati ad ogni combinazione di strategie giocabili.
2. **L'obiettivo** di un giocatore consiste nella **Massimizzazione del proprio esito finale**. Inoltre ogni giocatore sa che anche gli altri perseguono il medesimo obiettivo.
   a. Questo conduce la concetto di razionalità massimizzante, tipicamente neoclassico, esplicitamente usato dalla teoria dei giochi.
3. L'interazione strategica tra individui, sulla base delle norme dettate dalla loro razionalità, produce, quando esiste, **l'equilibrio del gioco**, che può non essere unico.
   a. Un equilibrio è definibile come la combinazione delle migliori strategie a disposizione di ognuno degli agenti che prendono parte del gioco.
   b. Il concetto di equilibrio è, quindi, distinto da quello di esito del gioco, che si identifica nell'insieme dei payoff prodotti dalla strategie di equilibrio.

Classificazione dei giochi

1. Giochi cooperativi e **giochi non cooperativi**
2. Per i giochi non cooperativi escludiamo che:
    a. Possano esservi contrattazioni preliminari a carattere vincolante
    b. Possano esservi pagamenti collaterali tra giocatori.
3. Per i giochi non cooperativi diremo:
    a. Che è un gioco a **somma costante** se il payoff complessivo a disposizione degli agenti è invariante al variare delle loro scelte: il guadagno di uno è la perdita dell'altro. Nel caso contrario diciamo che il gioco è a **somma variabile.**
    b. Che il gioco è ad **informazione perfetta,** se ogni giocatore, in ogni istante del gioco, è interamente a conoscenza della sua storia passata; vale a dire dell'intera sequenza di mosse effettuate da lui e dagli altri fino a quel momento.
    c. Che il gioco è ad **informazione simmetrica**, se nessuno dei giocatori dispone di informazioni di cui non siano in possesso anche tutti gli altri.
    d. Che il gioco è ad **informazione completa**, se gli agenti conoscono le regole del gioco, cioè il numero e l'identità dei giocatori, le strategie a disposizione di ciascuno e i payoff conclusivi.

Rappresentazione dei giochi

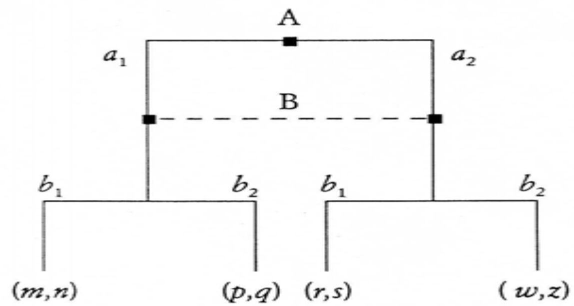
1. La rappresentazione in forma **normale o strategica**

GIOCO G.0 (forma strategica)

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	m	n	p	q
	a_2	r	s	w	z

2. La rappresentazione in **forma estesa**

GIOCO G.0 (forma estesa)



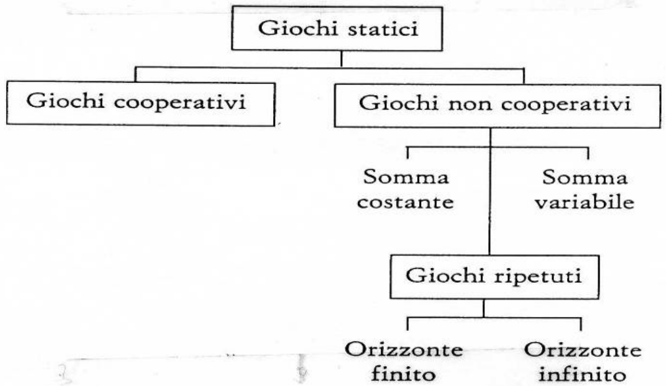
La presenza di un legame tra più nodi in forma tratteggiata evidenzia il fatto che il giocatore in questione non sa con esattezza in quale nodo si trova. Se invece il set informativo comprende un solo nodo, il gioco è ad informazione perfetta.

- Indichiamo come **supergioco** l'intera struttura ad albero. Definiamo come **sottogioco** (proprio) ciascun sottoinsieme del supergioco avente origine in un nodo singolo e contenente tutti i nodi successivi a quello di origine

- Informazione asimmetrica $\Rightarrow$ informazione imperfetta

- Informazione incompleta $\Rightarrow$ informazione imperfetta

- Informazione incompleta $\Rightarrow$ (spesso) informazione asimmetrica



Giochi in forma strategica a somma variabile: alcuni criteri di soluzione

1. **Il criterio della dominanza.** Una strategia h è dominante su tutte le altre possibili strategie a disposizione del giocatore, quando il risultato associato a h è sempre il migliore, quale che sia la mossa dell'avversario.
   a. Quando il risultato anziché migliore in senso stretto è non peggiore si parla di **dominanza debole**

GIOCO G.1

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	11	7	8	10
	a_2	10	12	6	12

Se esiste tra le mosse del giocatore una strategia dominante, è naturale attendersi che essa verrà giocata, escludendo di norma la scelta delle strategie alternative. Allo stesso modo si può escludere che vengano giocate strategie dominate in quanto vi sono alternative che garantiscono guadagni maggiori.
Il fatto che esistano strategie dominanti è noto non solo al giocatore ma anche a tutti gli altri. Tutti perciò dovranno ovviamente tener conto, scegliendo le rispettive mosse, del fatto che uno di loro giocherà **con certezza** la strategia dominante di cui dispone.

b. **La dominanza iterata.**

GIOCO G.2

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	11	15	3	14
	a_2	10	13	20	12

La strategia b1 domina la b2. Il giocatore A (che non possiede strategie dominanti), può però ritenere ragionevole che B sceglierà b1 e dunque opterà per scegliere a1. Un meccanismo di questo genere, da parte del giocatore A prevede l'applicazione del criterio della dominanza iterata.

Razionalità nella teoria dei giochi. Ogni giocatore si comporta in modo da ottenere il meglio per se; sa che anche l'avversario si comporta in modo analogo ed è quindi in grado di valutare sia le proprie che le altrui scelte. Possiamo dire che il criterio di scelta segue un ragionamento del tipo: "io so che tu sai che io so che tu sai che………". In altre parole i giocatori risolvono un problema di ottimo vincolato al fatto che anche gli avversari perseguano un ottimo vincolato.

c. **Critiche al criterio della dominanza**

i. Il criterio della dominanza non prende in considerazione motivazioni di prudenza (G3).

ii. Il criterio della dominanza non garantisce l'unicità delle strategie di equilibrio. [redacted]

GIOCO G.3

		B					
		b_1		b_2		b_3	
A	a_1	10	50	6	5	0	–3
	a_2	10	0	6	1	5	–9

2. Soluzioni ovvie

GIOCO G.4

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	25	25	3	4
	a_2	4	3	4	4

Nel gioco G.4 la coppia di strategie (a1-b1) **si impone** come equilibrio, eppure non è frutto di scelte che seguono il criterio della dominanza (a1 non è dominante su a2 e b1 non lo è su b2). Tuttavia se i giocatori avessero la possibilità di accordarsi preventivamente avrebbero entrambi l'interesse a stabilirsi su (a1-b1).

Equilibrio ovvio. E' quel equilibrio in corrispondenza del quale nessun giocatore trae vantaggio dallo spostarsi, nel senso che non solo egli non ha incentivo a deviare dalla propria scelta ma neppure che gli altri giocatori devino dalle proprie scelte. **Equilibrio self enforcing**

3. **Equilibrio di NASH**

a. **Definizione.** Una soluzione costituisce equilibrio di Nash (1951) quando le strategie di ciascun giocatore rappresentano la scelta migliore, date le migliori altrui strategie. In altri termini, un equilibrio è di Nash se ciascun giocatore, una volta osservate le scelte degli altri, non ha alcun interesse a cambiare la propria.

GIOCO G.5

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	6	6	10	3
	a_2	5	7	4	8

Si può facilmente mostrare che un equilibrio che sia frutto di strategie dominanti è anche un equilibrio di Nash, mentre non vale il contrario.

b. **Molteplicità degli equilibri di Nash**

GIOCO G.6

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	16	4	10	5
	a_2	17	8	9	4

c. **Assenza dell'equilibrio di Nash**

GIOCO G.7

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	4	3	2	4
	a_2	2	8	8	7

d. **Il gioco del contribuente**

GIOCO DEL CONTRIBUENTE

		CONTRIB.			
		PAGA		EVADE	
ISP.	NON CONTR.	0	0	0	100
	SÌ CONTR	−10	0	10	−20

Si noti che non esiste equilibrio di Nash: questo è conseguenza del fatto che le preferenze sono cicliche. Se l'ispettore non controllasse per il contribuente sarebbe ottimale evadere. Se questi evade, però, per l'ispettore è ottimale controllare. Ma posto che l'ispettore controlli al contribuente conviene non evadere e se il contribuente paga le tasse il comportamento migliore per l'ispettore è non effettuare il controllo.

e. **Unicità e non soluzione**

i. Non esistenza e non unicità sono difetti dell'equilibrio di Nash

ii. Inoltre alcune soluzioni possono non essere convincenti anche se uniche. (9.8)

GIOCO G. 8

		B					
		b_1		b_2		b_3	
	a_1	24	24	22	26	0	0
A	a_2	22	26	24	24	0	0
	a_3	0	0	0	0	1	1

Pur essendo (a3-b3) l'unico equilibrio di Nash nessuno dei giocatori si augura di pervenirvi. E' evidente che entrambi i giocatori auspicano di collocarsi su una delle quattro caselle con payoff superiori a 20 pur non configurando tra esse nessun equilibrio di Nash.

Giochi in forma estesa a somma variabile: alcuni criteri di soluzione

4. **Definizione.** La forma estesa evidenzia l'ordine in cui i giocatori muovono (ordine che può non essere per nulla temporale ma bensì puramente logico), le informazioni e le strategie a disposizione dei giocatori, ed i payoff conclusivi. Risulta una forma ad albero.

   a. Se il gioco è ad **informazione perfetta** la presentazione ad albero mette opportunamente in luce la successione temporale delle scelte fatte.
   b. Se invece il gioco è ad **informazione imperfetta** il giocatore non è a conoscenza della sequenza delle mosse precedenti la sua decisione e il set informativo sarà caratterizzato da più nodi. Questo è un modo alternativo per dire che il gioco è di natura statica e simultanea.
   c. Ricordiamo inoltre che se è possibile escludere qualsiasi incertezza di tipo esogeno, il gioco è ad **informazione completa** ovvero è caratterizzato da common knowledge.
   d. Identifichiamo come supergioco l'intero albero e definiremo sottogioco (proprio) ciascuno sottoinsieme del supergioco avente origine da un nodo.

5. **Backward induction.** Il metodo è quello dell'induzione a ritroso detto anche algoritmo di Kuhn (1953). Si procede a ritroso, partendo dia sottogiochi conclusivi, allo scopo di individuare l'equilibrio perfetto nei sottogiochi (subgame perfect equilibrium)

    a. Al fine di produrre un equilibrio perfetto occorre che le strategie adottate dai giocatori producano un equilibrio di Nash in qualunque punto (leggi sottogioco) dell'albero, anche al di fuori del sentiero di equilibrio (cioè anche in un punto del gioco che potrebbe non essere mai effettivamente raggiunto).

    b. In definitiva, si perviene allo stesso percorso di equilibrio, qualunque sia il punto di partenza del gioco. L'idea di fondo è quindi quella di individuare gli equilibri di Nash che non comportano la scelta di strategie **non credibili** da parte dei giocatori.

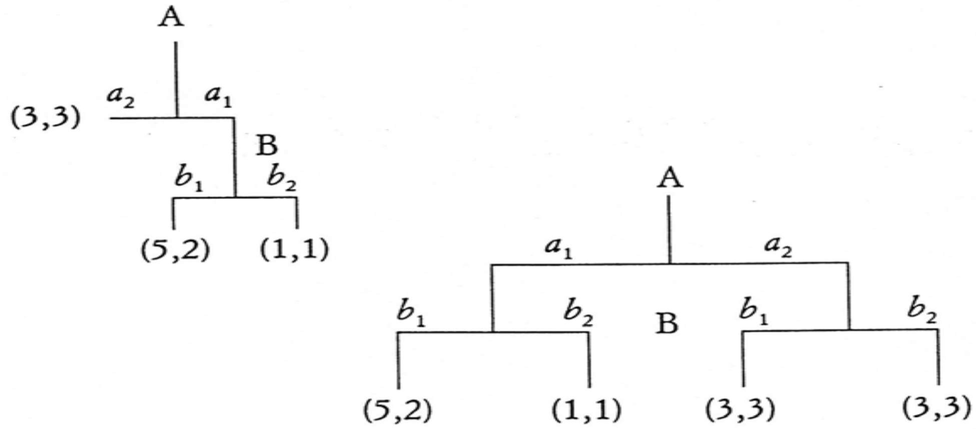
GIOCO G.12 (forma normale)

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	5	2	1	1
	a_2	3	3	3	3

Questo gioco è caratterizzato dalla presenza di due equilibri di Nash: ((a1-b1) e (a2-b2). Per capire quale dei due verrà effettivamente giocato possiamo ricorre al criterio della dominanza iterata che permette di concludere che, essendo la strategia b2 debolmente dominata dalla b1, i giocatori si collocheranno sulla casella (5,2).

Un modo alternativo è quello di ricorre alla rappresentazione in forma estesa.

GIOCO G.12 (forma estesa)

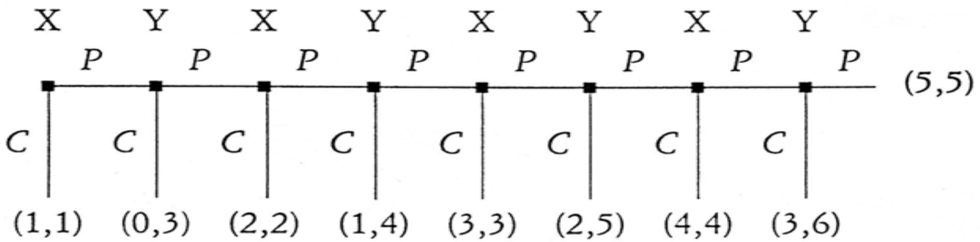


Ovviamente la rappresentazione a sinistra è la più significativa, in quanto sottolinea come la scelta del giocatore B sia irrilevante nel caso il giocatore A abbia scelto la strategia a2. Ma andiamo per ordine

Il giocatore A può evitare di scegliere la strategia a1, perché in tal caso B minaccia di scegliere b2. Tuttavia, se ci limitiamo al sottogioco che prende avvio dal nodo corrispondente alla mossa di B, ovvero supponiamo che A abbia scelto effettivamente a1. In tal caso, a B conviene giocare b1, perché ottiene un payoff pari a 2. Vale a dire che la minaccia su cui si regge l'equilibrio (a2-b2) non è credibile. La coppia (a1-b1) individua quindi l'unico equilibrio prefetto del gioco (Sinodi che il risultato coincide con quello fornito dal criterio della dominanza, ma questo è sempre vero).

6. **Fallimento del criterio di Backward induction.** Sebbene questo criterio dia dei risultati soddisfacenti, possono presentarsi casi in cui la sua applicazione conduce ad equilibri che sembrano andare contro ogni logica. L'esempio più noto è il gioco del Centipede di Rosenthal (1981).

GIOCO G.13



In corrispondenza di ogni singolo nodo,l'individuo in questione può scegliere tra "chiudere" il gioco (Mossa C) oppure "passare" la mano all'altro (Mossa P). La sequenza (virtuale) viene aperta dal giocatore X e chiusa dal giocatore Y.
I nodi dispari (giocatore X) offrono ad entrambi lo stesso payoff, definito semplicemente dalla sequenza dei numeri naturali. I nodi pari (giocatore Y) forniscono coppie di payoff così definite: se indichiamo con i la sequenza dei nodi dispari, il generico nodo pari sarà j=i+1 e la coppia di payoff associata sarà (i-1, i+1).
Se applichiamo il criterio della backward induction partendo dall'ulòtimo nodo otteniamo…………………

Le strategie miste

7. **Definizione.** Un giocatore potrebbe scegliere di giocare non una delle strategie pure di cui dispone, in modo secco, ma giocare una combinazione probabilistica di due o più strategie. Ad esempio legare la scelta al fatto che nel lancio di una moneta esca testa o croce. Siparla in tal caso di strategia mista.

    a. Nel caso di strategie miste non ha più senso parlare di induzione certa rispetto alle strategie degli avversari (viene vanificato ogni tentativo di spionaggio).

    b. Si dimostra che nell'ambito delle strategie miste l'equilibrio di Nash esiste sempre quando il numero di giocatori e di strategie è finito.

    c. Con le strategie miste dovrà essere introdotto anche il concetto di payoff atteso (utilità attesa), inteso come la media ponderata dei payoff puri applicando come pesi di ponderazioni le probabilità assegnate da ciascuno giocatore alla scelta delle strategie pure.

8. Dominanza nelle strategie miste.

GIOCO G. 8

		B					
		b_1		b_2		b_3	
A	a_1	24	24	22	26	0	0
	a_2	22	26	24	24	0	0
	a_3	0	0	0	0	1	1

Come abbiamo già visto in questo gioco entrambi i giocatori cercheranno di sfuggire all'unico equilibrio di Nash di strategie pure (1,1) per collocarsi su una delle quattro caselle di Nord-Ovest.
Possiamo immaginare allora che le intenzioni di A siano le seguenti: lancio una moneta bilanciata se esce testa gioco a1 altrimenti gioco a2. Supponiamo che lo tesso faccia B. Il payoff atteso di A risulta essere 23 e quello di B è 25 (Ovviamente ex-post A riceverà 24 o 22 e B 24 o 26).
Le grandezze attese sono comunque superiori in ogni caso alle utilità associate alle scelte a3 e b3. Siamo quindi in presenza di una strategia dominate. Cioè per entrambi i giocatori A e B, la strategia mista del tipo: gioco a1 (b1) con probabilità ½, a2 (b2) con probabilità ½ e a3 (b3) con probabilità zero domina la strategia a pura a3 (b3).
Inoltre l'equilibrio derivante dal gioco della strategia mista è un equilibrio di Nash in quanto nessun giocatore avrebbe potuto scegliere una strategia migliore, data le strategia scelta dall'avversario.

9. Equilibrio di Nash con strategie miste.

a. Nell'esempio la distribuzione di probabilità scelta per la strategia mista è stata (½, ½ ,0). In verità la scelta di questa distribuzione dovrebbe essere tale da rendere massimo il livello di payoff atteso di ciascun giocatore.

GIOCO G.14

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	2	2	2	1
	a_2	3	2	1	5

Si constata che non esiste nessun equilibrio di Nash nell'ambito delle strategie pure. Abbiamo già detto che invece – essendo finito il numero dei giocatori ed il numero delle strategie pure – sicuramente esisterà equilibrio di Nash tra le strategie miste.

Possiamo immaginare che il problema di A sia quello di attribuire una opportuna probabilità alla scelta a_1 ed alla scelta a_2. Siano p_1 e p_2 le rispettive probabilità, con $p_1 + p_2 = 1$. Simmetricamente siano v_1 e v_2 le probabilità applicate da B rispettivamente alla scelta b_1 e b_2. Naturalmente vale $v_1 + v_2 = 1$.

Combinando le due strategie miste, la probabilità che l'esito finale risulti $(a_1 - b_1)$ è pari a p_1v_1 e così per gli altri tre risultati; scriviamo l'utilità attesa da A:

$$E(U)_A = 2p_1v_1 + 3p_2v_1 + 2p_1v_2 + 1p_2v_2;$$

ossia, dopo calcoli banali:

$$E(U)_A = p_1(1 - 2v_1) + 2v_1 + 1.$$

In modo identico si trova l'utilità attesa di B:

$$E(U)_B = v_1(4p_1 - 3) - 4p_1 + 5.$$

Si può in questo modo osservare che le uniche scelte che assicurano l'equilibrio del gioco (con massima utilità attesa per ciascuno) sono:

da parte di A: $p_1 = 3/4$; $p_2 = 1/4$; $E(U)_A = 5/2$;
da parte di B: $v_1 = 1/2$; $v_2 = 1/2$; $E(U)_B = 2$.

L'esito derivante rappresenta equilibrio di Nash: infatti, ogni diversa attribuzione di probabilità da parte di A o di B avrebbe spinto l'altro individuo ad una scelta pura, per aumentare la propria utilità; si sarebbe così ritornati nel dominio delle strategie pure, dove già sappiamo non esservi stabilità. Si è così mostrato un gioco privo di equilibrio nelle strategie pure, ma con equilibrio di Nash tra le strategie miste.

Possono permanere, naturalmente, alcune legittime perplessità sul reale significato dell'uso di strategie miste nei giochi, soprattutto relativamente all'utilità empirica che questo criterio fornisce nella risoluzione di problemi di interdipendenza strategica. Giova però ricordare che lo scopo che stiamo qui perseguendo non è tanto l'individuazione di criteri da suggerire ai singoli agenti in un contesto di interdipendenza strategica, quanto piuttosto l'analisi della compatibilità delle decisioni assunte dai vari soggetti.

10. **Il dilemma del Prigioniero.**

La configurazione del gioco è la seguente: la polizia custodisce in celle diverse due individui accusati di essere complici di uno stesso crimine. Tuttavia, non disponendo di prove sufficienti a comminare ai due una pena più che simbolica, gli inquirenti cercano di indurre i detenuti a confessare, promettendo clemenza Nella tabella compaiono gli anni di reclusioni inflitti a seconda del comportamento dei due prigionieri, i quali debbono decidere se confessare (C) oppure non confessare (NC).

GIOCO G.32

		B			
		NC		C	
A	NC	–1	–1	–6	0
	C	0	–6	–5	–5

L'equilibrio di Nash (che è anche equilibrio nelle strategie dominanti) è individuato dalla combinazione (AC-BC) che comporta per entrambi 5 anni di reclusione.
Si noti che l'adozione di un criterio di razionalità individuale conduce ad un risultato subottimale nel senso di Pareto. Infatti è agevole controllare che l'unico distribuzione non Pareto efficiente nel dilemma del prigioniero è quella di equilibrio. Non basta, questo è anche il risultato complessivamente peggiore, dal momento che comporta un totale di 10 anni di carcere. S i due potessero comunicare e stipulare un accordo **vincolante**, potrebbero adottare entrambi la strategia dominata NC ed ottenere il risultato ottimale (-1,-1).
Questo non avviene perché quando ci sono pochi agenti (oligopolio) in gnerale si creano delle esternalità.

11. Il gioco del pollo (chicken game)

La configurazione del gioco è la seguente: Immaginiamo due ragazzi che percorrono una stretta strada in senso opposto e quando si avvistano, debbono decidere se deviare oppure no. Se entrambi deviano il gioco finisce in parità (0,0). Se entrambi tirano diritto, succede il disastro. Se uno devia e l'altro no, quello che deviato subisce una penale e l'altro ha vinto e riceve un premio. (Esempio reale due paesi in guerra che devono decidere se sferrare un attacco militare).

GIOCO G.35

		B			
		NO D.		D	
A	NO D	-5	-5	+3	-3
	D	-3	+3	0	0

Vi è una perfetta simmetria tra i guadagni spettanti ai due giocatori, ma a differenza del dilemma del prigioniero, nel gioco del pollo non esistono strategie dominanti ed esistono due equilibri di Nash. Non è chiaro quale di questi due rappresenta la situazione che verrà affettivamente a determinarsi.
Ciascuno dovrebbe convincere l'altro a giocare la strategia arrendevole assicurando che egli si **impegna fermamente (inflessibilmente)** a giocare la strategia NO.
Se i due giocatori sono identici, non si può sapere a priori quale sarà l'esito del gioco. Se i due giocatori sono invece diversi potrebbero esserci considerazioni di **reputazione** e di **inflessibilità** ad indicare quale sarà la conclusione del gioco. In altre parole, la soluzione del gioco del pollo è ovvia, soltanto se esiste una differenza di forza, o di determinazione,o di reputazione tra i due giocatori che sia nota ad entrambi e che spinga l'uno ad essere arrendevole e l'altro ad essere inflessibile.

12. La battaglia dei sessi

La configurazione del gioco è la seguente: C'è una Valentina (giocatore A) e un Valentino (giocatore B) che devono decidere cosa fare alla sera di San Valentino. Tuttavia i due non possono (o non riescono a comunicare). Entrambi sanno però che Valentino desidera ardentemente andare al cinema e Valentina a vedere un incontro di pugilato. Inoltre entrambi odiano stare solo la sera di San Valentino e pur di stare assieme all'amato/a accettano di buon grado di andare allo spettacolo preferito dall'altro/a. I due amanti devono, senza sapere cosa farà l'altro, decidere dove andare.

B

A

	Cinema	Pugilato
Cinema	$(1,2)$	$(0,0)$
Pugilato	$(0,0)$	$(2,1)$

Table 2: Battaglia dei sessi

In questo gioco ci sono due equilibri di Nash in strategie pure: (Cinema, Cinema) e (Pugilato, Pugilato). Si nota anche che questi due equilibri non sono strategie dominanti per nessuno dei due giocatori. Infatti Valentina, preferisce andare al Cinema solo se Valentino va la Cinema, altrimenti preferisce andare al Pugilato. Questo gioco mostra un classico problema di **coordinamento.** Se i due giocatori si coordinano finiscono per stare meglio entrambi, tuttavia non vi sono meccanismo ovvi di coordinamento, poiché i due giocatori hanno ordinamenti opposti circa i due equilibri. (Esempio reale: tutti i processi di contrattazione possono essere visti come problemi di coordinamento).

Pluralità di Equilibri

Caratteristiche dell'equilibrio di Nash e necessità di introdurre i refinements

- L'equilibrio di Nash non sempre esiste in strategie pure
- Non sempre è unico
- Inoltre anche quando è unico non è detto che sia la soluzione desiderabile del gioco.
- Le strategie miste garantiscono che un equilibrio di Nash esista sempre, ma questo solo se il numero dei giocatori e il numero di strategie è finito.
- Inoltre quando vi sono più equilibri di Nash, quale può essere considerato la soluzione del gioco?

Per rispondere a questa domanda sono stati proposti alcuni criteri (refinements) che si prefiggono di perfezionare uno tra i molteplici equilibri che potrebbero emergere dal gioco, in modo da giudicarlo, per qualche motivo, "migliore" degli altri.
In altre parole, la teoria dei giochi mette in evidenza come, in certe circostanze, siamo possibili diverse configurazioni di equilibrio.
Per stabilire quale effettivamente si verrà a determinare, non è sufficiente limitarsi a studiare tali equilibri, ma occorrono considerazioni ulteriori, che possono essere relative sia alla struttura complessiva dei payoffs, sia a fattori "esogeni".

Ordinamento Paretiano degli equilibri di Nash

In un gioco che presenti più equilibri di Nash, potremo pensare di ordinare tali equilibri in base a criteri "Collettivi". (G-15)

GIOCO G.15

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	8	1	4	3
	a_2	8	9	3	1

Se tra gli equilibri di Nash ne esiste uno Pareto-dominante, possiamo pensare che esso sia la soluzione del gioco.

Il criterio Paretiano, tuttavia, è minato da una lacuna assai più grave della rarità che ne caratterizza l'applicabilità. Infatti, può verificarsi il caso che un equilibrio di Nash, che pure è Pareto dominante sugli altri equilibri, non rappresenti la soluzione del gioco per **motivi di sicurezza.**

A) Gioco G-15, l'equilibrio (a1-b2) è dominato è quindi più sicuro dell'equilibrio (a2-b1).

GIOCO G.15

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	8	1	4	3
	a_2	8	9	3	1

B) Gioco G-16, l'equilibrio (a2-b2) "risk-dominate" l'equilibrio (a1-b1).

GIOCO G.16

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	90	90	0	80
	a_2	80	0	79	79

Subgame perfection

Abbiamo già introdotto il concetto di equilibrio perfetto nei sottogiochi alla Selten. Ora, lo stesso concetto verrà esaminato come refinement dell'equilibrio di Nash

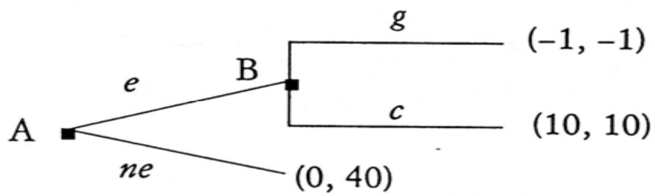
- Si osservi il gioco G-17. Il giocatore B è un produttore già presente nel mercato come monopolista, ed A è un'impresa potenziale entrante nel mercato. Il giocatore A dispone di due strategie: Entrare (a1), Non entrare (a2). Il giocatore B dispone di due strategie: Combattere (b1), Colludere (b2).
- Vi sono due equilibri di Nash: (a1-b2) (Entrate-Collusione) e (a2-b1) (Non entrate-Guerra).

GIOCO G.17 (forma normale)

		B			
		b_1 – guerra		b_2 – collus.	
A	a_1 – entra	–1	–1	10	10
	a_2 – non e.	0	40	0	40

- In effetti però in questo gioco, le mosse dei giocatori non avvengono simultaneamente: Prima A decide se e entrare oppure no, in un secondo momento B decide: se A entrato di combattere oppure no .
- La raffigurazione più adeguata e quella estesa.

GIOCO G.17 (forma estesa)



Se il gioco iniziasse nel nodo B, il risultato di equilibrio sarebbe (Entra-Collude). Tale equilibrio gode dunque della perfezione alla Selten.

Il risultato (Non entra-Guerra), invece, non è raggiungibile se si parte da un punto del gioco che sia differente dal nodo A e pertanto non può essere giudicato perfetto.

Ciò non vuol dire che (a2-b1) non sia equilibrio di Nash. Ma non ha senso economico: **non ha senso per il giocatore B combattere, se l'impresa A decide di non entrare sul mercato.**

Trembling hand

Immaginiamo che un giocatore A pensi che qualcuno tra i suoi avversari abbia la mano tremante, ovvero possa sbagliare **involontariamente** la scelta della mossa. Se questa eventualità non provoca peggioramenti della situazione di A, data la propria mossa, e se ciò è vero per tutti i giocatori partecipanti, un equilibrio di Nash è robusto al criterio della mano tremante.

- Rivediamo il gioco G-16, ha due equilibri di Nash, tuttavia si osserva che (a2-b2) soddisfa la robustezza al criterio di trembling hand.

GIOCO G.16

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	90	90	0	80
	a_2	80	0	79	79

- Se A avesse giocato erroneamente a1, B non avrebbe peggiorato il proprio payoff nel caso avesse scelto b2.
- Se B avesse giocato erroneamente b1, A non avrebbe peggiorato il proprio payoff nel caso avesse scelto a2.
- Ovviamente l'equilibrio (a1-b1) non soddisfa questo requisito.

Convenzioni sociali

Se esistono più equilibri e non esiste alcuno “modo ovvio” di giocare e nessuno degli equilibri di Nash bisogna ricorrere ad altri criteri.

- Si consideri il “gioco della precedenza” G-20
- Il luogo in cui si svolge è un crocevia, i giocatori sono gli automobilisti 1 (che viene da sinistra) e 2 (che viene da destra), che dispongono della medesima coppia di strategie: F= Fermarsi e P = Passare.

GIOCO G.20

		2 (D)			
		F		P	
1 (S)	F	–20	–20	–2	0
	P	0	–2	–90	–90

- Il gioco presenta due equilibri di Nash: (1F-2P) e (1P-2F).
- La convenzione sociale secondo la quale ha precedenza che viene da destra porta a (1F-2P) l’equilibrio che viene effettivamente giocato.
- Ma allora le convenzioni possono nascere come equilibrio di un gioco, magari ripetuto??

Learning

Consideriamo il gioco della "Battaglia dei Sessi" del tipo G-21

- Le strategie possibili sono C = andare al Cinema, e P = andare alla Partita.
- Assumiamo che LUI preferisca P e LEI preferisca C. Tuttavia entrambi traggono maggior profitto dalla compagnia dell'altro/altra.
- Abbiamo due equilibri: (C,C) e (P,P)

GIOCO G.21

		LUI			
		C		P	
LEI	C	50	40	10	10
	P	0	0	40	50

- Una società fortemente "maschilista" potrebbe indurre a ritenere che l'equilibrio sarà (P,P). Si tratta in questo caso, di una **convenzione esogena** che impone un equilibrio piuttosto di un altro.
- Possiamo, tuttavia, pensare ad equilibrio **endogeno.** Se il gioco fosse ripetuto, i giocatori potrebbero stabilire (più o meno implicitamente), un accordo che preveda l'alternanza, un round dopo l'altro, dei due equilibri.

Focal Point

Tirole (1988) identifica il genere di equilibrio del gioco precedente (il meccanismo dell'alternanza) come focal equilibrium.
Più in generale un focal point è un esito che si impone all'attenzione dei giocatori per la natura peculiare di esso all'interno della matrice dei payoff e che spinge i giocatori a sceglierlo.

GIOCO G. 22

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9
a_1	**9,9**	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
a_2	0,0	**9,9**	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
a_3	0,0	0,0	**9,9**	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
a_4	0,0	0,0	0,0	**9,9**	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
a_5	0,0	0,0	0,0	0,0	**9,9**	0,0	0,0	0,0	0,0
a_6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**8,8**	0,0	0,0	0,0
a_7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**9,9**	0,0	0,0
a_8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**9,9**	0,0
a_9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**9,9**

- Giocare le strategie incrociate che danno (9,9), in **assenza di comunicazione fra i giocatori**, è un caso molto fortunoso.
- Esiste però una coppia di risultati soddisfacenti che è (8,8), che essendo l'unica potrebbe segnalarsi come focal point.
- E' vero che è peggiore di (9,9) ma essendo unico i giocatori, senza comunicare tra loro, lo possono scegliere appunto perché unico……….